

# ୭

# ବିନ୍ୟାସ ଏବଂ ସଂଯୋଗ
# Permutation and Combination

ଦିନେ ମୋର ବେଙ୍ଗାଲୁରୁ ଠାରୁ ଏହ୍ଲାବାଦ୍ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଟ୍ରେନ୍‌ରେ ଯିବା ପାଇଁ ଇଚ୍ଛା ହେଲା । ବେଙ୍ଗାଲୁରୁଠାରୁ ଏହ୍ଲାବାଦକୁ ସିଧାସଳଖ କୌଣସି ଟ୍ରେନ୍ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ବେଙ୍ଗାଲୁରୁ ଇଟାରସୀ ଓ ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଟ୍ରେନ୍ ଥିଲା । ଟ୍ରେନ୍‌ର ସମୟ ତାଲିକାରୁ ମୁଁ ଜାଣିବାକୁ ପାଇଲି କି ଦୁଇଟି ଗାଡ଼ି ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀ ଓ 3 ଟି ଗାଡ଼ି ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦକୁ ଅଛି । ଏବେ ମୁଁ ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଏହ୍ଲାବାଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ଯାଇ ପାରିବି ? ଏହା ଏକ ଗଣନ ସମସ୍ୟା ଯାହା ଗଣିତର ଏକ ଶାଖା ''ସଂଯୋଗ ଗଣିତ'' ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ମନେକର ତୁମର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ମସଲା ଡବା ଅଛି ଯାହାକୁ ତୁମ ରୋଷେଇ ଘରେଥିବା ଥାକରେ ସଜାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ତୁମେ ଚାହୁଁଛ ଯେ ଯେଉଁ ଡବା ତିନୋଟିକୁ ଅଧିକ ବ୍ୟବହାର କର, ତାକୁ ଏପରି ସ୍ଥାନରେ ରଖିବ ଯେପରି ଅନ୍ୟ ଦୁଇଟି ଡବାଠାରୁ ସେଗୁଡ଼ିକ ପାଖରେ ସହଜରେ ପହଞ୍ଚି ହେବ । କେତୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମେ ତାହା କରି ପାରିବ ? ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିସ୍ଥିତିରେ, ତୁମେ ତୁମ ଘର ରଙ୍ଗ କରୁଛ । ଯଦି ଏକ ବିଶେଷ ରଙ୍ଗ ନମିଳେ, ତେବେ ତୁମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗକୁ ମିଶାଇ ଏହି ରଙ୍ଗ ତିଆରି କରିପାରିବ । ଯେତେବେଳେ ତୁମେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନୂଆ ରଙ୍ଗ ତିଆରି କରୁଛ, ତୁମେ କେଉଁ କ୍ରମରେ ରଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ମିଶାଉଛ ତାହା ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହେଁ । ବରଂ ନୂଆ ରଙ୍ଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁଥିବା ରଙ୍ଗମାନଙ୍କର ସଂଯୋଗ କିମ୍ବା ଚୟନ ଉପରେ ନୂତନ ରଙ୍ଗର ପ୍ରସ୍ତୁତି ନିର୍ଭର କରେ, କିନ୍ତୁ ମିଶ୍ରଣର କ୍ରମ ନୁହଁ ।

ଏହିପରି ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା । ତୁମେ ଯେତେବେଳେ କୌଣସି ଯାତ୍ରା କରିବାକୁ ଚାହୁଁଛ, ତୁମେ ତୁମର ସମସ୍ତ ପୋଷାକ ନେଇନପାର । ହୋଇପାରେ ତୁମ ପାଖରେ ଚାରିଯୋଡ଼ା ପ୍ୟାଣ୍ଟ ଓ ସାର୍ଟ ଅଛି କିନ୍ତୁ ତୁମେ କେବଳ ଦୁଇଯୋଡ଼ା ନେବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଛ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ ତୁମେ ଚାରି ଯୋଡ଼ାରୁ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ଚୟନ କରିବ । ଏହା କଲାବେଳେ ଯୋଡ଼ା ଚୟନର କ୍ରମରେ କୌଣସି ପାର୍ଥକ୍ୟ ଘଟେ ନାହିଁ । ଏହି ଉଦାହରଣରେ, ଆମକୁ ପୋଷାକ ଚୟନର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏହି ପାଠରେ, ଆମେ କିଛି ସରଳ ନିୟମର ଆଲୋଚନା କରିବା ଏବଂ ଏହି ସରଳ ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

## ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟ ପାଠ କଲାପରେ ତୁମେ

- ଦିଆଯାଇଥିବା କେତେକ ବସ୍ତୁକୁ କେତେ ଉପାୟରେ ସଜ୍ଜିତ କରିହେବ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ;
- ଗଣନର ମୌଳିକ ନିୟମ (Fundamental Principle of Counting)କୁ ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ;
- $n!$ କୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରିପାରିବ ଏବଂ n ର ଭିନ୍ନ ମାନ ପାଇଁ ଏହାକୁ ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିପାରିବ;
- ବିନ୍ୟାସ ହେଉଛି ଏକ ପ୍ରକାରର ସଜ୍ଜୀକରଣ, ତାହା ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ ଏବଂ $^nP_r$ ର ଅର୍ଥ ଲେଖିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ;
- $^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ ବୋଲି ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବା ସହ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ଏହାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ;
- (i) $(n+1)\,^np_n = {}^{n+1}P_n$ (ii) $^nP_{r+1} = (n-r)\,^nP_r$ ସୂତ୍ର ଦ୍ୱୟକୁ ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ;
- ସଂଯୋଗ ଏକ ଚୟନ, ଏହା ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ ଏବଂ $^nC_r$ ର ଅର୍ଥ ଲେଖିବାରେ ସମର୍ଥ ହେବ;
- ବିନ୍ୟାସ ଓ ସଂଯୋଗ ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- $^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟୁତ୍ପତ୍ତି କରିପାରିବ ଏବଂ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ଉପଯୋଗ କରି ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିପାରିବ;
- $^nP_r = r!\,^nC_r$ ସଂପର୍କର ବ୍ୟୁତ୍ପତ୍ତି କରିପାରିବ;
- $^nC_r = {}^nC_{n-r}$ ର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା ସହ ଏହାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବ ଏବଂ
- $^nC_r + {}^nC_{n-r} = {}^{n+1}C_r$ ସୂତ୍ରର ବ୍ୟୁତ୍ପତ୍ତି କରିପାରିବ ଏବଂ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ ।

## ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି
- ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା

## 7.1 ଗଣନ ନୀତି (Counting Principle)

ଆସ ଆମେ ଉପକ୍ରମରେ ଆଲୋଚିତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା । ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀକୁ ଥିବା ଟ୍ରେନ୍‌କୁ $t_1$, $t_2$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିବା ଏବଂ ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦକୁ ଥିବା ଟ୍ରେନ୍‌କୁ $T_1$, $T_2$, $T_3$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରବା । ମନେକର ମୁଁ $t_1$ ରେ ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀକୁ ଯାତ୍ରା କଲି । ପରେ ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦ $T_1$, $T_2$ କିମ୍ବା $T_3$ ନେଇପାରେ । ତେଣୁ ଯାତ୍ରାର ସମ୍ଭାବନାଗୁଡ଼ିକ $t_1T_1$, $t_1T_2$, $t_1T_3$ ହେଲା, ଯେଉଁଠି $t_1T_1$, ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀ $t_1$ରେ ଓ ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦ $T_1$ ରେ ଯାତ୍ରା କରାଯିବାକୁ ସୂଚାଏ । ସେହିପରି ଯଦି ମୁଁ ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀ $t_2$ ରେ ଯାତ୍ରା କରେ, ତେବେ ସମ୍ଭାବନାଗୁଡ଼ିକ ହେବ $t_2T_1$, $t_2T_2$ ଓ $t_2T_3$ । ଅତଏବ ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଏହ୍ଲାବାଦକୁ ଯାତ୍ରା କରିବା ପାଇଁ ମୋଟ୍‌ରେ 6 $(2 \times 3)$ ଟି ଉପାୟ ଅଛି ।

ଏଠାରେ ଖୁବ୍ କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ ଟ୍ରେନ୍ ଅଛି । ତେଣୁ ଆମେ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବନାର ତାଲିକା କରିପାରିଲେ । ଯଦି ବେଙ୍ଗାଲୁରୁରୁ ଇଟାରସୀକୁ 10 ଟି ଓ ଇଟାରସୀରୁ ଏହ୍ଲାବାଦକୁ 15 ଟି ଟ୍ରେନ୍ ଥା'ନ୍ତା, ତେବେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟଟି ବିରକ୍ତି କର ହୋଇଥାନ୍ତା । ଏଠାରେ **ଗଣନର ମୌଳିକ ନୀତି** (Fundamental Principle of Counting) ବା ସରଳଭାବରେ **ଗଣନ ନୀତି** (Counting Principle) ପ୍ରୟୋଗ ହୋଇଥାଏ ।

ଯଦି କୌଣସି ଘଟଣା m ସଂଖ୍ୟକ ଉପାୟରେ ଘଟିପାରେ ଏବଂ ଘଟଣାକି କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଉପାୟରେ ଘଟିବା ପରେ, ଅନ୍ୟ ଏକ ଘଟଣା n ଉପାୟରେ ଘଟିଥାଏ, ତେବେ ଦୁଇଟି ଯାକ ଘଟଣା ଏକ ସଙ୍ଗରେ ମୋଟରେ $m \times n$ ଟି ଉପାୟରେ ଘଟିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.1** 10 ରୁ 95 ମଧ୍ୟରେ, 5 ର କେତୋଟି ଗୁଣିତକ ଅଛି ?

**ସମାଧାନ :** ତୁମେ ଜାଣ ଯେ, 5 ର ଗୁଣିତକଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଏକକ ଘରେ 0 ବା 5 ଥାଏ ।

ତାହାଣରୁ ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ବାଛି ହେବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଙ୍କଟି 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ହେବ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଙ୍କ ପାଇଁ 9ଟି ବିକଳ୍ପ ପସନ୍ଦ ଅଛି ।

$\therefore$ 10 ରୁ 95 ମଧ୍ୟରେ $2 \times 9 = 18$ ଟି 5ର ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି ।

**ଉଦାହରଣ 7.2** ଏକ ନଗରୀରେ ବସ୍‌ର ଗତିପଥ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ 100 ରୁ କମ୍ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ପରକୁ A, B, C, D, E ଓ F ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର ଲେଖାଯାଏ । ଏହିପରି କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ବସ ଗତିପଥ ସୂଚାଇବା ସମ୍ଭବ ?

**ସମାଧାନ :** ଆରମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 1 ରୁ 99 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯେକୌଣସି ଏକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ।

ତେଣୁ ଏହି ସଂଖ୍ୟାର 99 ଟି ବିକଳ୍ପ ପସନ୍ଦ ଅଛି ।

ଅକ୍ଷରକୁ 6 ଟି ଉପାୟରେ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ ।

$\therefore$ ମୋଟ୍ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ବସ୍ ଗତିପଥ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $99 \times 6 = 594$ ।

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.1

1 (a) 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି 5ର ଗୁଣିତକ ଅଛି ?

(b) ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍‌କଲେ, ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ହେବ ?

(c) ଯଦି ତୁମର 3 ଟି ସାର୍ଟ ଓ 4 ଟି ପ୍ୟାଣ୍ଟ ଥାଏ ଏବଂ ଯେକୌଣସି ସାର୍ଟକୁ କୌଣସି ଏକ ପ୍ୟାଣ୍ଟ ସହ ପିନ୍ଧାଯାଇପାରେ, ତେବେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମେ ପ୍ୟାଣ୍ଟ ସାର୍ଟ ପିନ୍ଧିପାରିବ ?

(d) ଜଣେ ପର୍ଯ୍ୟଟକ ଅନ୍ୟ ଏକ ଦେଶକୁ ଜଳପଥରେ ଯାଇ ଆକାଶପଥରେ ଫେରିବାକୁ ଚାହାନ୍ତି । ତାଙ୍କର ଯିବା ପାଇଁ 5 ଟି ଭିନ୍ନ ଜାହଜ ଓ ଫେରିବା ପାଇଁ 4 ଟି ଏୟାରଓ୍ୱେଜ କମ୍ପାନୀର ବିକଳ୍ପ ଅଛି । ସେ କେତୋଟି ଉପରେ ନିଜର ଯାତ୍ରା ସମ୍ପନ୍ନ କରିପାରିବେ ?

2. (a) ଦୁଇଟି ଖାଲି ଥିବା ପଦବୀ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ପୁରୁଷ ଓ ଅନ୍ୟଟି ମହିଳାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପୂରଣ କରାଗଲେ, 4 ଜଣ ପୁରୁଷ ଓ 12 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କୁ ନେଇ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ପଦଦ୍ୱୟକୁ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ ?

(b) ଏକ କୋଠରିର ଚଟାଣ ରଙ୍ଗ କରିବା ଓ କାନ୍ଥ ରଙ୍ଗ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । ଚଟାଣ ଲାଗି 3 ପ୍ରକାର ଓ କାନ୍ଥଲାଗି 12 ପ୍ରକାର ରଙ୍ଗ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ । ଯଦି ଚଟାଣ ଓ କାନ୍ଥ ପାଇଁ ଯେକୌଣସି ରଙ୍ଗ ଯୋଡ଼ିର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରେ, ତେବେ ଚଟାଣ ଓ କାନ୍ଥକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ରଙ୍ଗକରି ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ଦୁଇଟି ଘଟଣା ପାଇଁ ଗଣନନୀତିର ପ୍ରୟୋଗ କରିଛନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଏହାକୁ 3 ବା ଅଧିକ ଘଟଣା ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇ ପାରେ, ଯେପରି ତୁମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣରେ ଦେଖିପାରିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.3** ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ପତ୍ରରେ 3 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଯଦି ଏହି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଯଥାକ୍ରମେ 4, 3 ଓ 2 ଟି ସମାଧାନ ଥାଏ, ତେବେ ସମାଧାନର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନର 4 ଟି ସମାଧାନ ଅଛି, ଦ୍ୱିତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର 3 ଟି ସମାଧାନ ଅଛି ଏବଂ ତୃତୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର 2 ଟି ସମାଧାନ ଅଛି ।

$\therefore$ ଗଣନନୀତି ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା $= 4 \times 3 \times 2 = 24$

**ଉଦାହରଣ 7.4** ROTOR ଶବ୍ଦ ଉପରେ ବିଚାର କର । ଏହାକୁ ତୁମେ ବାମରୁ ଡାହାଣକୁ କିମ୍ବା ଡାହାଣରୁ ବାମକୁ ପଢ଼ିପାର, ସେହି ଏକ ଶବ୍ଦ ମିଳିବ । ଏହି ଶବ୍ଦକୁ ପାଲିଣ୍ଡ୍ରୋମ୍ (Palindrome) କୁହାଯାଏ । ପାଞ୍ଚଟି ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ପାଲିଣ୍ଡ୍ରୋମ୍‌ର ସର୍ବାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର 26 ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟରୁ ଶବ୍ଦଟିର ଡାହାଣରୁ ପ୍ରଥମ ଅକ୍ଷରର ଚୟନ 26 ଟି ଉପାୟରେ ହୋଇପାରେ । ଏହି ଚୟନପରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଅକ୍ଷରର ଚୟନ ମଧ୍ୟ 26 ଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ପ୍ରଥମ ଦୁଇ ଅକ୍ଷରର ଚୟନ $26 \times 26 = 676$ ଟି ଉପାୟରେ ହୋଇପାରେ ।

ପ୍ରଥମ ଦୁଇ ଅକ୍ଷର ଚୟନର ପରେ, ତୃତୀୟ ଅକ୍ଷରର ଚୟନ ମଧ୍ୟ 26 ଟି ଉପାୟରେ ହୋଇପାରେ ।

$\therefore$ ତିନୋଟି ଯାକ ଅକ୍ଷର ଚୟନର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା $= 676 \times 26 = 17576$

ଚତୁର୍ଥ ଅକ୍ଷରଟି ଦ୍ୱିତୀୟ ଅକ୍ଷର ସହ ଓ ପଞ୍ଚମ ଅକ୍ଷରଟି ପ୍ରଥମ ଅକ୍ଷର ସହ ସମାନ ।

$\therefore$ ପାଞ୍ଚ ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ପାଲିଣ୍ଡ୍ରୋମ୍‌ର ସର୍ବାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା $= 17576$ ।

**ଟୀକା :** ଉଦାହରଣ 7.4 ରେ ଆମେ 5 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ପାଲିଣ୍ଡ୍ରୋମ୍‌ର ସର୍ବାଧିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ । ଏହି ସଂଖ୍ୟା 17576 ଠାରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏହାର ଅର୍ଥ ଏହା ନୁହେଁ ଯେ 17576 ଗୋଟି ପଲିଣ୍ଡ୍ରୋମ୍ ଅଛି । କାରଣ, କିଛି ଚୟନ CCCC ପରି ଅଟେ । ଯାହାକି ଇଂରାଜୀ ଭାଷାରେ ନିରର୍ଥକ ଶବ୍ଦ ଅଟେ ।

**ଉଦାହରଣ 7.5** 1, 4, 7, 8 ଓ 9 କୁ ନେଇ କେତେଗୋଟି 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି କୌଣସି ଅଙ୍କ ବାରମ୍ବାର ବ୍ୟବହୃତ ହେବନାହିଁ ।

**ସମାଧାନ :** ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏକକ, ଦଶକ ଓ ଶତକ ସ୍ଥାନ ଅଛି ।

ଦିଆଯାଇଥିବା 5 ଟି ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଏକକ ସ୍ଥାନରେ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ବସାଯାଇପାରେ ।

ଏଣୁ ଏକକ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ 5 ଟି ଉପାୟରେ ଅଙ୍କ ବଛାଯାଇପାରେ । ... (i)

ଏକକ ସ୍ଥାନାପୂରଣ ହେବାପରେ ଚାରିଗୋଟି ଅଙ୍କ ରହିବ । ଓ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କକୁ ଦଶକ ସ୍ଥାନ ପାଇଁ ନିଆଯାଇପାରେ ।

ଏହା 4 ଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରିବ । ... (ii)

ଦଶକ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ ପରେ ଶତକ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ ପାଇଁ 3 ଟି ଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ନିଆଯାଇପାରେ ।



ଏହା 3 ଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ । ... (iii)

$\therefore$ ଗଣନ ନୀତି ଅନୁସାରେ, 3 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ହେବ $5 \times 4 \times 3 = 60$

ଆସ ଏବେ **ସାଧାରଣ ଗଣନ ନୀତି (General Counting Principle)** ବ୍ୟକ୍ତ କରିବା ।

ଯଦି n ଟି ଘଟଣା ଅଛି ଓ ପ୍ରଥମ ଘଟଣା $m_1$ଟି ଉପାୟରେ ଘଟିବାପାରେ ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଘଟଣା ଘଟିବା ପରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଘଟଣା $m_2$ ଟି ଉପାୟରେ ଘଟିପାରେ । ଦ୍ୱିତୀୟ ଘଟଣା ଘଟିବାପରେ, ତୃତୀୟ ଘଟଣା $m_3$ ଟି ଉପାୟରେ ଘଟିପାରେ, ତେବେ ସମସ୍ତ n ଟି ଘଟଣା ଘଟିବା ପାଇଁ ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $m_1 \times m_2 \times m_3 \ldots \times m_{n-1} \times m_n$ ଅଟେ ।

**ଉଦାହରଣ 7.6** ମନେକର ତୁମେ A ରୁ B କୁ 3 ଟି ବସ୍‌ରେ, B ରୁ C କୁ 4 ଟି ବସ୍‌ରେ, C ରୁ D କୁ 2 ଟି ବସ୍‌ରେ ଏବଂ D ରୁ E କୁ 3 ବସ୍‌ରେ ଯାତ୍ରା କରିପାରିବ ।

ତେବେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମେ A ରୁ E ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାତ୍ରା କରିପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** A ରୁ B ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3 ପ୍ରକାରେ ବସ୍ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ ।

B ରୁ C ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 4 ପ୍ରକାରେ ବସ୍ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ ।

C ରୁ D ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 2 ପ୍ରକାରେ ବସ୍ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ ।

D ରୁ E ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 3 ପ୍ରକାର ବସ୍ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏଣୁ, A ରୁ E ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାତ୍ରା କରିବା ପାଇଁ ମୋଟ୍ ବସ୍ ଚୟନ ସଂଖ୍ୟା $= 3 \times 4 \times 2 \times 3 = 72$ ।

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.2

1. (a) 6 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ପାଲିନ୍‌ଡ୍ରୋମ୍‌ର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

   (b) 6 ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ପାଲିନ୍‌ଡ୍ରୋମୀୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା କେତେ, ଯାହାର ପ୍ରଥମ ଅଙ୍କଟି ଶୂନ୍ୟ ନୁହେଁ ?

2. (a) ଏକ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟରେ 5 ଜଣ ଇଂରାଜୀ ଅଧ୍ୟାପକ, 7 ଜଣ ହିନ୍ଦୀ ଅଧ୍ୟାପକ ଏବଂ 3 ଜଣ ଫରାସୀ ଭାଷାର ଅଧ୍ୟାପକ ଅଛନ୍ତି । ଏକ ତିନି ସଦସ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ସମିତି ଗଠନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ ଯେଉଁଠି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଷାରୁ ଜଣେ ଅଧ୍ୟାପକ ରହିବେ । କେତୋଟି ଉପାୟରେ ଏହା କରାଯାଇପାରିବ ?

   (b) ଏକ ମହାବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରସଂଘ ନିର୍ବାଚନରେ 4 ଜଣ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଅଧକ୍ଷ ପଦ ପାଇଁ, 5 ଜଣ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ ଉପାଧକ୍ଷ ପଦ ପାଇଁ ଏବଂ 3 ଜଣ ସଚିବପଦ ପାଇଁ ପ୍ରତିଯୋଗିତା କରୁଥିଲେ । ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. (a) 1, 2, 5, 6, 8 ଅଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି 600 ରୁ ବଡ଼ କେତୋଟି ତିନିଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ, ଯଦି କୌଣସି ଅଙ୍କ ଏକାଧିକ ବାର ବ୍ୟବହୃତ ନହୁଏ ?

   (b) ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି ଚାରି ପିରିୟଡ଼ ବିଶିଷ୍ଟ ସମୟ ନିର୍ଘଣ୍ଟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ଚାହାଁନ୍ତି । ତାଙ୍କୁ ଇଂରାଜୀ, ଗଣିତ, ଅର୍ଥନୀତି ଏବଂ ବାଣିଜ୍ୟ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟ ଲାଗି ଗୋଟିଏ ପିରିୟଡ଼ ଦେବାର ଅଛି । ସେ କେତୋଟି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୟ ନିର୍ଘଣ୍ଟ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବେ ?

## 7.2 ବିନ୍ୟାସ (Permutations)

ମନେକର ତୁମେ ତୁମ ବହିଗୁଡ଼ିକ ଥାକରେ ସଜାଇ ରଖିବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ଯଦି ତୁମ ପାଖରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବହି ଅଛି, ତେବେ ଏହାକୁ ସଜାଇ ରଖିବା ପାଇଁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ଉପାୟ ଅଛି । ଯଦି ତୁମ ପାଖରେ ଦୁଇଟି ପୁସ୍ତକ, ଯଥା : ଇତିହାସ

ଓ ଭୂଗୋଳ ଅଛି, ତେବେ ତୁମେ ଭୂଗୋଳ ବହିଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଓ ପରେ ଇତିହାସଟିକୁ (GH) କିମ୍ବା ଇତିହାସ ବହିଟିକୁ ପ୍ରଥମେ ଓ ପରେ ଭୂଗୋଳ ବହିଟିକୁ (HG) ରଖିପାରିବ । ଅନ୍ୟକଥାରେ, ଦୁଇଟି ବହିକୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ମନେକର, ତୁମେ ଗୋଟିଏ ଗଣିତ ବହିକୁ ମଧ୍ୟ ଏହା ସହିତ ମିଶାଇ ରଖିବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ଇତିହାସ ଏବଂ ଭୂଗୋଳ ବହିକୁ ଦୁଇଟି ଉପାୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଉପାୟରେ ଯେପରିକି GH କ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖିବା ପରେ, ଗଣିତ ବହିଟିକୁ ନିମ୍ନ ଉପାୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଉପାୟରେ ରଖିପାରିବ । ଯଥା MGH, GMH କିମ୍ବା GHM । ସେହିପରି HG ସଜ୍ଜୀକରଣକୁ ନେଇ, ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକର ସଜ୍ଜୀକରଣର ଅନ୍ୟ ତିନିଗୋଟି ଉପାୟ ତୁମ ପାଖରେ ଅଛି । ତେଣୁ ଗଣନ ନୀତି ଅନୁଯାୟୀ ତୁମେ ଗଣିତ, ଇତିହାସ, ଭୂଗୋଳ ବହିଗୁଡ଼ିକୁ $3 \times 2 = 6$ ଟି ଉପାୟରେ ସଜାଇ ରଖିପାରିବ ।

**ବିନ୍ୟାସ** କହିଲେ, ଆମେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ସଜ୍ଜୀକରଣକୁ ବୁଝୁ । ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ, ଦୁଇଟି ପୁସ୍ତକ ଅଥବା ତିନିଗୋଟି ପୁସ୍ତକର ବିନ୍ୟାସର ଆଲୋଚନା କରୁଥିଲେ ।

ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଯଦି ତୁମେ n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚାହଁ, ଯେଉଁଠି $n \geq 1$, ତେବେ ତୁମେ ଏହା କିପରି କରିପାରିବ ? ଆସ ଦେଖିବା ଏହାର ଉତ୍ତର କ'ଣ ହେବ ।

ଆମେ ବହିଗୁଡ଼ିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯେଭଳି ଦେଖିଲେ, ଠିକ୍ ସେହିପରି, ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁପାଇଁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ୟାସ, ଦୁଇଟି ବସ୍ତୁପାଇଁ $2 \times 1$ ବିନ୍ୟାସ ଏବଂ ତିନୋଟି ବସ୍ତୁପାଇଁ $3 \times 2 \times 1$ ଟି ବିନ୍ୟାସ ସମ୍ଭବ ।

ଏହାହୋଇପାରେ ଯେ n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁପାଇଁ $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots 2 \times 1$ ବିନ୍ୟାସ ଥାଏ । ପ୍ରକୃତରେ ତାହା ହିଁ ହୋଇଥାଏ । ତୁମେ ନିମ୍ନରେ ଏହି ଫଳାଫଳ ପ୍ରମାଣ କରିବ ।

**ଉପପାଦ୍ୟ 7.1** n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ମୋଟ ବିନ୍ୟାସ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $n(n-1) \dots 2.1$

**ପ୍ରମାଣ :** ଆମକୁ n ସଂଖ୍ୟକ ଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ସଜ୍ଜୀକରଣ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏକ ସଜ୍ଜୀକରଣର ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାନ n ସଂଖ୍ୟକ ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଏହାକୁ ପୂରଣ କରିସାରିବା ପରେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନ ଅବଶିଷ୍ଟ $(n-1)$ ଟି ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା $(n-1)$ ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ । ଏହିପରି, ପ୍ରଥମ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିସାରିବା ପରେ, ତୃତୀୟ ସ୍ଥାନ $(n-2)$ ଟି ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରିପାରିବା ଏବଂ ଏହିଭଳି ଆମେ କରିଚାଲିବା । ଶେଷରେ ଆମେ ଶେଷ ସ୍ଥାନଟିକୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରିପାରିବା, କାରଣ ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ କେବଳ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ଥିବ ।

ଗଣନନୀତିର ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା, ମୋଟ ସଜ୍ଜୀକରଣ ସଂଖ୍ୟା ହେବ $n(n-1)(n-2) \dots 2.1 \quad \dots (7.1)$

ଗଣିତରେ, $n(n-1)(n-2) \dots 2\times1$ ର ଗୁଣଫଳ ଅନେକ ସମୟରେ ଦେଖାଯାଇଥାଏ । ଏଣୁ ଏହାକୁ ଏକ ନାମ ଓ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି । ଏହାକୁ ସାଧାରଣତଃ $n!$ (କିମ୍ବା $\underline{|n}$ ) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ଫାକ୍ଟୋରିଆଲ ଭାବରେ ପଢ଼ାଯାଏ ।

$n! = n(n-1) \dots 3 \times 2 \times 1$

ଏହି ଚିହ୍ନସହିତ ପରିଚିତ କରାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେବା ।

**ଉଦାହରଣ 7.7** ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $3!$ (b) $2! + 4!$ (c) $2! \times 3!$

ସମାଧାନ : (a) $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

(b) $2! = 2 \times 1 = 2$

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$\therefore 2! + 4! = 2 + 24 = 26$

(c) $2! \times 3! = 2 \times 6 = 12$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର, n! ନିମ୍ନ ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ସନ୍ତୁଷ୍ଟ କରେ

$n! = n \times (n-1)! \quad \ldots (7.2)$

ଏହାର କାରଣ $n(n-1)! = n[n-1] \times (n-2) \ldots 2 \times 1$

$= n \times (n-1) \times (n-2) \ldots 2 \times 1$

$= n!$

ଅବଶ୍ୟ, ଉପରୋକ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ କେବଳ $n \geq 2$ ପାଇଁ ବୈଧ, କାରଣ ଏପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 0! ର ସଂଜ୍ଞା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହୋଇନାହିଁ । ଆସ ଦେଖିବା 0 ! କ'ଣ ଉପରୋକ୍ତ ସଂଜ୍ଞା ସହ ଖାପ ଖାଉଛିକି ! ପ୍ରକୃତରେ ଯଦି ଆମେ 0 ! = 1 ରୂପେ ପରିଭାଷିତ କରି ଦେବା, ତେବେ n = 1 ପାଇଁ ମଧ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧ (7.2) ବୈଧ ହେବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.8** ମନେକର ତୁମେ ଇଂରାଜୀ, ହିନ୍ଦୀ, ଗଣିତ, ଇତିହାସ, ଭୂଗୋଳ, ବିଜ୍ଞାନ ବହିଗୁଡ଼ିକୁ ବହି ଥାକରେ ସଜାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ତୁମେ କେତେ ଉପାୟରେ ଏହା କରି ପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** ଆମକୁ 6 ଟି ବହି ସଜାଇବାକୁ ଅଛି ।

n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସ $n! = n(n-1), (n-2) \ldots 2 \times 1$

ଯେହେତୁ ଏଠାରେ, n = 6 ତେଣୁ ବିନ୍ୟାସ ସଂଖ୍ୟା $= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.3

1. (a) ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 6 ! (ii) 7 ! (iii) 7 ! + 3! (iv) $6! \times 4!$ (v) $\frac{51}{3! \cdot 2!}$

(b) ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସତ୍ୟ ?

(i) $2! \times 3! = 6!$ (ii) $2! + 4! = 6!$

(iii) 3!, 4! କୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ବିଭାଜିତ କରେ

(iv) $4! - 2! = 2!$

2. (a) 5 ଜଣ ଛାତ୍ର ଗୋଟିଏ କୋଠରିରେ ରହନ୍ତି । କେତୋଟି ଉପାୟରେ, ସେଠାରେ ଥିବା ପାଞ୍ଚଟି ଖଟକୁ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବଣ୍ଟାଯାଇପାରିବ ?

(b) TRIANGLE ଶବ୍ଦର ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରିବ ?

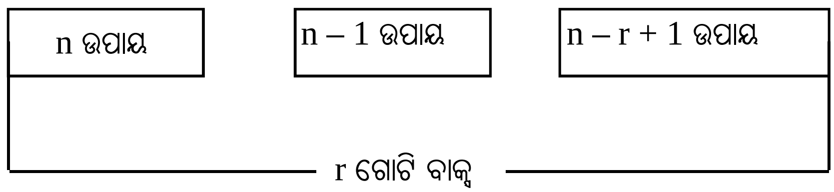
(c) 1, 2, 3, 4 କୁ ନେଇ କେତୋଟି ଚାରି ଅଙ୍କବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଗଠନ କରିପାରିବ ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ସମସ୍ତ ଅଙ୍କ ପୃଥକ ପୃଥକ ହେବ ।

## 7.3 n ଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସ (Permutation of r objects out of n objects)

ମନେକର ତୁମ ପାଖରେ 5 ଟି ଗପବହି ଅଛି ଏବଂ ତୁମେ ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ, ଆଶା, ଅକ୍ତର ଓ ଯଶବିନ୍ଦରକୁ ଦେବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଛ । ତୁମେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ କରିପାରିବ ? ତୁମେ ପାଞ୍ଚଟି ପୁସ୍ତକ ମଧ୍ୟରୁ

ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ଆଶାକୁ ଦେଇପାର । ଏହାପରେ, ଅବଶିଷ୍ଟ ଚାରୋଟି ପୁସ୍ତକରୁ କୌଣସି ପୁସ୍ତକ ଅକ୍ତାରକୁ ଦେଇପାର । ଏହାପରେ, ଅବଶିଷ୍ଟ ତିନିଗୋଟି ପୁସ୍ତକ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ପୁସ୍ତକ ଯସ୍‌ବିନ୍ଦରକୁ ଦେଇପାର । ଏଣୁ ଗଣନନୀତି ଅନୁସାରେ, ତୁମେ ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକୁ $5 \times 4 \times 3 = 60$ ଟି ଉପାୟରେ ବାଣ୍ଟି ପାରିବ ।

ଅଧିକ ବ୍ୟାପକ ଭାବରେ, ମନେକର ତୁମେ n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ଟି ବସ୍ତୁକୁ ସଜାଇବାକୁ ଚାହଁ । ତୁମେ କେତୋଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏହା କରିପାରିବ, ଆସ ଆମେ ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ ନିମ୍ନଉପାୟରେ କରିବା । ମନେକର, ତୁମର n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ଅଛି ଏବଂ ତୁମେ ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ r ଟି ବାକ୍ସରେ ରଖିବାକୁ ଚାହଁ, ଯେପରିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାକ୍ସରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ରହିବ ।




**ଚିତ୍ର 7.1**

ମନେକର ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସ ଅଛି, $r = 1$ । ତୁମେ n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିକୁ ଏହା ଭିତରେ ରଖି ପାରିବ । ଏହାକୁ n ଟି ଉପାୟରେ କରିପାରିବ । ମନେକର ଦୁଇଟି ବାକ୍ସ ଅଛି, $r = 2$ । ପ୍ରଥମ ବାକ୍ସରେ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ରଖିପାରିବ ଏବଂ ପରେ, ଦ୍ୱିତୀୟ ବାକ୍ସଟି ଅବଶିଷ୍ଟ $n - 1$ ଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱାରା ପୂରଣ କରିପାରିବ । ସେହିପରି 3 ଟି ବାକ୍ସକୁ $n (n - 1) (n - 2)$ ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

ସାଧାରଣ ଭାବରେ, ଆମ ପାଖରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉପପାଦ୍ୟ ଅଛି ।

**ଉପପାଦ୍ୟ 7.2** n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସ ହେଉଛି $n (n - 1) \ldots (n - r + 1)$

n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସକୁ ସାଧାରଣତଃ ${}^nP_r$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

ଏହିପରି ${}^nP_r = n (n - 1) (n - 2) \ldots (n - r + 1) \ldots \qquad (7.4)$

**ପ୍ରମାଣ :** ମନେକର ଆମକୁ n ସଂଖ୍ୟକ ଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ ସଜାଇବାକୁ ହେବ । ପ୍ରକୃତରେ, ଏହା n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରେ ରଖି r ଟି ସ୍ଥାନକୁ ପୂରଣ କରିବା ସହ ସମାନ ।

ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାନ n ଟି ଭିନ୍ନ ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଏହା କରିବା ପରେ, ଅବଶିଷ୍ଟ $(n - 1)$ ଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିକୁ ନେଇ ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହା $(n - 1)$ ଉପାୟରେ ସମ୍ଭବ । ଏହିପରି ତୃତୀୟସ୍ଥାନ $(n - 2)$ ଟି ଉପାୟରେ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ ଏହିପରି କରିଚାଲିବା ଯେତେବେଳ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଶେଷସ୍ଥାନ ପୂରଣ ନହୋଇଛି । ଏତେବେଳ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ $r - 1$ ଟି ସ୍ଥାନ ପୂରଣ ହୋଇସାରିଛି । ଏଣୁ ଆମ ପାଖରେ $[n - (r - 1)]$ ଅର୍ଥାତ୍ $(n - r + 1)$ ବସ୍ତୁ ଅଛି ଏବଂ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଦ୍ୱାରା r ତମ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରାଯାଇପାରେ । ଏହା $(n - r + 1)$ ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ଗଣନ ନୀତି ଦ୍ୱାରା, n ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $n (n - 1) (n - 2) \ldots (n - r + 1)$

**ଉଦାହରଣ 7.9** **ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :** (a) ${}^4P_2$ (b) ${}^6P_3$ (c) $\dfrac{{}^4P_3}{{}^3P_2}$ (d) ${}^6P_3 \times {}^5P_2$

**ସମାଧାନ :** (a) ${}^4P_2 = 4 (4 - 1) = 4 \times 3 = 12$

(b) ${}^6P_3 = 6 (6 - 1) (6 - 2) = 6 \times 5 \times 4 = 120$

(c) $\frac{{}^4P_3}{{}^3P_2} = \frac{4(4-1)(4-2)}{3(3-1)} = \frac{4\times3\times2}{3\times2} = 4$

(d) ${}^6P_3 \times {}^5P_2 = 6\,(6-1)\,(6-2) \times 5\,(5-1)$

$= 6 \times 5 \times 4 \times 5 \times 4 = 2400$

**ଉଦାହରଣ 7.10** ଯଦି ତୁମ ପାଖରେ 6 ଟି ନୂଆବର୍ଷ ଶୁଭେଚ୍ଛାପତ୍ର ଅଛି ଏବଂ ତୁମେ ନିଜର 4 ଜଣ ମିତ୍ରଙ୍କୁ ଶୁଭେଚ୍ଛା ପତ୍ର ପଠାଇବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଛ, ତେବେ ଏହା କେତୋଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରିବ ।

**ସମାଧାନ :** ଆମକୁ 6 ଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଟି ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସର ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏହି ସଂଖ୍ୟା ${}^6P_4 = 6\,(6-1)\,(6-2)\,(6-3) = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

ଏଣୁ ଶୁଭେଚ୍ଛାପତ୍ର 360 ଟି ଉପାୟରେ ପଠାଯାଇପାରିବ ।

${}^nP_r$ ର ସୂତ୍ର, ଅର୍ଥାତ୍

${}^nP_r = n\,(n-1) \ldots (n-r+1)$ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କର ।

ଏହାକୁ $n\,!$ ର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟରୁ $n-r,\ n-r-1,\ \ldots\ 2,\ 1$ କୁ ଅପସାରଣ କଲେ ମିଳିପାରିବ ।

ଏହି ପଦଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ $= (n-r)\,(n-r+1) \ldots 2\times1 = (n-r)\,!$

ଏବେ $\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)(n-r)\ldots2\times1}{(n-r)(n-r-1)\ldots2\times1}$

$= n\,(n-1)\,(n-2) \ldots (n-r+1)$

$= {}^nP_r$

ଏଣୁ ଫାକ୍ଟୋରିଆଲ ସଂକେତ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ଆମେ ଏହାକୁ

${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ରୂପେ ଲେଖିପାରିବା । ... (7.5)

**ଉଦାହରଣ 7.11** ${}^nP_0$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ଏଠାରେ $r = 0$

ସମ୍ବନ୍ଧ 7.5 ଦ୍ୱାରା ${}^nP_0 = \frac{n!}{n!} = 1$

**ଉଦାହରଣ 7.12** ଦର୍ଶାଅ ଯେ $(n+1)\,{}^nP_r = {}^{n+1}P_{r+1}$ ଅଟେ ।

**ସମାଧାନ :** $(n+1) \times {}^nP_r = (n+1)\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{(n+1)n!}{(n-r)!}$

$= \frac{(n+1)!}{[(n+1)-(r+1)]!}$ [n – r କୁ [ (n + 1) – (r + 1)] ରୂପରେ ଲେଖିଲେ

$= {}^{n+1}P_{r+1}$ (ସଂଜ୍ଞାଦ୍ୱାରା)

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.4

1. (a) ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (i) ${}^4P_2$ (ii) ${}^6P_3$ (iii) $\frac{{}^4P_3}{{}^3P_2}$ (iv) ${}^6P_3 \times {}^5P_2$ (v) ${}^nP_n$

   (b) ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ମିଥ୍ୟା ।

   (i) $6 \times {}^5P_2 = {}^6P_2$ (ii) $4 \times {}^7P_3 = {}^7P_4$

   (iii) ${}^3P_2 \times {}^4P_2 = {}^{12}P_4$ (iv) ${}^3P_2 + {}^4P_2 = {}^7P_4$

2. (a)(i) ଇଂରାଜୀରେ 3 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଯେଉଁଥିରେ କୌଣସି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ନାହିଁ ?

   (ii) ଇଂରାଜୀରେ 3 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ ଶବ୍ଦର ସର୍ବାଧିକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଯେଉଁଥିରେ ‘a’ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟକୌଣସି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ନାହିଁ ?

   (b) ମନେକର ତୁମର ଦୁଇଟି ଖଟ ଓ 5 ଟି ବିଛଣା ଚଦର ଅଛି । ତୁମେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ବିଛଣା ଚଦରଗୁଡ଼ିକୁ ଖଟରେ ବିଛାଇବ ?

   (c) ତୁମ ପାଖରେ 7 ଟି ଗ୍ରୀଟିଂକାର୍ଡ ଅଛି ଓ ତୁମେ 4 ଜଣ ବନ୍ଧୁଙ୍କ ପାଖକୁ ଗ୍ରୀଟିଂ ପଠାଇବାକୁ ଚାହୁଁଛ । ତୁମେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏହା କରିପାରିବ ?

3. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ${}^nP_{n-1} = {}^nP_n$

4. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, $(n - r)\, {}^nP_r = {}^nP_{r+1}$

## 7.4 କିଛି ସର୍ତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଗତ ବିନ୍ୟାସ (Permutations under some conditions)

ଏବେ ଆମେ ବିନ୍ୟାସ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କିଛି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ଯେଉଁଥିରେ କିଛି ଅତିରିକ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅଛି ।

**ଉଦାହରଣ 7.13** ମନେକର 7 ଜଣ ଛାତ୍ର ହଷ୍ଟେଲ୍‌ରେ ଥିବା ଏକ ହଲ୍‌ରେ ରହନ୍ତି ଏବଂ ସେମାନଙ୍କୁ 7 ଟି ଖଟ ଦିଆଯାଇଛି । ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରବୀଣ, ଅଞ୍ଜୁର ଖଟ ପାଖରେ ଥିବା ଖଟ ଖଟକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାକୁ ଚାହେଁ ନାହିଁ, କାରଣ ଅଞ୍ଜୁ ଘୁଙ୍ଗୁଡ଼ି ମାରେ ।

ତୁମେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ଖଟ ବାଣ୍ଟି ପାରିବ ।

**ସମାଧାନ :** ମନେକର ଖଟ ଗୁଡ଼ିକୁ 1 ରୁ 7 ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନଟ କରାଯାଇଛି । ଖଟ ନଂ 2 ଦିଆଯିବ

**ପରିସ୍ଥିତି –1 :** ଯଦି ଅଞ୍ଜୁକୁ ଖଟ ନଂ - 1 ଦିଆଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରବୀଣକୁ ଖଟ ନଂ 2 ଦିଆଯିବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ପ୍ରବୀଣକୁ ଅବଶିଷ୍ଟ 5ଟି ଖଟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଦିଆଯିବ । ଏହି କାର୍ଯ୍ୟ 5 ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରିବ । ପ୍ରବୀଣ ଖଟ ପାଇ ସାରିବା ପରେ ଅବଶିଷ୍ଟ 5 ଜଣ ବଳକା 5ଟି ଖଟକୁ 5! ପ୍ରକାରେ ପାଇବେ । ଏଣୁ ଖଟ ବାଣ୍ଟିବା କାର୍ଯ୍ୟ $5 \times 5! = 600$ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରିବ ।

**ପରିସ୍ଥିତି –2 :** ଅଞ୍ଜୁକୁ 7 ନମ୍ବର ଖଟ ଦିଆଗଲା । ଏଣୁ ପ୍ରବୀଣକୁ 6 ନମ୍ବର ଖଟ ଦେଇ ହେବ ନାହିଁ । ପରିସ୍ଥିତି 1 ପରି, ବଣ୍ଟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ 600 ।



**ପରିସ୍ଥିତି –3 :** ଅଞ୍ଜୁକୁ 2, 3, 4, 5 କିମ୍ବା 6 ନମ୍ବର ଖଟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଦିଆଯାଇଛି । ତେଣୁ ପ୍ରବୀଣକୁ ଅଞ୍ଜୁ ଖଟର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ବା ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱର ଖଟ ଦିଆଯାଇ ପାରିବ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ ଅଞ୍ଜୁକୁ 2 ନମ୍ବର ଖଟ ଦିଆଗଲେ, ପ୍ରବୀଣକୁ 1 ନମ୍ବର କିମ୍ବା 3 ନମ୍ବର ଖଟ ଦିଆଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ତେଣୁ ଏହି ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପ୍ରବୀଣ 4 ଟି ଉପାୟରେ ଖଟ ପାଇବ ।

ପ୍ରବୀଣକୁ ଖଟ ଦିଆଯିବା ପରେ, ଅନ୍ୟ ପାଞ୍ଚଜଣଙ୍କୁ 5! ଉପାୟରେ ଖଟ ଦିଆଯାଇପାରିବ ।

ତେଣୁ, ଏଗୁଡ଼ିକମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, $4 \times 5! = 480$ ଟି ଉପାୟରେ ଖଟ ବଣ୍ଟାଯାଇପାରେ ।

$\therefore$ ଖଟ ବଣ୍ଟନର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= (2 \times 600 + 5 \times 480)$

$= (1200 + 2400) = 3600$ ଟି ଉପାୟ ।

**ଉଦାହରଣ 7.14** ଜଣେ ପଶୁ ପ୍ରଶିକ୍ଷକ କେତୋଟି ଉପାୟରେ 5 ଟି ସିଂହ ଓ 4 ଟି ବାଘକୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ସଜାଇବ ଯେପରିକି କୌଣସି ଦୁଇଟି ସିଂହ ପାଖାପାଖି ରହିବେ ନାହିଁ ?

**ସମାଧାନ :** ପଶୁ ଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନ ପରି ସଜାଇବାକୁ ହେବ ।

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L | T | L | T | L | T | L | T | L |

ପାଞ୍ଚଟି ସିଂହଙ୍କୁ L ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ 5 ଟି ସ୍ଥାନରେ ରଖାଯିବ ।

ଏହାକୁ 5! ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ବାଘ 4 ଟି T ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ 4 ଟି ସ୍ଥାନରେ ରହିବେ ।

ଏହାକୁ 4! ଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ ।

ତେଣୁ, ସିଂହ ଓ ବାଘ $5! \times 4! = 2880$ ଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରିବେ ।

**ଉଦାହରଣ 7.15** ପରୀମାନଙ୍କ କାହାଣୀକୁ ନେଇ 4 ଟି ବହି, 5 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ଓ ଏବଂ 3 ଟି ନାଟକ ବହି ଅଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମେ ସଜାଇପାରିବ, ଯେପରିକି ପରୀ କାହାଣୀ ବହିଗୁଡ଼ିକ ଏକତ୍ର, ଉପନ୍ୟାସ ବହିଗୁଡ଼ିକ ଏକତ୍ର ଓ ନାଟକ ଗୁଡ଼ିକ ଏକତ୍ର ରହିବ ଏବଂ ବହିଗୁଡ଼ିକ ପରୀକାହାଣୀ, ଉପନ୍ୟାସ ଓ ନାଟକ ଏହି କ୍ରମରେ ରହିବ ।

**ସମାଧାନ :** ପରୀମାନଙ୍କ କାହାଣୀ ବହି 4 ଟି ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଏକା ସାଙ୍ଗରେ ରଖିବାକୁ ହେବ । ଏହା 4! ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ । ସେହିପରି 5 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ଅଛି ।

ଏଗୁଡ଼ିକୁ 5! ଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ ।

ପୁନଶ୍ଚ 3 ଟି ନାଟକ ବହି ଅଛି ।

ଏଗୁଡ଼ିକୁ 3! ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ ।

ଏଣୁ ଗଣନ ନୀତି ଅନୁସାରେ, ସବୁଗୁଡ଼ିକୁ ଏକା ସାଙ୍ଗରେ $4! \times 5! \times 3! = 17280$ ଟି ଉପାୟରେ ରଖାଯାଇପାରିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.16** ମନେକର ଉଦାହରଣ 7.15 ପରି 4 ଟି ପରୀ କାହାଣୀ ବହି, 5 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ଓ 3 ଟି ନାଟକ ବହି ଅଛି । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇବାକୁ ହେବ, ଯେପରିକି ପରୀ କାହାଣୀ ବହି ଏକାସଙ୍ଗରେ, ଉପନ୍ୟାସ, ଗୁଡ଼ିକ ଏକସଙ୍ଗରେ ଓ ନାଟକ ଗୁଡ଼ିକ ଏକାସଙ୍ଗରେ ରହିବ । କିନ୍ତୁ ଏବେ ଆମେ ଏଗୁଡ଼ିକୁ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ରଖିବା ନାହିଁ । କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏହା କରାଯାଇପାରେ ?

**ସମାଧାନ :** ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଆସ ମନେକରିବାଯେ ପରୀ-କାହାଣୀ ବହିଗୁଡ଼ିକ, ଉପନ୍ୟାସ ଗୁଡ଼ିକ ଓ ନାଟକ ଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁକୁ ସୂଚାନ୍ତି ।

ଏଇ ତିନିଗୋଟି ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସର ସଂଖ୍ୟା $3! = 6$

ଏହି ସଜ୍ଜୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଏବେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ନେବା । ଏହି ବିନ୍ୟାସର କ୍ରମ ହେଉ ଉପନ୍ୟାସ $\rightarrow$ ପରୀକାହାଣୀ $\rightarrow$ ନାଟକ ।

ଏହି କ୍ରମରେ ଥିବା ଅବସ୍ଥାରେ, ଉପନ୍ୟାସ ଗୁଡ଼ିକୁ $5! = 120$ ପ୍ରକାରେ, ପରୀକାହାଣୀ ଗୁଡ଼ିକୁ $4! = 24$ ଟି ପ୍ରକାରେ ଏବଂ 3 ଟି ନାଟକ ବହିକୁ $3! = 6$ ଟି ପ୍ରକାରେ ସଜାଇପାରିବା । ଏଇ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ, ମୋଟ ବିନ୍ୟାସ ସଂଖ୍ୟା $= 120 \times 24 \times 6 = 17280$

$\therefore$ 6ଟି ସମ୍ଭାବ୍ୟ କ୍ରମ ପାଇଁ, ମୋଟ୍‌ରେ $6 \times 17280 = 103680$ ଟି ବିନ୍ୟାସ ମିଳିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.17** କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ 4 ଜଣ ବାଳିକା ଓ 5 ଜଣ ବାଳିକଙ୍କୁ ଏକାଠି ଏକ ଧାଡ଼ିରେ ଠିଆ କରାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି 4 ଜଣ ବାଳିକା ଏକାଠି ରହିବେ ।

**ସମାଧାନ :** ମନେକର 4 ଜଣ ବାଳିକା ଗୋଟିଏ ଏକକ । ବର୍ତ୍ତମାନ 5 ଜଣ ବାଳକ ମିଶି 6 ଟି ଏକକ ରହିବ । ଏହିଗୁଡ଼ିକ 6! ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ । ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ୟାସରେ,

4 ଜଣ ବାଳିକା 4! ଉପାୟରେ ଠିଆ ହୋଇପାରିବେ ।

$\therefore$ ମୋଟ ବିନ୍ୟାସ ସଂଖ୍ୟା $= 6! \times 4!$

$= 720 \times 24$

$= 17280$

**ଉଦାହରଣ 7.18** 'BENGALI' ଶବ୍ଦର ଅକ୍ଷରଗଡ଼ିକୁ କେତେ ପ୍ରକାରରେ ସଜ୍ଜିତ କରାଯାଇପାରିବ, ଯଦି

(i) ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ଗୁଡ଼ିକ କେବେ ଏକାଠି ନହୁଅନ୍ତି ।

(ii) ଯଦି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନରେ ରହନ୍ତି ।

**ସମାଧାନ :** BENGALI ଶବ୍ଦରେ 7 ଟି ଅକ୍ଷର ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକମଧ୍ୟରୁ 3 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ଓ 4 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ।

(i) ମନେକର a, e, i ଏକତ୍ର ଗୋଟିଏ ଅକ୍ଷର, ଆମେ $4 + 1 = 5$ ଟି ଅକ୍ଷରକୁ 5! ଉପାୟରେ ସଜାଇପାରିବା ଯେଉଁଠି ସ୍ୱରଗୁଡ଼ିକ ଏକାଠି ରହିବ । ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣଗୁଡ଼ିକ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 3! ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରିବ ।

$\therefore$ ମୋଟ ଶବ୍ଦ ସଂଖ୍ୟା $= 5! \times 3!$

$= 120 \times 6 = 720$

(ii) ଏଠାରେ 4 ଟି ଅଯୁଗ୍ମସ୍ଥାନ ଓ 3 ଟି ଯୁଗ୍ମସ୍ଥାନ ଅଛି । 3 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ 4 ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ଥାନରେ ${}^4P_3$ ଟି ଉପାୟରେ ରହିପାରିବ ।

4 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ${}^4P_4$ ଉପାୟରେ ରହିପାରିବେ ।



$\therefore$ ମୋଟ ଶବ୍ଦ ସଂଖ୍ୟା $= {}^4P_3 \times {}^4P_4 = 24 \times 24$

$= 576$

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.5

1. ଶ୍ରୀ ଗୁପ୍ତା, ଶ୍ରୀମତୀ ଗୁପ୍ତା ଓ ତାଙ୍କର 4 ଜଣ ପିଲା ଏକାସଙ୍ଗରେ ରେଳ ଗାଡ଼ିରେ ଯାତ୍ରା କରୁଥିଲେ । ଏମାନଙ୍କୁ ଦୁଇ ତଳବର୍ଥ, ଦୁଇଟି ମଝିବର୍ଥ ଓ ଦୁଇଟି ଉପର ବର୍ଥ ଦିଆଯାଇଛି । ଶ୍ରୀଗୁପ୍ତା ଆଣ୍ଠୁ ଅପରେସନ ଯୋଗୁଁ ତଳବର୍ଥ ଓ ଶ୍ରୀମତୀ ଗୁପ୍ତା ଯାତ୍ରା ସମୟରେ ବିଶ୍ରାମ ପାଇଁ ଉପର ବର୍ଥ ଚାହାନ୍ତି । କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ପରିବାର ମଧ୍ୟରେ ବର୍ଥ ବଣ୍ଟା ଯାଇପାରିବ ?

2. UNBIASED ଶବ୍ଦଟିକୁ ବିଚାର କର । ଏଥିରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି କୌଣସି ଦୁଇଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ଏକା ସାଙ୍ଗରେ ରହିବ ନାହିଁ ?

3. 4 ଟି ଗଣିତ ବହି, 5 ଟି ଇଂରାଜୀ ବହି ଓ 6 ଟି ବିଜ୍ଞାନ ବହି ଅଛି । ଏହାକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇ ପାରିବ, ଯଦି ଏକାପ୍ରକାରର ପୁସ୍ତକ ଏକାଠି ରହେ ଏବଂ ଏହାର କ୍ରମ ଗଣିତ $\rightarrow$ ଇଂରାଜୀ $\rightarrow$ ବିଜ୍ଞାନ ହୁଏ ?

4. 3 ଟି ପଦାର୍ଥ ବିଜ୍ଞାନ ବହି, 4 ଟି ରସାୟନବିଜ୍ଞାନ ବହି, 5 ଟି ଉଦ୍ଭିଦ ବିଜ୍ଞାନ ବହି ଓ 3 ଟି ପ୍ରାଣୀବିଜ୍ଞାନ ବହି ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ତୁମେ କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ସଜାଇପାରିବ ଯେପରି ଗୋଟିଏ ବିଷୟର ବହି ପାଖାପାଖି ରହିବ ?

5. 4 ବାଳକ ଓ 3 ବାଳିକା କୁ 7 ଟି ଚୌକିରେ ଆମକୁ ଏପରି ବସାଇବାକୁ ହେବ, ଯେପରି ଦୁଇଜଣ ବାଳକ ଏକାଠି ବସିବେ ନାହିଁ । ଏହାକୁ କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ ?

6. ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ 'TENDULKAR' ଶବ୍ଦରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ କେତୋଟି ବିନ୍ୟାସ କରିହେବ ।
   (i) T ରେ ଆରମ୍ଭ ଓ R ରେ ଶେଷ ହେଉଥିବ ।
   (ii) ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ସର୍ବଦା ଏକାଠି ରହିବ ।
   (iii) ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ କେବେ ଏକାଠି ରହିବ ନାହିଁ ।

## 7.5 ସଂଯୋଗ (Combination)

ଆସ ଉପକ୍ରମରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସାର୍ଟ ଓ ପ୍ୟାଣ୍ଟ ସମ୍ପର୍କୀୟ ଉଦାହରଣ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ମନେକର ତୁମ ପାଖରେ 4 ସେଟ୍ ସାର୍ଟ ଓ ପ୍ୟାଣ୍ଟ ଅଛି । ଯେବେ ତୁମେ ଯାତ୍ରାରେ ଯାଉଛ, ତେବେ ତୁମେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ସାର୍ଟ ଓ ପ୍ୟାଣ୍ଟ ନେବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଛ । ଏହି କାର୍ଯ୍ୟକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ କରିପାରିବ ?

ମନେକର ଯୋଡ଼ା ଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ $S_1, S_2, S_3, S_4$ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରିବା । ତେବେ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ା ବାଛିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଆମେ ନିମ୍ନ ଉପାୟରେ କରିପାରିବା ।

| | | |
|---|---|---|
| 1. $\{S_1, S_2\}$ | 2. $\{S_1, S_3\}$ | 3. $\{S_1, S_4\}$ |
| 4. $\{S_2, S_3\}$ | 5. $\{S_2, S_4\}$ | 6. $\{S_3, S_4\}$ |

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ, $\{S_1, S_3\}$ ଓ $\{S_2, S_1\}$ ଉଭୟ ସମାନ । ଏଣୁ ତୁମେ ତୁମ ସଙ୍ଗରେ ନେବା ପାଇଁ ଚାହୁଁଥିବା ଦୁଇଯୋଡ଼ାର ଚୟନ 6ଟି ଉପାୟରେ ହୋଇପାରେ । ଅବଶ୍ୟ ଯଦି ତୁମ ପାଖରେ 10 ଯୋଡ଼ା ଥାଆନ୍ତା ଓ ତୁମେ 7 ଯୋଡ଼ା ନେବା ପାଇଁ ଚାହାଁନ୍ତ, ତେବେ ଉପରେ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା କଠିନ ହୋଇଥାନ୍ତା ।

ଏବେ ତୁମେ 4 ଯୋଡ଼ାରୁ 2 ଯୋଡ଼ା ସୋମବାର ଓ ମଙ୍ଗଳବାର ଏହି ଦୁଇ ଦିନରେ ପିନ୍ଧିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଚାହିଁବ । ଏକ୍ଷେତ୍ରରେ ପିନ୍ଧିବାର କ୍ରମ ମଧ୍ୟ ତୁମ ପାଇଁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ । ଆମେ 7.3 ବିଭାଗରୁ ଏହା ଜାଣୁ ଯେ, ଉପରିସ୍ଥ କାର୍ଯ୍ୟଏହା $^4P_2 = 12$ ଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରେ । କିନ୍ତୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ 4 ଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇ ଯୋଡ଼ାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚୟନ ତୁମଙ୍କୁ ପିନ୍ଧିବାର ଦୁଇଟି ଉପାୟ ପ୍ରଦାନ କରେ, ଯେପରି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।

1. $\{S_1, S_2\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_1$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_2$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_2$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_1$
2. $\{S_1, S_3\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_1$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_3$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_3$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_1$
3. $\{S_1, S_4\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_1$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_4$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_4$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_1$
4. $\{S_2, S_3\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_2$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_3$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_3$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_2$
5. $\{S_2, S_4\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_2$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_4$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_4$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_2$
6. $\{S_3, S_1\} \rightarrow$ ସୋମବାରକୁ $S_3$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_1$ କିମ୍ବା, ସୋମବାରକୁ $S_4$ ଓ ମଙ୍ଗଳବାରକୁ $S_3$

ଏହିପରି ଚାରି ଯୋଡ଼ାରୁ 2 ଯୋଡ଼ାର ପିନ୍ଧିବାର ଉପାୟ 12 ଅଟେ ।

ନିମ୍ନ ଉପପାଦ୍ୟରୁ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ, ଏହି ଯୁକ୍ତି ବ୍ୟାପକ ରୂପରେ ମଧ୍ୟ ଲାଗୁ ହୋଇପାରେ ।

**ଉପପାଦ୍ୟ 7.3** ମନେକର $n \geq 1$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $r \leq n$ । ପୁନଶ୍ଚ ମନେକର n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ଚୟନର ସଂଖ୍ୟା $^nC_r$ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଏବେ

$$^nC_r = \frac{^nP_r}{r!} \qquad \dots (7.6)$$

**ପ୍ରମାଣ :** ଆମେ n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ $^nC_r$ ଟି ଉପାୟରେ ବାଛିପାରିବା । ବଛାଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଷ୍ଠୀକୁ r! ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ । ଏଣୁ ଗଣନନୀତି ଦ୍ୱାରା r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ ବାଛିବା ଓ ବଛାଯାଇଥିବା r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁକୁ $^nC_r \cdot r\,!$ ଟି ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରେ । ମାତ୍ର ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଭାବରେ ଏହା $^nP_r$ ଅଟେ । ଅନ୍ୟକଥାରେ
$^nP_r = r\,! \cdot {}^nC_r \qquad \dots (7.7)$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ r! ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଆମେ ଉପପାଦ୍ୟର ଫଳାଫଳ $^nC_r = \frac{^nP_r}{r!}$ ପାଇବା ।

ଆମେ ଏବେ ଏକ ଉଦାହରଣ ନେବା ଯାହା ତୁମକୁ $^nC_r$ ସହ ପରିଚିତ କରାଇବାରେ ସହାୟକ ହେବ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $^5C_2$ (b) $^5C_3$

(c) $^4C_3 + {}^4C_2$ (d) $\frac{^6C_3}{^4C_2}$

**ସମାଧାନ :** (a) $^5C_2 = \frac{^5P_2}{2!} = \frac{5 \times 4}{1 \times 2} = 10$ (b) $^5C_3 = \frac{^5P_3}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$

(c) $^4C_3 + ^4C_2 = \dfrac{^4P_3}{3!} + \dfrac{^4P_2}{2!} = \dfrac{4\times3\times2}{1\times2\times3} + \dfrac{4\times3}{1\times2} = 4 + 6 = 10$

(d) $^6C_3 = \dfrac{^6P_3}{3!} = \dfrac{6\times5\times4}{1\times2\times3} = 20$ ଏବଂ $^4C_2 = \dfrac{4\times3}{1\times2} = 6$

$\therefore \dfrac{^6C_3}{^4C_2} = \dfrac{20}{6} = \dfrac{10}{3}$

**ଉଦାହରଣ 7.20** ସେଟ୍ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11} ର 4 ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ଏଠାରେ ଉପାଦାନ ବାଛିବାର କ୍ରମ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନୁହଁ । ଏହା ହେଉଛି ସଂଯୋଗର ଏକ ପ୍ରଶ୍ନ ।

ଆମକୁ 11 ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ସେଟ୍‌ରୁ 4 ଟି ଉପାଦାନକୁ ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

**(7.6) ସମ୍ବନ୍ଧ ଦ୍ୱାରା 11 ଟି ଉପାଦାନରୁ 4 ଟି ଉପାଦାନ ବାଛିବା ପ୍ରକାର ହେଉଛି**

$$^{11}C_4 = \frac{11\times10\times9\times8}{1\times2\times3\times4} = 330$$

**ଉଦାହରଣ 7.21** ଏକ ବୃତ୍ତ ଉପରେ 12 ଟି ବିନ୍ଦୁ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କେତେଗୋଟି ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** 4 ଟି ବିନ୍ଦୁର ସେଟ୍ ଦ୍ୱାରା ଆମକୁ ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ ମିଳିପାରିବ । 12 ଟି ବିନ୍ଦୁରୁ 4 ଟିକୁ ବାଛିବାର ସଂଖ୍ୟା $^{12}C_4$= 495 ଅଟେ । ତେଣୁ ଆମେ 495 ଟି ଚତୁର୍ଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ପାରିବା ?

**ଉଦାହରଣ 7.22** ଏକ ବାକ୍ସରେ 5 ଟି କଳା, 3 ଟି ଧଳା ଓ 4 ଟି ଲାଲ କଲମ ଅଛି । କେତୋଟି ଉପାୟରେ 2 ଟି କଳା, 2 ଟି ଧଳା ଓ 2 ଟି ଲାଲ କଲମ ବାଛାଯାଇ ପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** 5 ଟି କଳା କଲମ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଗୋଟି କଳା କଲମ ଚୟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$$= {}^5C_2 = \frac{^5P_2}{2!} = \frac{5\times4}{1\times2} = 10$$

3 ଟି ଧଳା କଲମ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଟି ଧଳା କଲମ ଚୟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$$= {}^3C_2 = \frac{^3P_2}{2!} = \frac{3\times2}{1\times2} = 3$$

4 ଟି ଲାଲ କଲମ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଟି ଲାଲ କଲମ ଚୟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$$= {}^4C_2 = \frac{^4P_2}{2!} = \frac{4\times3}{1\times2} = 6$$



$\therefore$ ଗଣନ ନୀତି ଦ୍ୱାରା 2 ଟି କଳା କଲମ, 2 ଟି ଧଳା କଲମ ଓ 2 ଟି ଲାଲ କଲମ ଚୟନ କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $10 \times 3 \times 6 = 180$

**ଉଦାହରଣ 7.23** ଏକ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରରେ 10 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଏହାକୁ ଦୁଇଭାଗ A ଓ B ରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ 5 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଏକ ପରିକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ମୋଟ୍ ଉପରେ 6 ଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର କରିବାକୁ ହେବ, ଯେଉଁଥିରେ ଭାଗ A ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ 2 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଏବଂ ଭାଗ B ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ 2 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଉତ୍ତର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ପ୍ରଶ୍ନ ଚୟନ କରିପାରିବ ଯଦି ସେ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଠିକ୍ ଉତ୍ତର ଦେବାରେ ସମର୍ଥ ହେଉଥାଏ ?

**ସମାଧାନ :** ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀକୁ ମୋଟ 6 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଚୟନ କରିବାକୁ ହେବ, ଯେଉଁଥିରେ ଭାଗ A ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଓ ଭାଗ B ରୁ ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି ଥିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ନିମ୍ନ ଉପାୟରେ ଚୟନ କରିପାରେ ।

| | **ଭାଗ A** | **ଭାଗ B** |
|---|---|---|
| (i) | 2 | 4 |
| (ii) | 3 | 3 |
| (iii) | 4 | 2 |

ଚୟନ (i) କୁ ଅନୁସରଣ କଲେ, ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^5C_2 \times {}^5C_4 = 10 \times 5 = 50$

ଚୟନ (ii) କୁ ଅନୁସରଣ କଲେ, ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^5C_3 \times {}^5C_3 = 10 \times 10 = 100$

ଚୟନ (iii) କୁ ଅନୁସରଣ କଲେ, ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^5C_4 \times {}^5C_2 = 5 \times 10 = 50$

$\therefore$ ମୋଟ ଚୟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $50 + 100 + 50 = 200$

**ଉଦାହରଣ 7.24** 6 ଜଣ ପୁରୁଷ ଓ 4 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ କମିଟି ଗଠନ କରିବାକୁ ହେବ । ଏହା କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରିବ ?

(i) ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଜଣ ମହିଳା କମିଟିରେ ରହିବେ ।

(ii) ସର୍ବାଧିକ ଦୁଇ ଜଣ ମହିଳା କମିଟିରେ ରହିବେ ।

**ସମାଧାନ :** (i) ଯେତେବେଳେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଜଣ ମହିଳା ରହିବେ

(a) 3 ଜଣ ମହିଳା ଓ 2 ଜଣ ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^4C_3 \times {}^6C_2$

ବା, (b) 4 ଜଣ ମହିଳା ଓ 1 ଜଣ ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^4C_4 \times {}^6C_1$

ବା, (c) 2 ଜଣ ମହିଳା ଓ 3 ଜଣ ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ${}^4C_2 \times {}^6C_3$

$\therefore$ କମିଟି ଗଠନ କରିବାର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$= {}^4C_3\, {}^6C_2 + {}^4C_4 \cdot {}^6C_1 + {}^4C_2 \cdot {}^6C_3$

$= 6 \times 20 + 4 \times 15 + 1 \times 6$

$= 60 + 6 + 120 = 186$



(ii) କମିଟିରେ ଏବେ ସର୍ବାଧିକ 2 ଜଣ ମହିଳା ରହିବେ ।

(a) 2 ଜଣ ମହିଳା ଓ 3 ଜଣ ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ${}^4C_2 \cdot {}^6C_3$

ବା,(b) 1 ଜଣ ମହିଳା ଓ 4 ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା = ${}^4C_1\ {}^6C_4$

ବା,(c) 5 ଜଣ ପୁରୁଷ ରହିପାରନ୍ତି । ଏହା କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା = ${}^6C_5$

$\therefore$ କମିଟି ଗଠନ କରିବାର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$= {}^4C_2 \cdot {}^6C_3 + {}^4C_1\ {}^6C_4 + {}^6C_5$

$= 6 \times 20 + 4 \times 15 + 6 = 120 + 60 + 6 = 186$

**ଉଦାହରଣ 7.25** ଭାରତୀୟ କ୍ରିକେଟ ଦଳରେ 16 ଜଣ ଖେଳାଳି ଅଛନ୍ତି । ଏଥିରେ ଦୁଇଜଣ ୱିକେଟ କିପର ଓ ପାଞ୍ଚଜଣ ବୋଲର ଅଛନ୍ତି । ଏକ କ୍ରିକେଟ୍ ଏକାଦଶର 11 ଜଣ ଖେଳାଳି କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ଚୟନ କରାଯାଇପାରେ, ଯେପରି କି ଜଣେ ୱିକେଟ କିପର୍ ଓ ଅତିକମ୍‌ରେ 4 ଜଣ ବୋଲର ବଛାଯାଇପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** ଆମେ 11 ଜଣେ ଖେଳାଳି ବାଛିବା ଯେଉଁମାନଙ୍କ ଭିତରେ ଜଣେ ୱିକେଟ କିପର ଓ 4 ଜଣ ବୋଲର ଅଥବା, ଜଣେ ୱିକେଟ୍ କିପର ଓ 5 ଜଣ ବୋଲର ଥିବେ ।

ଜଣେ ୱିକେଟ କିପର, 4 ଜଣ ବୋଲର ଏବଂ 6 ଜଣ ଅନ୍ୟ ଖେଳାଳି ଖେଳାଳୀଙ୍କୁ ବାଛିବା ପାଇଁ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^2C_1 \,.\, {}^5C_4 \,.\, {}^9C_6$

$$= 2 \times \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 2 \times 5 \times \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 840$$

ଜଣେ ୱିକେଟ କିପର, 5 ଜଣ ବୋଲର ଏବଂ 5 ଜଣ ଅନ୍ୟ ଖେଳାଳି ବାଛିବା ପାଇଁ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= {}^2C_1 \cdot {}^5C_5 \cdot {}^9C_5$

$$= 2 \times 1 \times \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 2 \times 1 \times \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

$\therefore$ ଦଳ ବଛାଯିବାର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$= 840 + 252 = 1092$

ମଡ୍ୟୁଲ-I
ବୀଜଗଣିତ

ଟିପ୍ପଣୀ

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.6

1. (a) ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ${}^{13}C_3$ (ii) ${}^{9}C_5$ (iii) ${}^{8}C_2 + {}^{8}C_3$ (iv) $\frac{{}^{9}C_3}{{}^{6}C_3}$

(b) ନିମ୍ନ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସତ୍ୟ ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ମିଥ୍ୟା ପରୀକ୍ଷା କର :

(i) ${}^{5}C_2 = {}^{5}C_3$ (ii) ${}^{4}C_3 \times {}^{3}C_2 = {}^{12}C_6$

(iii) ${}^{4}C_2 + {}^{4}C_3 = {}^{8}C_5$ (iv) ${}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = {}^{11}C_3$

2. ସେଟ୍ {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, .... 23} ର ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 3 ।

3. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଉପରେ 14 ଟି ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥିତ । ଏହି ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରି କେତୋଟି ପଞ୍ଚଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ?

4. ଏକ ଫଳ ଝୁଡ଼ି 5 ଟି ସେଓ, 7 ଟି ବରକୋଳି ଏବଂ 11 ଟି କମଳା ଅଛି । ଝୁଡ଼ିରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ଫଳରୁ ତୁମକୁ 3 ଟି ଲେଖାଏଁ ଉଠାଇବାକୁ ହେବ । ତୁମେ କେତୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମ ପସନ୍ଦ କରିପାରିବ ?

5. ଏକ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ର ଯେଉଁଥିରେ 12 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ଭାଗ A ଓ B ରେ ଭାଗ କରାଯାଇଛି, ଯେଉଁଥିରେ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଟି ଓ 7 ଟି ପ୍ରଶ୍ନ ଅଛି । ଏକ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀକୁ ମୋଟ୍‌ରେ 6 ଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର କରିବାକୁ ହେବ, ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ 2 ଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେହି ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଚୟନ କରିପାରିବ ।

6. 5 ଜଣ ପୁରୁଷ ଓ 3 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 3 ଜଣଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ କମିଟି ଗଠନ କରିବାକୁ ହେବ । ଏହା କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି କମିଟିରେ

(i) ଠିକ୍ ଜଣେ ମହିଳା ରହିବ ?

(ii) ଅତିକମ୍‌ରେ ଜଣେ ମହିଳା ରହିବ ?

7. ଏକ କ୍ରିକେଟ୍ ଟିମ୍‌ରେ 17 ଜଣ ଖେଳାଳି ଅଛନ୍ତି, ଯେଉଁଥିରେ ଦୁଇଜଣ ଉ୍ୱିକେଟ୍ କିପର ଏବଂ 4 ଜଣ ବୋଲର ଅଛନ୍ତି । କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 11 ଜଣ ଖେଳାଳି ବଛାଯାଇପାରିବ, ଯଦି ଜଣେ ଉ୍ୱିକେଟ୍ କିପର ଓ ଅତିକମ୍‌ରେ ତିନି ଜଣ ବୋଲର ବଛାଯିବାକୁ ହୁଏ ?

8. 5 ଟି ଖାଲି ପଡ଼ିଥିବା ପଦବୀ ପୂରଣ ପାଇଁ, 25 ଜଣ ପ୍ରତ୍ୟାଶୀ ଆବେଦନପତ୍ର ଦେଇଥିଲେ । ଏହି ପ୍ରତ୍ୟାଶୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 7 ଜଣ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ସ୍ଥାନ ଓ 8 ଜଣ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପଛୁଆ ଜାତିର ପ୍ରତ୍ୟାଶୀ ଥିଲେ । ଯଦି ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଲାଗି 2 ଟି ସ୍ଥାନ ଓ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ପଛୁଆବର୍ଗ ପାଇଁ 1 ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ସୁରକ୍ଷିତ ଥାଏ, ତେବେ ପଦବୀଗୁଡ଼ିକ ପୂରଣ କରିବାର ମୋଟ୍ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

## 7.6 ${}^{n}C_r$ ର କେତେକ ସରଳ ଧର୍ମ (Some simple properties of ${}^{n}C_r$)

ଏହି ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ଆମେ ${}^{n}C_r$ ର କିଛି ସରଳ ଧର୍ମ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଯାହା ଏହାର ସହଗର ଅଭିକଳନକୁ ସରଳ କରିବ । ଆସ ଆମେ ପୁନର୍ବାର ଉପପାଦ୍ୟ 7.3 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକରିବା । 7.7 ସଂପର୍କକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ${}^{n}C_r$ ର ସୂତ୍ରକୁ ଏହି ପ୍ରକାର ଲେଖିପାରିବା : $nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$......(7·8)



**ଉଦାହରଣ 7.26** ${}^{n}C_0$ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

**ସମାଧାନ :** ଏଠାରେ r = 0 ଅଟେ ।

$$\therefore {}^{n}C_0 = \frac{n!}{0!\,n!} = \frac{1}{0!} = 1$$

କାରଣ ଆମେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରିଥିଲେ 0 ! = 1 :

ଉପପାଦ୍ୟ 7.3 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସୂତ୍ରକୁ ଆମେ ପୂର୍ବ ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥିଲେ । ଏବେ ଆମେ ଖୁବ୍ ଶୀଘ୍ର ଦେଖିପାରିବା ଯେ, ${}^{n}C_r$ ର କିଛି ଧର୍ମକୁ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଲାଗି ସମୀକରଣ 7.8 ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସୂତ୍ର ଲାଭଦାୟକ ହେବ ।

$${}^{n}C_r = {}^{n}C_{n-r} \ldots (7.9)$$

ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା, n ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ଚୟନର ଉପାୟଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ସହିତ, n ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ (n –r) ଟି ବସ୍ତୁକୁ ଚୟନ ନ କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ଅଟେ । ଉପକ୍ରମରେ ଆଲୋଚିତ ଉଦାହରଣ ର ଠିକ୍ ଏହି ଅର୍ଥ ହେଲା ଯେ 2 ଯୋଡ଼ା ବସ୍ତୁର ଚୟନର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ 4 – 2 = 2 ଯୋଡ଼ା ବସ୍ତୁ ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ ଅଟେ । ଉଦାହରଣ 7.20 ରେ ଥିବା ପରିସ୍ଥିତିର ଅର୍ଥ ହେଲା ଯେ 4 ଟି ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା, 8 ଟି ଉପାଦାନକୁ ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରିବା ତାହା । କାରଣ 4 ଟି ଉପାଦାନର ଏକ ବିଶେଷ ଉପସେଟ୍ ବାଛିବା କାର୍ଯ୍ୟ ସ୍ୱତଃ ହୋଇଯିବ ଯଦି ଆଠଟି ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଏହାର ପରିପୂରକ ସେଟ୍‌କୁ ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାନ କରାଯାଏ ।

ଆସ ଏବେ ଏହି ସଂପର୍କକୁ ସମୀକରଣ 7.8 ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ପ୍ରମାଣ କରିବା । ଏହି ସମୀକରଣର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ହରରେ r! (n –r)! ଅଛି ।

ଏହି ରାଶିର କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ, ଯଦି ଆମେ r ସ୍ଥାନରେ n – r ନେଉ (ଯେପରିକି ଦର୍ଶାଯାଇଛି) ।

$(n - r)!\,[n - (n - r)]! = (n - r)!\,r!$

ଲବ r ଠାରୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର । ଏଥିପାଇଁ ସମୀକରଣ 7.8 ରେ, r ସ୍ଥାନରେ (n – r) ନେଲେ ଆମକୁ (7.9) ର ଫଳାଫଳ ମିଳିବ ।

7.9 ସଂପର୍କଟି କେତେ ଲାଭ ଦାୟକ ଓ ବ୍ୟବହାର ଉପଯୋଗୀ ?

ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, ଏହି ସୂତ୍ରକୁ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ ${}^{100}C_{98}$ ର ମୂଲ୍ୟ ${}^{100}C_2$ ସହ ସମାନ ହେବ । ଦ୍ୱିତୀୟ ମୂଲ୍ୟର ଗଣନା ପ୍ରଥମ ତୁଳନାରେ ଖୁବ୍ ସହଜ ଅଟେ ।

**ଉଦାହରଣ 7.27** ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) ${}^{7}C_5$ (c) ${}^{10}C_9$

(b) ${}^{11}C_9$ (d) ${}^{12}C_9$

**ସମାଧାନ :** (a) ସଂପର୍କରୁ ପାଇବା

$${}^{7}C_5 = {}^{7}C_{7-5} = \frac{7 \times 6}{1 \times 2} = 21$$

(b) ସେହିପରି ${}^{10}C_9 = {}^{10}C_{10-9} = {}^{10}C_1 = 10$

(c) $${}^{11}C_9 = {}^{11}C_{11-9} = {}^{11}C_2 = \frac{11 \times 10}{1 \times 2} = 55$$

(d) $${}^{12}C_{10} = {}^{12}C_{12-10} = {}^{12}C_2 = \frac{12 \times 11}{1 \times 2} = 66$$

${}^{n}C_r$ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ହୋଇପାରୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ଖୁବ୍ ଉପଯୋଗୀ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅଛି । ତାହା ହେଉଛି

$${}^{n-1}C_{r-1} + {}^{n-1}C_r = {}^{n}C_r \quad \ldots (7.10)$$

$${}^{n-1}C_{r-1} + {}^{n-1}C_r = \frac{(n-1)!}{(n-r)!(r-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!r!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r)(n-r-1)!(r-1)!} + \frac{(n-1)!}{r(n-r-1)!(n-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!(r-1)}\left[\frac{1}{n-r} + \frac{1}{r}\right]$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-r-1)!(r-1)!}\left[\frac{n}{(n-r)r}\right]$$

$$= \frac{n(n-1)!}{(n-r)(n-r-1)!r(r-1)!}$$

$$= \frac{n!}{(n-r)!r!} = {}^{n}C_r$$

**ଉଦାହରଣ 7.28** ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) ${}^{6}C_2 + {}^{6}C_1$ (b) ${}^{8}C_2 + {}^{8}C_1$

(c) ${}^{5}C_3 + {}^{5}C_2$ (d) ${}^{10}C_2 + {}^{10}C_3$

**ସମାଧାନ :** (a) ଆସ $n = 7$ ଏବଂ $r = 2$ ନେଇ (7.10) ସମ୍ବନ୍ଧ ବ୍ୟବହାର କରିବା ।

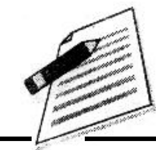
ଫଳରେ ${}^{6}C_2 + {}^{6}C_1 = {}^{7}C_2 = 21$

(b) ଏଠାରେ $n = 9, r = 2 \therefore {}^{8}C_2 + {}^{8}C_1 = {}^{9}C_2 = 36$

(c) ଏଠାରେ $n = 6, r = 3 \therefore {}^{5}C_3 + {}^{5}C_2 = {}^{6}C_3 = 20$

(d) ଏଠାରେ $n = 11, r = 3 \therefore {}^{10}C_2 + {}^{10}C_3 = {}^{11}C_3 = 165$

ସମ୍ବନ୍ଧ 7.10 କୁ ଭଲଭାବରେ ବୁଝିବା ପାଇଁ, ଆସ ପୁନର୍ବାର ଉଦାହରଣ 7.20 କୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା । ଏହି ଉଦାହରଣରେ, ଆମକୁ ସେଟ୍ {1, 2, 3, 4 ... 11}ର ଉପସେଟ୍ ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା କଳନା କରିବାକୁ ହୁଏ । ଏହାକୁ ଆମେ ଦୁଇ ପ୍ରକାରରେ ଉପ ବିଭାଜିତ କରିବା । ଗୋଟିଏ ଭାଗରେ ଏକ ବିଶେଷ ଉପାଦାନ ରହିପାରେ, ମନେକର 1 ଏବଂ ଅନ୍ୟଭାଗ, ଯେଉଁଥିରେ 1 ନାହିଁ । ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଥିରେ 4 ଟି ଉପାଦାନ ଅଛି ଏବଂ 1 ଏହାର ଏକ ଉପାଦାନ ଅଟେ, ତାହା, ସେଟ୍ {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11} ର 3 ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ।





ଏଠାରେ $^{10}C_3$ ସଂଖ୍ୟକ ଏଭଳି ଉପସେଟ୍ ଅଛି । 4 ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଥିରେ ଉପାଦାନ 1 ନାହିଁ, ତାହା ସେଟ୍ $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ର 4 ଟି ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ । ଏହା $^{10}C_4$ ଅଟେ । ତେଣୁ ସେଟ୍ $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ର ଚାରି ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା $^{10}C_3 + {}^{10}C_4$ । କିନ୍ତୁ ଆମେ ଉଦାହରଣରେ ଦେଖିଥିଲେ ଯେ ଏହା $^{11}C_4$ । ତେଣୁ $^{10}C_3 + {}^{10}C_4 = {}^{11}C_4$ । ଏହି ଯୁକ୍ତି n ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ସେଟ୍‌ର r ସଂଖ୍ୟକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଉପସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଏହି ସମ୍ବନ୍ଧ **Blaise Pascal** ନାମକ ଜଣେ ଫରାସୀ ଗଣିତଜ୍ଞ ଲକ୍ଷ୍ୟକରିଥିଲେ ଏବଂ ଏହାକୁ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଆକୃତିରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରିଥିଲେ । ତେଣୁ ଏହାକୁ **ପାସ୍କାଲ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହାଯାଏ ।

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n = 0 | | | | | | 1 | | | | | |
| n = 1 | | | | | 1 | | 1 | | | | |
| n = 2 | | | | 1 | | 2 | | 1 | | | |
| n = 3 | | | 1 | | 3 | | 3 | | 1 | | |
| n = 4 | | 1 | | 4 | | 6 | | 4 | | 1 | |
| n = 5 | 1 | | 5 | | 10 | | 10 | | 5 | | 1 |

ପ୍ରଥମ ପଙ୍‌କ୍ତିରେ ଗୋଟିଏ ଉପାଦାନ $^0C_0 = 1$ ଅଛି । ଦ୍ୱିତୀୟ ପଙ୍‌କ୍ତିରେ $^1C_0$ ଏବଂ $^1C_1$ ଅଛି । ତୃତୀୟ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖିବାର ନିୟମ ନିମ୍ନ ପରି ହେବ । ପୂର୍ବ ପଙ୍‌କ୍ତିର ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପଦକୁ ଯୋଗ କର ଓ ଯୋଗଫଳକୁ ଦୁଇ କ୍ରମିକ ପଦ ମଧ୍ୟରେ ଲେଖ । ଯେତେ ଗୋଟି ଯୋଡ଼ା ସମ୍ଭବ, ସେତେ ଗୋଟି ବ୍ୟବହାର କରିସାରିବା ପରେ, 1 କୁ ପଙ୍‌କ୍ତିର ଆରମ୍ଭ ଓ ଶେଷରେ ଲେଖ । ଉଦାହରଣସ୍ୱରୂପ, ତୃତୀୟ ପଙ୍‌କ୍ତିଟି ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ମିଳିବ । ଦ୍ୱିତୀୟ ପଙ୍‌କ୍ତିରେ କେବଳ ଦୁଇଟି ଉପାଦାନ ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗ କଲେ 2 ହେବ । ଏବେ 2 ର ପୂର୍ବରୁ ଓ ପରେ 1 ଲେଖିଦିଅ । ଚତୁର୍ଥ ପଙ୍‌କ୍ତି ପାଇଁ, ଆମ ପାଖରେ $1 + 2 = 3$, $2 + 1 = 3$ ଅଛି ଏବଂ ଆମେ $1 + 2 = 3$, $2 + 1 = 3$ ରଖିବା । ଏହାର ପୂର୍ବରୁ ଓ ପରେ 1 ରଖିବା । ଏଠାରେ ଆମେ ସମ୍ବନ୍ଧ (7, 10) କୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $^2C_0$, $^2C_1$, $^2C_2$ ରୁ $^3C_1$, $^3C_2$ କୁ ପାଇବାକୁ ସମର୍ଥ ହେଲେ । ସବୁଠାରୁ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ କଥା ହେଉଛି ଯେ କେବଳ ଯୋଗକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଆମେ ଏହାକୁ ପାଇବାକୁ ସମର୍ଥ ହେଲେ ।

ଦ୍ୱିପଦ ପ୍ରମେୟର ସହଗ ରୂପରେ ସଂଖ୍ୟା $^nC_r$ ମିଳିଥାଏ । ତେଣୁ ଏହାକୁ ଦ୍ୱିପଦ ସହଗ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ, ଯାହା ଆମେ 8 ମ ଅଧ୍ୟାୟରେ ଦେଖିବା । ବିଶେଷତଃ ଦ୍ୱିପଦ ଉପପାଦ୍ୟର ପ୍ରମାଣରେ 7.10 ଧର୍ମ ବ୍ୟବହାର କରାଯିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.29** ଯଦି $^nC_{10} = {}^nC_{12}$ ହୁଏ, ତେବେ n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

**ସମାଧାନ :** $^nC_r = {}^nC_{n-r}$ ବ୍ୟବହାର କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$n - 10 = 12$$

କିମ୍ବା, $n = 12 + 10 = 22$

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.7

1. (a) ${}^nC_{n-1}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ${}^nC_{n-1} = {}^nC_n$ କି ?

   (b) ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ${}^nC_n = {}^nC_0$ ।

2. ମାନ ନିଣ୍ଣୟ କର :

   (a) ${}^9C_5$ (b) ${}^{14}C_{10}$

   (c) ${}^{13}C_9$ (d) ${}^{15}C_{12}$

3. ମାନ ନିଣ୍ଣୟ କର :

   (a) ${}^7C_3 + {}^7C_2$ (b) ${}^8C_4 + {}^8C_5$

   (c) ${}^9C_3 + {}^9C_2$ (d) ${}^{12}C_3 + {}^{12}C_2$

4. ଯଦି ${}^{10}C_r = {}^{10}C_{2r+1}$ ହୁଏ, ତେବେ r ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଯଦି ${}^{18}C_r = {}^{18}C_{r+2}$, ତେବେ ${}^rC_5$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

## 7.7 ବିନ୍ୟାସ ଓ ସଂଯୋଗ ଉଭୟ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ସମସ୍ୟା

ଏବେ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ କେବଳ ବିନ୍ୟାସ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ କିମ୍ବା କେବଳ ସଂଯୋଗ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଅଧ୍ୟୟନ କରୁଥିଲେ । ଏହି ଅନୁଚ୍ଛେଦରେ, ଆମେ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଉପରେ ଆଲୋଚନା କରିବା, ଯେଉଁଥିରେ ଉଭୟ ଧାରଣା ଆବଶ୍ୟକ ହେଉଥିବ ।

**ଉଦାହରଣ 7.30** 5 ଟି ଉପନ୍ୟାସ 4 ଟି ଜୀବନୀ ଦିଆଯାଇଛି । ଗୋଟିଏ ଥାକରେ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ଓ 2 ଟି ଜୀବନୀକୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ସଜାଇ ରଖିହେବ ?

**ସମାଧାନ :** 5 ଟି ରୁ 4 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ${}^5C_4$ ଟି ଉପାୟରେ ଚୟନ କରିହେବ । ଏବଂ 4 ଟିରୁ 2 ଟି ଜୀବନୀ ${}^4C_2$ ଟି ଉପାୟରେ ବଛାଯାଇପାରିବ ।

ଉପନ୍ୟାସ ଓ ଜୀବନୀର ଚୟନ ସଂଖ୍ୟା ${}^5C_4 \times {}^4C_2 = 5 \times 6 = 30$, 30 ଗୋଟି ଉପାୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ଉପାୟରେ 6 ଟି ବହିକୁ ( 4 ଟି ଉପନ୍ୟାସ ଓ 2 ଜୀବନୀ ବଛାଯିବାପରେ, ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଥାକରେ ସଜ୍ଜିତ କରି ରଖାଯିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା = 6! = 720

ଗଣନନୀତି ଅନୁସାରେ, ବହି 6 ଟି କୁ ସଜାଇବାର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା $= 30 \times 720 = 21600$

**ଉଦାହରଣ 7.31** 5 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ 4 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରୁ 3 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଓ 2 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରାଯାଇପାରିବ ?

**ସମାଧାନ :** 5 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରୁ 3ଟିକୁ ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ${}^5C_3$ ଏବଂ 4 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଟି ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ${}^4C_2$ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚୟନ ସହ, 5 ଟି ଅକ୍ଷରକୁ ସଜାଇବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ${}^5P_5$ ଅଟେ ।

$\therefore$ ମୋଟ ଶବ୍ଦସଂଖ୍ୟା $= {}^5C_3 \times {}^4C_2 \times {}^5P_5$

$$= \frac{5\times4}{2\times1} \times \frac{4\times3}{2\times1} \times 5!$$

$$= 10 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7200$$

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.8

1. 5 ଟି ଗଣିତ ବହି, 4 ଟି ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନ ବହି ଓ 5 ଟି ରସାୟନବିଜ୍ଞାନ ବହି ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଟି ଗଣିତ, 3 ଟି ଭୌତିକବିଜ୍ଞାନ ଏବଂ 4 ଟି ରସାୟନ ବିଜ୍ଞାନ ବହିକୁ ନେଇ ତୁମେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ସଜ୍ଜିତ କରିପାରିବ, ଯଦି

   (a) ଏକା ବିଷୟର ବହି ଏକାଠି ରଖାଯାଏ, କିନ୍ତୁ ଗୋଟିଏ ବିଷୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ବହିଗୁଡ଼ିକର କ୍ରମର କୌଣସି ଗୁରୁତ୍ୱ ନଥାଏ ।

   (b) ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକୁ ବିଷୟ ଅନୁସାରେ ରଖାଯିବ ଓ ବିଷୟ ମଧ୍ୟରେ ପୁସ୍ତକର କ୍ରମର ଗୁରୁତ୍ୱ ଥିବ ।

2. 9 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଓ 5 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରୁ 4ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଓ 3 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ନେଇ 7 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ କେତେ ଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରାଯାଇ ପାରିବ ?

3. ତୁମେ ତୁମର 6 ଜଣ ସାଙ୍ଗଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଜଣେ ସାଙ୍ଗଙ୍କୁ ରାତ୍ରି ଭୋଜନ ପାଇଁ କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ଆମନ୍ତ୍ରଣ କରିପାରିବ ?

4. ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ଜଣେ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀ 4 ଗୋଟି ଭିନ୍ନ ବିଷୟରେ ସଫଳ ହେବା ଆବଶ୍ୟକ । ସେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ଅସଫଳ ହୋଇପାରନ୍ତି ।

## ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ :

- ଗଣନର ମୌଳିକ ନିୟମ(Fundamental Principle of counting)ର କଥନ :

  ଯଦି n ସଂଖ୍ୟକ ଘଟଣା ଥାଏ ଏବଂ ପ୍ରଥମ ଘଟଣା $m_1$ ଟି ଉପାୟରେ ଘଟେ, ପ୍ରଥମ ଘଟଣାପରେ ଦ୍ୱିତୀୟ ଘଟଣାଟି $m_2$ ଉପାୟରେ ଘଟିଥାଏ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଘଟଣା ଘଟିବା ପରେ ତୃତୀୟ ଘଟଣା $m_3$ ଟି ଉପାୟରେ ଘଟିପାରେ, ଇତ୍ୟାଦି । ତେବେ ସମସ୍ତ ଘଟଣା ଘଟିବାର ମୋଟ୍ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା ହେବ

  $m_1 \times m_2 \times m_3 \ldots m_{n-1} \times m_n$ ।

- n ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁର ବିନ୍ୟାସ ସଂଖ୍ୟା = n!

- $^nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

- $^nP_r = n\,!$

- n ଟି ବସ୍ତୁ ମଧ୍ୟରୁ r ସଂଖ୍ୟକ ବସ୍ତୁର ଚୟନ ବିଧିର ସଂଖ୍ୟା $^nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

- $^nC_r = {}^nC_{n-r}$

- $^{n-1}C_r + {}^{n-1}C_{r-1} = {}^nC_r$

## ସହାୟକ ୱେବ୍ ସାଇଟ୍

- http://www.wikipedia.org
- http://mathworld.wolfram.com

## ପାଠ ଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ

1. ଏକ ପରୀକ୍ଷାର ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରର 8 ଟି ସତ୍ୟ – ମିଥ୍ୟା ପ୍ରଶ୍ନଅଛି । ଏହାର କେତେଗୋଟି ଉତ୍ତର ସମ୍ଭବ ?

2. ଗୋଟିଏ ଗୋଟିର 6 ଟି ପାର୍ଶ୍ୱରେ 1, 2, 3, 4, 5, ଓ 6 ଲେଖାଅଛି । ଏହିଭଳି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଏକାସାଙ୍ଗରେ ପକାଇଲେ ଏହା କେତେ ଉପାୟରେ ପଡ଼ିବ ?

3. ଏକ ରେଷ୍ଟୁରାଣ୍ଟରେ 3 ପ୍ରକାର ତରକାରୀ, 2 ପ୍ରକାର ସାଲାଡ଼ ଓ 2 ପ୍ରକାରର ରୁଟି ଅଛି । ଯଦି ଜଣେ ଗ୍ରାହକ 1 ଗୋଟି ତରକାରୀ, 1 ଗୋଟି ସାଲାଡ଼ ଓ 1 ଗୋଟି ରୁଟି ଚାହେଁ, ତେବେ ସେ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏହାର ଚୟନ କରିପାରିବ ?

4. ମନେକର ତୁମେ ତୁମ କାନ୍ଥରେ କାଗଜ ମଡ଼ାଇବ । 4 ଟି ଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ରଙ୍ଗର କାଗଜ (Wall paper) ମିଳେ । ଏଥିରେ 5 ଟି ଭିନ୍ନ ରଙ୍ଗର 7 ପ୍ରକାରର ଡିଜାଇନ (Designs) ଅଛି । କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ତୁମ କାନ୍ଥ ପାଇଁ କାଗଜ ବଛାଯାଇପାରିବ ?

5. 7 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ଗୋଟିଏ ଧାଡ଼ିରେ ଥିବା 7 ଟି ସ୍ଥାନରେ, କେତେ ଉପାୟରେ ବସାଯାଇ ପାରିବ ?

6. *ALTRUISM* ଶବ୍ଦର ଅକ୍ଷର ଗୁଡ଼ିକରୁ 8 ଅକ୍ଷର ବିଶିଷ୍ଟ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ତିଆରି କରାଯାଇପାରିବ ?

7. ଯଦି ତୁମ ଘରେ 5 ଟି ଝରକା ଥାଏ ଓ ତୁମ ପାଖରେ 8 ଟି ପର୍ଦାଥାଏ, ତେବେ ତୁମେ କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ଝରକା ଗୁଡ଼ିକରେ ପର୍ଦା ଲଗାଇପାରିବ ?

8. *POLICY* ଶବ୍ଦରେ ଥିବା ଅକ୍ଷର ମଧ୍ୟରୁ 3 ଟି ଅକ୍ଷରକୁ ନେଇ ସର୍ବାଧିକ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରାଯାଇପାରେ ?

9. ଏକ ଦୌଡ଼ ପ୍ରତିଯୋଗିତାରେ 10 ଜଣ ଖେଳାଳି ଭାଗ ନେଉଥିଲେ । ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଶେଷରେ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ତିନିଗୋଟି ପୁରସ୍କାର ଦିଆଯିବାକୁ ଅଛି । ଏହି ପୁରସ୍କାର କେତେ ଉପାୟରେ ଦିଆଯାଇପାରିବ ?

10. ଶବ୍ଦ *ATTAIN* ରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ କେତେ ଉପାୟରେ ସଜାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି T ଦ୍ୱୟ ଏକ ସ୍ଥାନରେ ରହିବ ?

11. 12 ଜଣ ସାଙ୍ଗ ଗୋଟିଏ ଭୋଜିରେ ପରସ୍ପରକୁ ଭେଟିଲେ । ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅନ୍ୟ ସହ ଥରେ ହାତ ମିଳାଇବାକୁ ଚାହିଁଲେ । ମୋଟ କେତେ ଥର ହାତ ମିଳାଇବା କାର୍ଯ୍ୟ ହୋଇପାରିବ ?

12. ମନେକର ତୁମର ଏକ ଦୋକାନ ଅଛି ଯେଉଁଠି ଟେଲିଭିଜନ ବିକ୍ରି ହୁଏ । ତୁମେ 5 ପ୍ରକାରର ଟେଲିଭିଜନ ବିକ୍ରି କରୁଛ । କିନ୍ତୁ ସୋକେଶ୍‌ରେ କେବଳ ତିନି ପ୍ରକାରର ଟେଲିଭିଜନ ସେଟ୍ ପାଇଁ ସ୍ଥାନ ଅଛି । ତେବେ ଗ୍ରାହକକୁ ଦେଖାଇବା ପାଇଁ, ତୁମେ କେତେ ଉପାୟରେ ଟେଲିଭିଜନ ବାଛି ସୋକେଶ୍‌ରେ ରଖିପାରିବ ?

13. ଏକ ଠିକାଦାର 4 ଜଣ ବଢ଼େଇଙ୍କୁ ନିଯୁକ୍ତି ଦେବା ପାଇଁ ଚାହାଁନ୍ତି । ସମାନ ଯୋଗ୍ୟତା ବିଶିଷ୍ଟ 5 ଜଣ ବଢ଼େଇ ଏହି କାମ ପାଇଁ ଆବେଦନ କରିଥିଲେ । ଠିକାଦାର କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ ବଢ଼େଇମାନଙ୍କୁ ବାଛି ପାରିବେ ?

14. 13 ଜଣ ଲୋକ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଗୋଷ୍ଠୀରୁ କେତେ ପ୍ରକାରେ 9 ଜଣ ସଭ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ କମିଟି ଗଠନ କରାଯାଇପାରେ ?

15. 15 ଜଣ ପୁରୁଷ ଓ 12 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କର ଏକ ଗୋଷ୍ଠୀରୁ 3 ଜଣ ପୁରୁଷ ଓ 2 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କୁ ବାଛି କେତେ ଗୋଟି ଉପାୟରେ ଏକ ସମିତି ତିଆରି କରାଯାଇପାରେ ?

16. 4 ଜଣ ଗ୍ରେଡ୍ - I ଓ 7 ଜଣ ଗ୍ରେଡ୍ -II ଅଧିକାରୀଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ 6 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କୁ ବଛାଯାଇପାରିବ, ଯେପରିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରେଡ୍‌ରୁ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଜଣ ଅଧିକାରୀ ନିଆଯାଉଥିବେ ?

17. 6 ଜଣ ବାଳକ ଓ 4 ଜଣ ବାଳିକାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ, 5 ଜଣ ସଦସ୍ୟଙ୍କୁ ନେଇ ଏକ ସମିତି ଗଠନ କରାଯିବ । ଏହା କେତେଗୋଟି ଉପାୟରେ କରାଯାଇପାରିବ, ଯଦି ସମିତିରେ

(a) ଠିକ୍ ଦୁଇଜଣ ବାଳିକା ରହନ୍ତି ?

(b) ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଜଣ ବାଳିକା ରହନ୍ତି ?

18. ଇଂରାଜୀ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାରେ 5 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ଓ 21 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଅଛି । ଏହି ବର୍ଣ୍ଣମାଳାରୁ 2 ଟି ଭିନ୍ନ ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ଓ 2 ଟି ଭିନ୍ନ ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ନେଇ ସର୍ବାଧିକ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରାଯାଇପାରିବ ?

19. 5 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଓ 5 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣ ମଧ୍ୟରୁ, 3 ଟି ବ୍ୟଞ୍ଜନବର୍ଣ୍ଣ ଏବଂ 2 ଟି ସ୍ୱରବର୍ଣ୍ଣକୁ ନେଇ କେତେଗୋଟି ଶବ୍ଦ ଗଠନ କରିହେବ ?

20. ଏକ ବିଦ୍ୟାଳୟର ବାର୍ଷିକ ଉତ୍ସବରେ ବିବିଧ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଆୟୋଜନ କରାଯାଇଛି । 3 ଟି କ୍ଷୁଦ୍ରନାଟକ, 6 ଟି ଆବୃତ୍ତି ଓ 4 ଟି ନୃତ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର ଯୋଜନା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । କିନ୍ତୁ ଉତ୍ସବ ପାଇଁ ଆମନ୍ତ୍ରିତ ମୁଖ୍ୟ ଅତିଥି ନିଜର ଦୀର୍ଘ ଅଭିଭାଷଣକୁ ସମାପ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକତା ଠାରୁ ଅଧିକ ସମୟ ନେଲେ । ଯଥା ସମୟରେ ଉତ୍ସବ ସମାପ୍ତ କରିବା ପାଇଁ ଏହା ନିଷ୍ପତ୍ତି ନିଆଗଲା ଯେ 2 ଟି ନାଟକ, 4 ଟି ଆବୃତ୍ତି ଓ 3 ଟି ନୃତ୍ୟ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ କରାଯିବ । ଏହା ବାଛିବା ପାଇଁ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଇପାରେ ?

(a) ଯଦି କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ଯେକୌଣସି କ୍ରମରେ କରାଯାଏ ?

(b) ଯଦି ଏକ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ କରାଯାଏ ?

(c) ଯଦି ଏକ ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାସହ ଏକା ପ୍ରକାରର କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମର କ୍ରମକୁ ଦୃଷ୍ଟିରେ ରଖାଯାଏ ?

## ଉତ୍ତର ମାଳା

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.1

1. (a) 180 (b) 8 (c) 12 (d) 20
2. (a) 48 (b) 36

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.2

1. (a) 17576 (b) 900
2. (a) 105 (b) 60
3. (a) 24 (b) 24

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.3

1. (a) (i) 720 (ii) 5040 (iii) 5046 (iv) 17280 (v) 10
   (b) (i) ମିଥ୍ୟା (ii) ମିଥ୍ୟା (iii) ସତ୍ୟ (iv) ମିଥ୍ୟା
2. (a) 120 (b) 40320 (c) 24

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.4

1. (a) (i) 12 (ii) 120 (iii) 4 (iv) 7200 (v) n!
   (b) (i) ମିଥ୍ୟା (ii) ସତ୍ୟ (iii) ମିଥ୍ୟା (iv) ମିଥ୍ୟା
2. (a) (i) 7980 (ii) 9240 (b) 20 (c) 840

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.5

1. 96 2. 1152 3. 2073600 4. 2488320
5. 144 6.(i) 5040 (ii) 30240 (iii) 332640

### ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.6

1. (a) (i) 286
   (ii) 126
   (iii) 84
   (iv) $\frac{21}{5}$
   (b) (i) ସତ୍ୟ
   (ii) ମିଥ୍ୟା
   (iii) ମିଥ୍ୟା
   (iv) ସତ୍ୟ

2. 1771

3. 2002

4. 57750

5. 805

6. (i) 30

   (ii) 46

7. 3564

8. 7560

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.7

1. (a) n, ନାଁ

2. (a) 126

   (b) 1001

   (c) 715

   (d) 455

3. (a) 56

   (b) 126

   (c) 120

   (d) 286

4. 3

5. 56

## ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.8

1. (a) 600

   (b) 2073600

2. 6350400

3. 63

4. 15



## ପାଠଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ

1. 256
2. 36
3. 12
4. 140
5. 5040
6. 40320
7. 6720
8. 120
9. 720
10. 120
11. 66
12. 10
13. 5
14. 715
15. 30030
16. 371
17. (a) 120
    (b) 186
18. 50400
19. 12000
20. (a) 65318400
    (b) 1080
    (c) 311040