ସେହିପରି Bର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା $= 10 \times 10 = 100$

ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା $= 15 \times 15 = 225$

$\therefore P(A) = \frac{25}{225} = \frac{1}{9}$ ଏବଂ $P(B) = \frac{100}{225} = \frac{4}{9}$

ଘଟଣା A ଓ B ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ହୋଇଥିବାରୁ,

P(A ଏବଂ B) = P(A) + P(B)

$= \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

ଏଣୁ P (ଉଭୟ ନୀଳ ବା ଉଭୟ ନାଲି) $= \frac{5}{9}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.3

1. ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ସେହି ତାସ୍ ପଟଟି ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ବା ଗୋଟିଏ ନାଲିପାନ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଏକତ୍ର ଥରେ ଗଡାଇବାରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 7 ବା 12 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. 2010 ମସିହାରେ ୱାର୍ଲଡ କପ୍‌ରେ ଭାରତୀୟ କ୍ରିକେଟ ଟିମ୍ ଜିତିବାର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଥିଲା 9 : 7 । ଭାରତୀୟ ଟିମ୍ ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

4. ଲିଗ୍ ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଟିମ୍ A ଜିତିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 5 : 7 । ଲିଗ୍‌ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଟିମ୍ A ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

5. ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା, ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି 4 ବା 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବା ଘଟଣାକୁ ସଫଳତା ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଉ । ସଫଳତାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ସହିତ ଦୁଇପଟ ତାସ ଟଣାଗଲା । ଦୁଇପଟ ଯାକ ତାସ ଉଭୟ କଳା ବା ଉଭୟ ନାଲି ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

7. 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟାଯାଇଥିବା ଏକ ତାସ-ମୁଠାରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ତାସ୍ ପଟଟି ଗୋଟିଏ ଟିକା ବା ଗୋଟିଏ କଳା ତାସ୍ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରଥମ ଗୋଟିରେ 3 ର ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ଉଭୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 8 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. (a) ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇବାରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 5 ବା 7 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) A ଓ B ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ଯେପରିକି P(A) = 0.3 ଏବଂ P(B) = 0.4 । P(A ବା B) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 12ଟି ଇଲେକ୍ଟ୍ରିକ୍ ବଲ୍ ଅଛି ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ 5 ଗୋଟି ଖରାପ । ସବୁଗୁଡ଼ିକ ବଲ ଏକାଭଳି ଦେଖାଯାଆନ୍ତି ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି ବଛାଯିବାସହ ସମ୍ଭାବନା ସମାନ । ବାକ୍ସ ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ 3 ଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟୂନ 2 ଗୋଟି ଖରାପ ବଲ୍ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

11. ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଏକାଥରରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯେପରିକି

(a) ଦୁଇଟି ଯାକ ଗୋଟି ଉପରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଭିନ୍ନ ହେବ ।

(b) ଦୁଇଟି ଯାକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ଅନ୍ୟୂନ 3 ହେବ ।

12. ଗୋଟିଏ ଦମ୍ପତିଙ୍କର 3 ଗୋଟି ପିଲା । ପିଲାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ପୁଅ ଅଥବା ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ଝିଅ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପାଇଁ ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଓ ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $P(A) = 0.7$ (b) $P(A) = \frac{4}{5}$

14. ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବନା ଲାଗି A ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର; ଦତ୍ତ ଅଛି

(a) A ର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 7 : 2 (b) Aର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 10 : 7

15. ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲେ, ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି

(a) 4 ଠାରୁ ବଡ ଓ 9 ଠାରୁ ସାନ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(b) 5 ନୁହେଁ କିମ୍ବା 8 ନୁହେଁ, ଏହାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

16\. ନିମ୍ନ ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଅସଙ୍ଗତ ?

ତୁମ ଉତ୍ତର ଲାଗି କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

(a) $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, $P(A$ ଏବଂ $B) = 0.4$

(b) $P(A) = P(B) = 0.4$, $P(A$ ଏବଂ $B) = 0.2$

(c) $A = 0.85$, $P(B) = 0.8$, $P(A$ ଏବଂ $B) = 0.6$

17\. 5 ଟି ଧଳା ଓ 10 ଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳି ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ଧଳା ବଲ୍ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

18\. 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ-ମୁଠା ମଧ୍ୟରୁ ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ ସହ ଦୁଇପଟ ତାସ ଟଣାଗଲା । ଦୁଇଟି ଯାକ ତାସ ଏକା ପ୍ରକାର (same suit) ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

31.6 ଏକ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଫଳାଫଳ

ଫଳାଫଳ 1 : ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ଶୂନ (0) ।

ସମାଧାନ : ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣାର କୌଣସି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ନ ଥାଏ । ଏଣୁ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା S ଓ ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣା ϕ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ।

ଫଳରେ, $S \cup \phi = S$

$\Rightarrow P(S \cup \phi) = P(S)$

ବା, $P(S) + P(\phi) = P(S)$

$\Rightarrow P(\phi) = 0$

ଫଳାଫଳ 2 : ଘଟଣା Aର ପୂରକ ଘଟଣା $\overline{A}$ ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

ସମାଧାନ : A ଏବଂ $\overline{A}$ ପରସ୍ପର ଅସଂଯୁକ୍ତ ଘଟଣା । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ

$$A \cup \overline{A} = S \Rightarrow P(A \cup \overline{A}) = P(S)$$

ଯୋଗ ନିୟମ (i) ଓ (ii) ପ୍ରୟୋଗ କରି ପାଇବା

$P(A)+P(\overline{A})=1 \Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)$

ଫଳାଫଳ 3 : S ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଯେକୌଣସି A ଲାଗି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $0 \le P(A) \le 1$ ।

ସମାଧାନ :

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ

$A \subset S \Rightarrow P(A) \le P(S)$

$\Rightarrow P(A) \le 1$ [ଯୋଗ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କର]

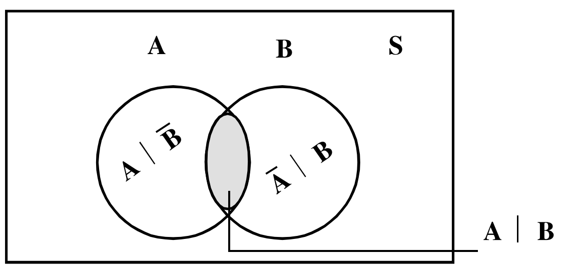
ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $P(A) \ge 0$

ଏଣୁ $0 \le P(A) \le 1$

ଫଳାଫଳ 4 : ଯଦି A ଓ B ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଘଟଣା ହୁଏ,

ତେବେ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ।

ସମାଧାନ :



ଚିତ୍ର 31.6

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ଲେଖିପାରିବା

$A \cup B = A \cup (\overline{A} \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cup B) = P[A \cup (\overline{A} \cap B)]$ ... (1)

ଯେହେତୁ ଘଟଣା A ଏବଂ $(\overline{A} \cap B)$ ପରସ୍ପର ଅସଂଯୁକ୍ତ, ଏଣୁ ନିୟମ (iii)ରୁ ମିଳେ

$P[A \cup (\overline{A} \cap B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B)$

ଏହି ମାନକୁ ସମୀକରଣ (1)ରେ ବସାଇଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$P(A \cup B) = P(A) + P(\overline{A} \cap B)$

ବା, $P(A \cup B) = P(A) + [P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap B)] - P(A \cap B)$ ... (2)

ଚିତ୍ର 31.6ରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ

$(\overline{A} \cap B) \cup (A \cap B) = B$

$\therefore P[(\overline{A} \cap B) \cup (A \cap B)] = P(B)$

ପୁନଶ୍ଚ ଘଟଣା $(\overline{A} \cap B)$ ଏବଂ $(A \cap B)$ ପରସ୍ପର ଅସଂଯୁକ୍ତ, ଏଣୁ ଯୋଗ ନିୟମରୁ ଆମେ ପାଇବା

$P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap B) = P(B)$

ଏହି ମାନକୁ ସମୀକରଣ (2)ରେ ବସାଇଲେ, ପାଇବା

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ଫଳାଫଳ 5 : ଯଦି A ଓ B ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ, ତେବେ

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ସମାଧାନ : ଯୋଗ - ନିୟମରୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad \ldots (1)$

$\because$ A ଓ B ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା

ଏଣୁ, $A \cap B = \phi$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(\phi) = 0$

ଏହି ମାନକୁ ସମୀକରଣ (1)ରେ ବସାଇଲେ, ପାଇବା

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ଯାହାକି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ଲାଗି ଯୋଗ-ନିୟମ ।

31.7 ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ଲାଗି ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣନ-ନିୟମ

ଆସ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣାର ସଂଜ୍ଞାକୁ ମନେପକାଇବା ।

ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B କୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା କୁହାଯାଏ, ଯଦି ଗୋଟିକର ଘଟିବା ବା ନ ଘଟିବା, ଅନ୍ୟଟିର ଘଟିବା (ଏବଂ ତେଣୁ ନ ଘଟିବା)ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେ ନାହିଁ ।

ତୁମେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣାମାନଙ୍କର କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ କି ?

ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକାଥରକେ ଟସ୍ କଲେ, ପ୍ରଥମ ମୁଦ୍ରାରେ 'H' ପଡିବା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ମୁଦ୍ରାରେ 'T' ପଡିବା ହେଉଛି ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ।

ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରକ ପରେ ଥରେ ଟସ୍‌କଲେ, ପ୍ରଥମ ଟସ୍‌ରେ 'H' ପଡିବା ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଟସ୍‌ରେ 'T' ପଡିବା କ୍ଷେତ୍ରରେ କ'ଣ କହିପାରିବା ? ସେ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ।

ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ଏକ ତାସମୁଠାରୁ, ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ ବିନା, ପ୍ରଥମ ଥର 'ଗୋଟିଏ ଟିକା ଟାଣିବା' ଓ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଥର 'ଗୋଟିଏ ରାଜା ଟାଣିବା' ଘଟଣା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆସ ବିଚାର କରିବା ।

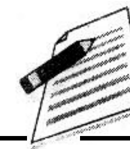
ଏ ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା କି ?

ନା, ଏ ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ନୁହେଁ, କାରଣ ପ୍ରଥମ ଥର ଗୋଟିଏ ଟିକା ଟାଣିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{4}{52}$ । ତା'ପରେ ତାସ ପଟକୁ ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ ନ କରି ଅବଶିଷ୍ଟ 51 ପଟ ତାସ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ରଜା ଟାଣୁ ଏବଂ ଏହାଦ୍ୱାରା ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ରଜା ଟାଣିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପ୍ରଭାବିତ ହୁଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ ବିନା ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ରଜା ଟାଣିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହୁଏ $\frac{4}{51}$ ।

ଟୀକା : ଯଦି ପୁନଃସଂସ୍ଥାପନ ସହ ତାସ୍ ଦୁଇପଟ ଟଣା ଯାଆନ୍ତା, ତେବେ ଘଟଣା ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ହୋଇଥା'ନ୍ତେ ।

ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କହିବା ଲାଗି କିଛି ନିୟମ ଅଛି କି ?

ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ଏକାବେଳକେ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ?

ଯଦି A ଓ B ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ

$$P(A \text{ ଏବଂ } B) = P(A).P(B)$$

ଅଥବା

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

ଏଣୁ, ଦୁଇଟି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ଏକତ୍ର ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ସେ ଘଟଣା ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣଫଳ ।

ଟୀକା : ଉପରିସ୍ଥ ନିୟମକୁ ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ଲାଗି ମଧ୍ୟ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ କରାଯାଇପାରେ । ଅର୍ଥାତ୍, $P(A \cap B \cap C...) = P(A).P(B).P(C)...$

ଅନ୍ୟପକ୍ଷେ, ଯଦି ଘଟଣା 'A ଏବଂ B'ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା, ଘଟଣା A ଏବଂ ଘଟଣା Bର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ବୋଲି ଆମେ କହିଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ 31.30

ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର 4 ଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ଥର ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇବାରେ '4 ଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା' ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ । ଗୋଟିକୁ ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ଗଡାଇବାରେ '4 ଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା' ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ A ଓ B ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ।

ପ୍ରଥମ ଗଡାଣରେ A ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ଫଳାଫଳ ହେବ ସଂଖ୍ୟା 5 ଓ 6 ।

$$\therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

ସେହିପରି, $P(B) = \frac{1}{3}$

ଏଣୁ $P(A \text{ ଏବଂ } B) = P(A).P(B)$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

ଉଦାହରଣ 31.31

ଦୁଇଟି ଚାକିରି ଲାଗି ଅରୁଣ ଓ ତରୁଣ ଇଣ୍ଟରଭ୍ୟୁ ଦେଲେ । ଚାକିରି ଲାଗି ଅରୁଣ ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{3}$ ଓ ତରୁଣ ବଛା ଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{5}$ । ନିମ୍ନ ଘଟଣାମାନଙ୍କ ଲାଗି ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

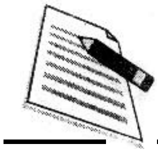
(a) ଦୁଇଜଣ ଯାକ ବଛାଯିବେ
(b) ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେହି ବଛା ଯିବେ ନାହିଁ
(c) ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ବଛାଯିବ
(d) ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଜଣେ ବଛାଯିବ ।

ସମାଧାନ :

ଅରୁଣ ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= P(A) = \frac{1}{3}$

ତରୁଣର ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= P(T) = \frac{1}{5}$

(a) $P(\text{ଉଭୟ ବଛାଯିବା}) = P(A).P(T)$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}$$

(b) P(କେହି ବଞ୍ଚି ନ ଯିବା) $= P(\overline{A}).P(\overline{T})$

$$= \left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

(c) P(ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ବଞ୍ଚିଯିବ)

= 1 – P(କେହି ବଞ୍ଚି ନ ଯିବା)

$$= 1 - P(\overline{A}).P(\overline{T})$$

$$= 1 - \left(1-\frac{1}{3}\right).\left(1-\frac{1}{5}\right)$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\right) = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

(d) P(ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଜଣେ ବଞ୍ଚିଯିବ)

$$= P(A).P(\overline{T}) + P(\overline{A}).P(T)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

ଉଦାହରଣ 31.32 ପରିସଂଖ୍ୟାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ସମାଧାନ କରିବା ଲାଗି ତିନିଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ଦିଆଯାଇଥିଲା । ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରିବାରେ ସେ ତିନିଜଣଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ ଓ $\frac{1}{4}$ । ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାଧାନ ହୋଇପାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ତିନିଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରିପାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ଯଥାକ୍ରମେ P_1, P_2 ଓ P_3 କୁହାଯାଉ ।

ଏଠାରେ $P_1 = \frac{1}{2}$, $P_2 = \frac{1}{3}$ ଓ $P_3 = \frac{1}{4}$

ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରିଦେଲେ, ପ୍ରଶ୍ନ-ସମାଧାନ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ପାଦିତ ହୋଇଯିବ ।

∴ P(ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ସମାଧାନ କରିବା)

= 1–P (ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେହିହେଲେ ସମାଧାନ ନ କରିବା) ... (1)

ବର୍ତ୍ତମାନ, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେହିହେଲେ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ ନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେବ

P(ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେହିହେଲେ ସମାଧାନ ନ କରିବା) = $(1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

ଏହି ମାନକୁ (1)ରେ ବସାଇଲେ, ଆମେ ପାଇବା

P(ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ସମାଧାନ କରିବା) $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ଏଣୁ ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାଧାନ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= \frac{3}{4}$

ଉଦାହରଣ 31.33

15 ଟି ନାଲି ବଲ୍ ଓ 10 ଟି ଧଳା ବଲ୍ ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ ସହିତ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ନିମ୍ନ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) ଦୁଇଟି ଯାକ ବଲ୍ ନାଲି (b) ପ୍ରଥମଟି ନାଲି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଧଳା

(c) ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧଳା ଓ ଅନ୍ୟଟି ନାଲି ।

ସମାଧାନ : (a) ପ୍ରଥମେ ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ଟି ନାଲି, ଏହି ଘଟଣାକୁ A ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ଟି ନାଲି, ଏହି ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ଯେହେତୁ ବଲ୍ ଦୁଇଟିକୁ ପୁନଃ ସଂସ୍ଥାପନ କରି ବାହାର କରାଗଲା ।

ଏଣୁ, $P(A) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{3}{5}$

A ଓ B ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୋଇଥିବାରୁ

P(ଉଭୟ ନାଲି) = P(A ଏବଂ B)

$= P(A) \times P(B)$

$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$

(b) ମନେକରାଯାଉ A : ପ୍ରଥମ ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ଟି ନାଲି

B : ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ଟି ଧଳା

∴ P(A ଏବଂ B) = P(A) × P(B)

$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$

(c) ପ୍ରଥମ ବାହାର କରାଯିବା ବଲ୍‌ଟି ଧଳା ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ବାହାର କରାଯିବା ବଲ୍‌ଟି ନାଲି ହେବା ଘଟଣାକୁ WR ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଉ ଏବଂ ପ୍ରଥମେ ବାହାର କରାଯିବା ବଲ୍‌ଟି ନାଲି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଥର ବାହାର କରାଯିବା ବଲ୍‌ଟି ଧଳା ହେବା ଘଟଣାକୁ, RW ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଉ ।

ତେବେ 'RW' ଓ 'WR' ଘଟଣା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ।

∴ P (ଗୋଟିଏ ଧଳା ଓ ଗୋଟିଏ ନାଲି)

=P(WR ବା RW)

= P(WR) + P(RW)

= P(W) P(R) + P(R) P(W)

$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$

ଉଦାହରଣ 31.34 ମ୍ୟାନେଜର X ଙ୍କ ଲାଗି, କର୍ମଚାରୀ - ଅଶାନ୍ତିର ସମାଧାନ କରିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 8 : 6, ମାତ୍ର ମ୍ୟାନେଜର Y ଙ୍କ ଲାଗି କର୍ମଚାରୀ - ଅଶାନ୍ତିର ସମାଧାନ କରିବା ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 14 : 16 ।

(i) ଦୁଇଜଣଯାକ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବରେ ଚେଷ୍ଟା କରୁଥିଲେ, କୌଣସି ଜଣେ ଅଶାନ୍ତିକୁ ସମାଧାନ ନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(ii) ଅଶାନ୍ତି ସମାଧାନ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମ୍ୟାନେଜର X, କର୍ମଚାରୀ-ଅଶାନ୍ତିକୁ ସମାଧାନ କରିବା ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ ଏବଂ ମ୍ୟାନେଜର Y, କର୍ମଚାରୀ-ଅଶାନ୍ତିକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ -

(i) $$P(A)=\frac{6}{14}=\frac{3}{7},\ P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$$

$$P(B)=\frac{14}{30}=\frac{7}{15},\ P(\overline{B})=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$$

କୌଣସି ଜଣକ ଅଶାନ୍ତିକୁ ସମାଧାନ ନ କରିପାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ।

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})\cdot P(\overline{B})$$

$$=\frac{4}{7}\times\frac{8}{15}=\frac{32}{105}$$

(A ଓ B ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ହୋଇଥିବାରୁ $\overline{A}$ ଓ $\overline{B}$ ମଧ୍ୟ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।

(ii) ଯଦି ମ୍ୟାନେଜର X ଓ Yଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ଅଶାନ୍ତିକୁ ସମାଧାନ କରିଦିଅନ୍ତି, ତେବେ ଅଶାନ୍ତି ସମାଧାନ ହୋଇଯିବ ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $P(A\cup B)$ = P [X ଓ Yଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ସମାଧାନ କରିବା]
= 1 – P [କୌଣସି ଜଣକ ସମାଧାନ ନ କରିବା]

$$=1-A(\overline{A}\cap\overline{B})=1-\frac{32}{105}=\frac{73}{105}$$

ଉଦାହରଣ 31.35

ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ 3 ଥର ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । '5 ବା 6' ପଡିବାକୁ ସଫଳତା କୁହାଯାଉ । ନିମ୍ନ ଘଟଣାମାନଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) 3 ଥର ସଫଳତା (b) ଠିକ୍ 2 ଥର ସଫଳତା (c) ଅତିବେଶିରେ 2 ଥର ସଫଳତା (d) ଅନ୍ୟୂନ 2 ଥର ସଫଳତା ।

ସମାଧାନ : ଥରେ ଗୋଟି ଗଡାଇବାରେ ସଫଳତାକୁ S କୁହାଯାଉ ଓ 'ଅସଫଳତା'କୁ F କୁହାଯାଏ ।

$$P(S)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

$$P(F)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

(a) ଘଟଣା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ହୋଇଥିବାରୁ, ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଗୁଣନ-ପ୍ରମେୟ ଅନୁଯାୟୀ
$P(SSS)=P(S)\cdot P(S)\cdot P(S)$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$$

(b) $P(SSF)=P(S)\cdot P(S)\cdot P(F)$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$$

ଯେହେତୁ 2ଟି ସଫଳତା ${}^3C_2$ ପ୍ରକାରେ ଘଟିପାରେ

$\therefore$ P(ଠିକ୍ ଦୁଇଥର ସଫଳତା) $= {}^3C_2 \times \frac{2}{27} = \frac{2}{9}$

(c) P (ଅତିବେଶିରେ 2 ଥର ସଫଳତା) = 1–P(3 ଥର ସଫଳତା)

$= 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$

(d) P(ଅନ୍ୟୂନ 2 ଥର ସଫଳତା) = P(ଠିକ୍ 2 ଥର ସଫଳତା) + P(3 ଥର ସଫଳତା)

$= \frac{2}{9} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$

ଉଦାହରଣ 31.36

52 ପଟ ତାସ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ଟଣାଗଲା ଯେପରିକି ପ୍ରତ୍ୟେକ ତାସ ବଛାଯିବା ଫଳାଫଳ ସମପ୍ରାୟିକ ହେବ । ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ?

(i) A : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି କଳାପାନ
B : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ଗୋଟିଏ ଟିକା

(ii) A : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି କଳାପାନ
B : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ଗୋଟିଏ ରାଜା

(iii) A : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ଗୋଟିଏ ରାଜା ବା ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ।
B : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ଏକ ରାଣୀ ବା ଏକ ଗୋଲାମ

ସମାଧାନ : (i) ଗୋଟିଏ ମୁଠାରେ 13 ଗୋଟି କଳାପାନ ତାସ ଅଛି ।

$P(A) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

ଗୋଟିଏ ମୁଠାରେ ଚାରୋଟି ଟିକା ଥାଏ ।

$\therefore P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$A \cap B$ = {କଳାପାନ୍‌ଟିକା}

$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{52}$

ଯେହେତୁ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ତେଣୁ ଘଟଣା A ଓ B ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଅଟନ୍ତି ।

(ii) ଗୋଟିଏ ମୁଠାରେ 26 ପଟ କଳାତାସ ଅଛି ।

$\therefore P(A) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

ଗୋଟିଏ ମୁଠାରେ 4 ଗୋଟି ରାଜା ଅଛି ।

$\therefore P(B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$A \cap B = \{$2 ଗୋଟି କଳା ରାଜା$\}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{26}$

ଯେହେତୁ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ଏଣୁ, A ଓ B ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।

(iii) ଗୋଟିଏ ମୁଠା ତାସରେ 4 ଗୋଟି ରାଜା ଓ 4 ଗୋଟି ରାଣୀ ଥାଏ ।

$\therefore$ ଏଣୁ ଘଟଣା Aର ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 8 ।

$\therefore P(A) = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$

ସେହିପରି $P(B) = \frac{2}{13}$

$A \cap B = \{$4 ଟି ରାଣୀ$\}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

$\therefore P(A) \times P(B) = \frac{2}{13} \times \frac{2}{13} = \frac{4}{169}$

ଏଠାରେ, $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

ଏଣୁ ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ନୁହନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ 31.37

ପ୍ରତ୍ୟେକ 36 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ଗୋଟିଏ ଦଳ କଥା ବିଚାର କର । ଧରି ନିଆଯାଉ A ଓ B ଦୁଇଟି ଧର୍ମ ଯାହା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଛାତ୍ରର ଥାଏ ବା ନ ଥାଏ । ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

A : ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରର ଚକ୍ଷୁ ନୀଳ

B : ଛାତ୍ରଟି ବାଳକ

36 ଜଣଙ୍କ ଛାତ୍ରଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 12 ଜଣ ବାଳକ ଓ 24 ଜଣ ବାଳିକା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳ ମଧ୍ୟରୁ ଅର୍ଦ୍ଧେକଙ୍କର ଚକ୍ଷୁ ନୀଳ । ଉପରୋକ୍ତ ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର କି ?

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ଧର୍ମ ଦୁଇଟି ଦୃଷ୍ଟିକୋଣରୁ, ଅର୍ଥାତ୍ ଜଣଙ୍କ ପାଖରେ ଉଭୟ ଧର୍ମ ଥିବ ବା ନ ଥିବ । ଏହି ଦୃଷ୍ଟିରୁ 36 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ନିମ୍ନମତେ ଭାଗ କରାଯାଇପାରେ :

	ନୀଳଚକ୍ଷୁ A	ନୀଳଚକ୍ଷୁ ନୁହେଁ $(\bar{A})$	ମୋଟ
ବାଳକ (B)	6	6	12
ବାଳିକା $(\bar{B})$	12	12	24
ମୋଟ	18	18	36

ଆମେ ଯଦି ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରକୁ ବାଛୁ, ତେବେ ଘଟଣା A ଓ B ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି

$$P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ଏଠାରେ, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ଏଣୁ ଘଟଣା A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ

ଉଦାହରଣ 31.38

ଧରି ନିଆଯାଉ ଯେ ଆମେ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ତିନିଥର ଟସ୍ କରିବା ଏବଂ ହେଡ୍ ଓ ଟେଲ୍ ପଡିବାର କ୍ରମକୁ ଟିପି ରଖିବା । 'ଅତିବେଶିରେ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ ପଡିବା', ଘଟଣାକୁ A ଏବଂ ଉଭୟ ହେଡ୍ ଏବଂ ଉଭୟ ଟେଲ୍ ପଡିବାକୁ B କୁହାଯାଉ । ଏହି ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର କି ?

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ତିନିଥର ପକାଇବାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱ ହେବ :

$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, TTH, THT, TTT\}$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, $A \cap B = \{TTH, THT, HTT\}$

$$\therefore P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ, $P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ ଯାହାକି $P(A \cap B)$ ସହ ସମାନ ।

ଏଣୁ A ଓ B ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.4

1. ଗୋଟିଏ ବିଭାଗରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ଚାକିରି ପାଇ ଜଣେ ସ୍ୱାମୀ ଓ ତାଙ୍କ ସ୍ତ୍ରୀ ବଛାବଛି ପରୀକ୍ଷା ଦେଲେ, ସ୍ୱାମୀଙ୍କର ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{7}$ ଏବଂ ସ୍ତ୍ରୀଙ୍କର ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{5}$ । ନିମ୍ନ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର –

(a) ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଜଣେ ବଛାଯିବେ;

(b) ଉଭୟ ବଛାଯିବେ;

(c) ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେହି ବଛାଯିବେ ନାହିଁ;

(d) ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ବଛାଯିବେ ।

2. ରାଜୁ ଓ ସୋମା ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ସ୍ୱାଧୀନ ଭାବରେ ସମାଧାନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{2}$ ଓ $\frac{1}{3}$ । ଯଦି ଉଭୟ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସ୍ୱଧୀନ ଭାବରେ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି, ତେବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରି

(a) ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାହିତ ହୋଇଯାଏ ।

(b) ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଜଣେ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରେ ।

3. ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର 3 ଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟାଟିଏ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଦୁଇଟି ଖାଲି ଥିବା ପଦବୀ A ଓ B ଲାଗି ସୀତା ଇଣ୍ଟରଭ୍ୟୁ ଦେଇଛି ଏବଂ ପଦବୀ ଦୁଇଟି ଲାଗି ବଛାବଛି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବରେ କରାଯିବ । ଯଦି ପଦବୀ A ପାଇଁ ସୀତାର ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{1}{5}$ ହୁଏ ଏବଂ B ପଦବୀ ପାଇଁ ବଛାଯିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{1}{7}$ ହୁଏ, ତେବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି ସୀତା

(a) ଉଭୟ ପଦବୀ ଲାଗି ବଛାଯିବ ।

(b) ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ପଦବୀ ଲାଗି ବଛାଯିବ ।

5. A, B ଓ C ଗୋଟିଏ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}$ ଓ $\frac{3}{8}$ । ଯଦି ତିନିଜଣ ଯାକ ଏକ ସଙ୍ଗରେ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରନ୍ତି, ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଜଣେ ପ୍ରଶ୍ନଟିକୁ ସମାଧାନ କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଭଲଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ମୁଠା ତାସରୁ, ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ସହିତ, A ଦୁଇ ପଟ ତାସ ଟାଣିଲା ଏବଂ ସେହି ସମୟରେ B ଦୁଇଟି ଗୋଟି ପକାଇଲା । ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଉପୁଜିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(a) A ଗୋଟିଏ ପ୍ରକାରର ଦୁଇ ପଟ ତାସ ପାଇବା ସଙ୍ଗେ B ପକାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି ହେବ 6 ।

(b) A ଦୁଇଟି ଗୋଲାମ ପାଇବା ସଙ୍ଗେ B ପକାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ସମାନ ହେବ ।

7. ମନେକରାଯାଉ ଯେ 35 ବର୍ଷ ବୟସ୍କ ଜଣେ ବ୍ୟକ୍ତି A ର 65 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଞ୍ଚିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 9 : 7 ଏବଂ 45 ବର୍ଷ ବୟସ୍କ B ର 75 ବର୍ଷ ବୟସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଞ୍ଚିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 3 : 2 । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟୂନ ଜଣେ ଆଜି ଠାରୁ 30 ବର୍ଷ ପର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଞ୍ଚିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. 1 ରୁ 13 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ 13 ଟି ବଲ୍ ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ରହିଛି । ଧରି ନିଆଯାଉ ଯେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ହେଉଛି 'ସଫଳତା' । ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ସହିତ ଥଳିରୁ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ନିମ୍ନ ଫଳାଫଳ ଉପୁଜିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) ଦୁଇଥର ସଫଳତା ପାଇବା (b) କେବଳ ଥରେ ସଫଳତା ପାଇବା

(c) ଅନ୍ୟୂନ ଥରେ ସଫଳତା ପାଇବା (d) ଆଦୌ ସଫଳତା ନ ପାଇବା

9. 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଏକ ତାସ-ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ଟଣାଗଲା । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଟ ତାସ ଟଣାଯିବା ସମପ୍ରାୟିକ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ?

(a) A : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ନାଲି B : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ରାଣୀ

(b) A : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ନାଲିପାନ B : ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସଟି ଗୋଟିଏ ମୁହଁ ଛବିଥିବା ତାସ ।

31.8 ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

ଧରି ନିଆଯାଉ ଯେ ଏକ ନିରପେକ୍ଷ ଗୋଟିକୁ ପକାଗଲା ଏବଂ ଫଳାଫଳକୁ ଲେଖିରଖାଗଲା । ଗୋଟିଏ 'ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା' ପଡିବା ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ । ତେବେ

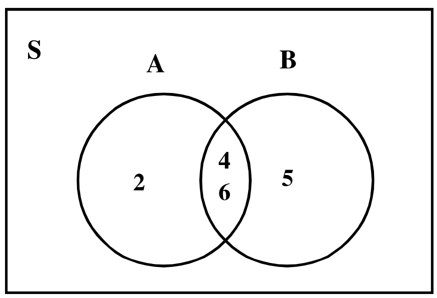
$A = \{2, 4, 6\}$

$\therefore P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା 3 ଠାରୁ ବଡ ବୋଲି କୁହାଯାଇଛି । ଏହି ଅତିରିକ୍ତ ସୂଚନା ଆଧାରରେ P(A) କେତେ ?

ପଡିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 3 ଠାରୁ ବଡ ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ତେବେ $B = \{4, 5, 6\}$, ଆମେ ଯେତେବେଳେ B ଘଟିଛି ବୋଲିକହୁ, ସେତେବେଳେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା 3 ଠାରୁ ସାନ ବା 3 ସହ ସମାନ' ଘଟଣା ଘଟିବା ଅସମ୍ଭବ । ଏଣୁ ନମୁନା ବିଶ୍ୱର ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ସଂଖ୍ୟା 6 ରୁ ମାତ୍ର 3 କୁ ବଦଳିବ । ଏହି ତିନୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ 4, 5 ଓ 6 ମଧ୍ୟରୁ 4 ଓ 6 ହେଉଛି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା । ଯଦି ସୂଚନା ମିଳେ ଯେ ଘଟଣା B ଘଟିଛି, ତେବେ

P(A) ନିଶ୍ଚିତ $\frac{2}{3}$ ହେବ ।



ଚିତ୍ର 31.7

B ଘଟଣାଟି ଘଟିଯାଇଛି, ଏହି ସର୍ତ୍ତରେ A ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ P(A|B) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଉ ।

ପୁନଶ୍ଚ 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ତାସ-ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ଟାଣିବା ପରୀକ୍ଷା କଥା ବିଚାର କର । ଟଣା ଯାଇଥିବା ତାସ ପଟଟି କଳାରଙ୍ଗର ଟିକା ହେଉ, ଏହି ଘଟଣା A ଘଟିବା ଲାଗି ଆମେ ଆଗ୍ରହୀ ।

ଯେହେତୁ ଆମେ ଧରିନେଉ ଯେ 52 ଗୋଟି ସମପ୍ରାୟିକ ଫଳାଫଳ ଉପୁଜିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ଏବଂ ତାସମୁଠା ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି କଳାରଙ୍ଗର ଟିକା ଅଛି, ତେଣୁ

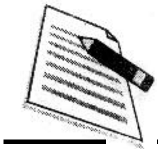
$P(A) = \frac{2}{52}$

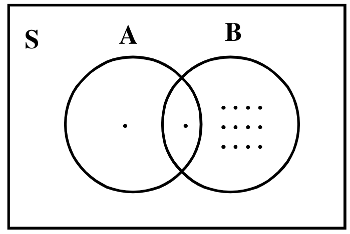
ଧରି ନିଆଯାଉ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ଟଣା ଗଲା ଏବଂ ସୂଚନା ମିଳିଛି ଯେ ଟଣାଯାଇଥିବା ତାସ୍‌ଟି ହୋଇଛି କଳାପାନ । ବର୍ତ୍ତମାନ କୁହ, ଏହି ସୂଚନାର ଘଟଣା A ଉପରେ କି ପ୍ରଭାବ ପଡିବ ?

ଯେହେତୁ ଘଟଣା B ''କଳାପାନ ତାସ ଟଣାଯାଇଛି'' ଘଟି ସାରିଛି, ଘଟଣା ''କଳାପାନ ନୁହେଁ'' ଆଉ ଘଟିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ନମୁନା ବିଶ୍ୱ 52 ପଟ ତାସ୍‌ରୁ 13 ପଟ କଳାପାନକୁ ପରବର୍ତ୍ତିତ ହୋଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ୍ ଟଣାଯିବାକୁ ଥିବା କଳାପାନ ଟିକାର ସଂଖ୍ୟା 1ରେ ପହଞ୍ଚିଛି ।

ଏଣୁ ନୂତନ ନମୁନା-ବିଶ୍ୱ B ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଘଟଣା Aର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଯତ୍ନସହକାରେ ବିଶ୍ଳେଷଣ କରାଯାଉ ।

ଘଟଣା A ହେଉଛି ''ଗୋଟିଏ କଳା ଟିକା ଟଣାଯାଇଛି'' । B ଘଟି ସାରିଛି ଜାଣି ଆମେ ଘଟଣା Aର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଛୁ । ଅର୍ଥାତ୍ ଆମେ ଏକ ନୂଆ ନମୂନା ବିଶ୍ୱ B ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁଛୁ । ଅର୍ଥାତ୍ Bକୁ ବ୍ୟାପକ ସେଟ୍ ବୋଲି ବିଚାର କରାଯାଇଛି । ଆମେ କେବଳ Bର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଥିବା B ର ଅଂଶକୁ ବିଚାର କରିବୁ ।

ଏଣୁ ଆମେ $A \cap B$କୁ ନେବା । (ଚିତ୍ର 31.18) ।



ଚିତ୍ର **31.8**

B ଘଟିଯାଇଛି ଧରିନେଇ Aର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେବ $A \cap B$ ସେଟର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ଓ Bସେଟ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟାର ଅନୁପାତ । ଯେହେତୁ $n(A \cap B) = 1$ ଏବଂ $n(B) = 13$,

ତେଣୁ $P(A|B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)} = \dfrac{1}{13}$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ $n(A \cap B) = 1 \Rightarrow P(A \cap B) = \dfrac{1}{52}$

$n(B) = 13 \Rightarrow P(B) = \dfrac{13}{52}$

$$\therefore P(A|B) = \frac{1}{13} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{13}{52}} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ଏଥିରୁ ଆମେ ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଲାଗି ନିମ୍ନ ସଂଜ୍ଞା ପାଇଥାଉ :

ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ A ଓ B ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ନମୁନା ବିଶ୍ୱ S ରେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ । ମନେକରାଯାଉ $P(B) > 0$, ତେବେ B ଘଟିଯାଇଛି ବୋଲି ଧରିନେଲେ A ର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ $P(A|B)$ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ, ଏବଂ ଏହାର ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ହେଉଛି

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \; P(B) > 0$$

ସେହିପରି, $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}, \; P(A) > 0$

$P(A|B)$ ସଙ୍କେତକୁ "B ଘଟିଯାଇଥିବା ବେଳେ A ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା" ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ 31.39

ଦୁଇଟି ପିଲା (ଜାଆଁଳା ନୁହଁନ୍ତି) ଥିବା ସମସ୍ତ ପରିବାର କଥା ବିଚାର କର । ଧରିନିଆଯାଉ ଯେ ନମୁନା ବିଶ୍ୱ {BB, BG, GB, GG}ର ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ ସମପ୍ରାୟିକ । (ଏଠାରେ BG ଦ୍ୱାରା "ବାଳକ ବାଳିକା"ଙ୍କର ଜନ୍ମର କ୍ରମ ସୂଚିତ ହୁଏ) । ଘଟଣା {BB}କୁ A ମନେକରାଯାଉ ଏବଂ 'ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ବାଳକ' ଥିବା ଘଟଣାକୁ B ମନେକରାଯାଉ । $P(A|B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ A = {BB}

B = {BB, BG, GB}

$A \cap B = \{BB\}$

$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

$P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ଏଣୁ $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$

ଉଦାହରଣ 31.40

ଧରିନିଆଯାଉ ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବାଳକ ଓ ବାଳିକା ସଂଖ୍ୟା ସମାନ । ବାଳକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 5% ଫୁଟବଲ ଖେଳାଳି । ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ବଛାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଏକ ବାଳକ ଫୁଟବଲ୍ ଖେଳାଳି ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ବାଳକ ଲାଗି M ସଙ୍କେତ ଏବଂ ଫୁଟବଲ ଖେଳାଳି ଲାଗି F ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉ । ଆମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚାହୁଁ $P(M \cap F)$ । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟରୁ,

$P(M) = \frac{1}{2}$ [$\because$ ବାଳକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଓ ବାଳିକା ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ସମାନ]

$P(F|M) = 0.05$

ମାତ୍ର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସଜ୍ଞାରୁ ଆମେ ପାଇବା

$P(F|M) = \frac{P(M \cap F)}{P(M)}$

$\Rightarrow P(M \cap F) = P(M) \times P(F|M)$

$= \frac{1}{2} \times 0 \cdot 05 = 0 \cdot 025$

ଉଦାହରଣ 31.41

A ଓ B ଦୁଇଟି ଘଟଣା, ଯେପରିକି $P(A) = 0{\cdot}8$, $P(B) = 0{\cdot}6$ $P(A \cap B) = 0{\cdot}5$, ନିମ୍ନ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (i) $P(A \cup B)$ (ii) $P(B|A)$ (iii) $P(A|B)$

ସମାଧାନ : (i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0{\cdot}8 + 0{\cdot}6 - 0{\cdot}5 = 0{\cdot}9$

(ii) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0 \cdot 5}{0 \cdot 8} = \frac{5}{8}$

(iii) $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0 \cdot 5}{0 \cdot 6} = \frac{5}{6}$

ଉଦାହରଣ 31.42

5ଟି ନାଲି ବଲ୍ ଓ 7ଟି ଧଳା ବଲ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳିରୁ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ କରି ଦୁଇଗୋଟି ଧଳା ବଲ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ଟି ଧଳା ହେବା ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲଟି ଧଳା ହେବା ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ ।

$$\therefore P(A \cap B) = P(A)\cdot P(B|A)$$

ଏଠାରେ, $P(A) = \frac{7}{12},\ P(B|A) = \frac{6}{11}$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{7}{12} \times \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$$

ଉଦାହରଣ 31.43

ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ହେଡ୍ ପଡିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଅଥବା ତିନିଥର ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଟସ୍ କରାଗଲା । ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ ପ୍ରଥମ ଟସ୍‌ରେ ହେଡ୍ ପଡେ ନାହିଁ । ମୁଦ୍ରାଟି ତିନିଥର ଟସ୍ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ ପ୍ରଥମ ଟସ୍‌ରେ ହେଡ ପଡେ ନାହିଁ । ଫଳରେ, ହୁଏତ ଦ୍ୱିତୀୟ ଟସ୍‌ରେ ବା ତୃତୀୟ ଟସ୍‌ରେ ହେଡ ପଡିବ ଅଥବା ହେଡ ଆଦୌ ପଡିବ ନାହିଁ ।

''ପ୍ରଥମ ଟସ୍‌ରେ ମୁଣ୍ଡ ନ ପଡିବା'' ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ତେବେ, $B = \{TH, TTH, TTT\}$

ଏହି ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ।

$$\therefore P(B) = P(TH) + P(TTH) + P(TTT) \ldots (1)$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $P(TH) = \frac{1}{4}$ ($\because$ ଏହି ଘଟଣାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ 4 ଗୋଟି ଫଳାଫଳ ଅଛି)

ଏବଂ $P(TTH) = P(TTT) = \frac{1}{8}$ ($\because$ ଏହି ଘଟଣାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ ଆଠଟି ଫଳାଫଳ ଅଛି)

ଏହି ମାନଗୁଡ଼ିକୁ (1)ରେ ବସାଇଲେ, ପାଇବା

$$P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

''ମୁଦ୍ରାକୁ ତିନିଥର ଟସ୍ କରିବା'' ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ ।

ତେବେ, $A = \{TTH, TTT\}$

$\therefore$ ଆମକୁ $P(A|B)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ଏଠାରେ, $A \cap B = A$

$$\therefore P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.5

1. ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟାଯାଇଥିବା 52 ପଟର ଏକ ତାସ୍-ମୁଠାରୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଦୁଇପଟ ତାସ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବେ ଟଣାଗଲା (ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା) । ପ୍ରଥମ ପଟଟି ନାଲି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ପଟଟି କଳା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
2. ତିନୋଟି ପିଲାଥିବା ଏକ ପରିବାର କଥା ବିଚାର କର ଯାହାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱ ହେଉଛି {BBB; BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB, GGG}, ''ପରିବାର ଠିକ୍ ଦୁଇଟି ପୁଅ ଅଛନ୍ତି'', ଏହି ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ ଏବଂ ''ପରିବାରର ପ୍ରଥମ ପିଲାଟି ପୁଅ'', ଏହି ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ପରିବାରର 2 ଗୋଟି ପୁଅ ଏବଂ ପ୍ରଥମ ପିଲାଟି ପୁଅ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
3. 52 ପଟ ତାସ୍ ଥିବା ଏକ ମୁଠାରୁ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇ ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ପ୍ରଥମଟି ଠିକିରି ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟି ଲାଲ ହେବାରଂ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
4. ଯଦି ଘଟଣା A ଓ B ଦୁଇଟି ଘଟଣା ଏବଂ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $P(A) = 0{\cdot}4$ ଓ $P(B) = 0{\cdot}2$, $P(A \cap B) = 0{\cdot}1$ ହୁଏ, ତେବେ B ଦତ୍ତ ଥାଇ A ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $P(B|A)$ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. 4 ଗୋଟି ଧଳା ବଲ୍, 3 ଗୋଟି ହଳଦିଆ ବଲ୍ ଓ 1 ଗୋଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ଥିବା ବାକ୍ସରୁ ପୁନଃସ୍ଥାପନ ବିନା ଗୋଟିକ ପରେ ଗୋଟିଏ କରି ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ବାହାର କରାଯାଇଥିବା ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଧଳା ଓ ଗୋଟିଏ ହଳଦିଆ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

31.9 ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଓ ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣନ ନିୟମ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ଉପପାଦ୍ୟ

ପ୍ରମେୟ 1 : ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ପାଇଁ

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

ଏବଂ $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$

ଯେଉଁଠି $P(B|A)$ ହେଉଛି A ଘଟିସାରିଥିବାବେଳେ B ଘଟିବାର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଏବଂ $P(B|A)$ ହେଉଛି B ଘଟି ସାରିଥିବା ବେଳେ A ଘଟିବାର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ।

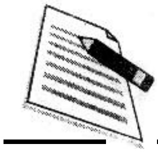
ପ୍ରମାଣ : ଧରିନିଆଯାଉ, ସମପ୍ରାୟିକ ଫଳାଫଳର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି n(S), ଘଟଣା A ଘଟିବାର ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି n(A), ଘଟଣା B ଘଟିବାର ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି n(B) ଏବଂ A ଓ B ଉଭୟ ଘଟିବାର ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $n(A \cap B)$ ।

$$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)},\ P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \qquad \ldots (1)$$

ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ଘଟଣା (A|B)ର ସପକ୍ଷରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ହେବ B ର ନମୁନା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଘଟଣା A|B ଲାଗି ନମୁନା ବିଶ୍ୱ ହେଉଛି B ଏବଂ n(B) ନମୁନା ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ $n(A \cap B)$ ଘଟଣା A ଘଟିବା ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହେବ । ତେଣୁ

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

(1) କୁ ଲେଖାଯାଇପାରେ $P(A \cap B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} \cdot \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)} = P(B) \cdot P(A|B)$

ସେହିପରି, ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବା

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

ଟୀକା : A ଓ B ଯଦି ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ତେବେ

$P(A|B) = P(A)$ ଏବଂ $P(B|A) = P(B)$

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ପ୍ରମେୟ 2 : ନମୁନା ବିଶ୍ୱ S ର ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ହେବେ, ଯଦି ଓ କେବଳ ଯଦି

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ପ୍ରମାଣ : ଯଦି A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୁଅନ୍ତି,

ତେବେ $P(A|B) = P(A)$

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ $P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

ଏଣୁ, ଯଦି A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହୁଅନ୍ତି, 'A ଏବଂ B'ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା, A ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଓ Bର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ ହେବ । ବିପରୀତ କ୍ରମେ, ଯଦି $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ହୁଏ, ତେବେ

$P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ରୁ ମିଳିବ

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

ଅର୍ଥାତ୍, A ଓ B ଘଟଣାଦ୍ୱୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

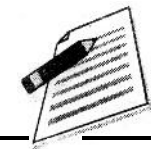
- **ଘଟଣା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ :** ଗୋଟିଏ ଘଟଣା Aର ପୂରକରେ ସେହି ଫଳାଫଳ ଥା'ନ୍ତି । ଯାହା ଘଟଣା A ର ସପକ୍ଷରେ ନ ଥା'ନ୍ତି ଏହାକୁ $\overline{A}$ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।
- **ଘଟଣା 'A ବା B' :** ଯଦି A କିମ୍ବା B କିମ୍ବା ଉଭୟ ଘଟୁଥା'ନ୍ତି, ତେବେ 'A ବା B' ଘଟଣା ଘଟୁଥିବାର କୁହାଯାଏ ।
- **ଘଟଣା 'A ଏବଂ B' :** ଘଟଣା 'A ଏବଂ B'ର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ସେହି ଯାହା A ଓ B ଉଭୟର ସପକ୍ଷରେ ଥା'ନ୍ତି ।
- **ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ ନିୟମ :** ଏକ ନମୁନା ବିଶ୍ୱ Sର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ଲାଗି

  P(A ବା B) = P(A) + P(B) – P(A ଏବଂ B)
- **ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣାର ଯୋଗାତ୍ମକ ନିୟମ :** A ଓ B ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ହେଲେ,

  P(A ବା B) = $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- ଗୋଟିଏ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା : ଯଦି Aର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା a : b ହୁଏ, ତେବେ

  $P(A) = \dfrac{a}{a+b}$

  ଯଦି Aର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା a : b ହୁଏ, ତେବେ



$$P(A) = \frac{b}{a+b}$$

- ଦୁଇଟି ଘଟଣା ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ହେବେ, ଯଦି ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବା ଦ୍ୱାରା ଦୁଇଟି ଘଟଣା ଏକତ୍ର ଘଟିବାରୁ ରହିତ ହୁଏ ।
- ଦୁଇଟି ଘଟଣା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ଯଦି ଗୋଟିଏ ଘଟଣାର ଘଟିବା ବା ନ ଘଟିବା ସହ ଅନ୍ୟ ଘଟଣାର ଘଟିବା ନ ଘଟିବାକୁ ପ୍ରଭାବିତ କରେନାହିଁ ।
- A ଓ B ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣା ହେଲେ,

  $P(A \text{ ଓ } B) = P(A) \cdot P(B)$

  ବା, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ପାଇଁ

  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A), P(A) > 0$

  $P(A \cap B)$ ବା, $P(B) \cdot P(A|B), P(B) > 0$

  ଯେଉଁଠି P(B|A) ଦ୍ୱାରା B ଘଟିବାର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସୂଚିତ ହୁଏ, ଯେଉଁଠି A ଘଟି ଯାଇସାରିଛି ଏବଂ P(A|B) ଦ୍ୱାରା A ଘଟିବାର ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସୂଚିତ ହୁଏ, ଯେଉଁଠି B ଘଟିଯାଇ ସାରିଛି ।

ସହାୟକ ୱେବ୍ ସାଇଟ୍

- *http://www.wikipedia.org*
- *http://mathworld.wolfram.com*

ପାଠ ଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ

1. ଚାରୋଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକତ୍ର ଟସ୍ କରିବାରେ ନିମ୍ନ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

   (a) ଠିକ୍ ତିନୋଟି ମୁଣ୍ଡ ପଡିବା (b) ଅନ୍ୟୁନ ତିନୋଟି ମୁଣ୍ଡ ପଡିବା

   (c) ଅତିବେଶିରେ ତିନୋଟି ମୁଣ୍ଡ ପଡିବା
2. ଦୁଇଟି ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରଥମ ଗୋଟିରେ ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା ବା ମୋଟ ସାତ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ପ୍ରଥମେ 200 ଗୋଟି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ବଛାଗଲା । ବଛାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 6 ବା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
4. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ 1 ରୁ 13 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଚିହ୍ନିତ 13 ଗୋଟି ବଲ୍ ଅଛି । ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ବଲ୍‌ଟି 2 ବା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
5. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଚାରିଥର ଟସ୍ କରାଗଲେ, 2 ବା 3 ଥର ହେଡ୍ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ପର୍କିତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସଙ୍ଗତ ତ ? ତୁମ ଉତ୍ତରର ଯଥାର୍ଥ୍ୟ ଦର୍ଶାଅ ।

   (a) $P(A) = 0{\cdot}6, P(B) = 0{\cdot}5, P(A \text{ ଓ } B) = 0{\cdot}4$

   (b) $P(A) = 0{\cdot}2, P(B) = 0{\cdot}3, P(A \text{ ଓ } B) = 0{\cdot}4$

   (c) $P(A) = P(B) = 0{\cdot}7, P(A \text{ ଓ } B) = 0{\cdot}2$

7. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 1 ରୁ 25 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନିତ 25 ଗୋଟି ଟିକେଟ ଅଛି । ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ଟିକେଟ୍ ଟଣାଗଲା । ଦୁଇଟି ଟିକେଟରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଗୁଣଫଳ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

8. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 50ଟି ବୋଲ୍ଟ ଓ 150ଟି ନଟ୍ ଅଛି । ବୋଲ୍ଟମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଏବଂ ନଟ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅର୍ଦ୍ଧେକ କଳଙ୍କ ଲାଗି ଯାଇଛି । ଯଦି ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ବାହାର କରାଯାଏ, ତେବେ ସେଇଟି କଳଙ୍କି ଲାଗିଥିବା ବସ୍ତୁ ଅଥବା ଏକ ବୋଲ୍ଟ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

9. ଜଣେ ମହିଳା କିଣିଥିବା ଏକ ଡଜନ ଅଣ୍ଡା ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଗୋଟି ନଷ୍ଟ ହୋଇଯାଇଥିଲା । ସେ ତାଙ୍କର ଜଳଖିଆ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା ପାଇଁ ଚାରୋଟି ଅଣ୍ଡା ବାଛିଲେ । ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରି ସେ ବାଛିଥିବା

(a) ସମସ୍ତ ଅଣ୍ଡା ଭଲ (b) ତିନୋଟି ଅଣ୍ଡା ଭଲ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଖରାପ

(c) ଦୁଇଟି ଅଣ୍ଡା ଭଲ ଓ ଦୁଇଟି ଖରାପ (d) ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ଅଣ୍ଡା ଖରାପ

10. ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ଓ 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଏକ ମୁଠାରୁ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା ଦୁଇ ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ତାସ ଦୁଇଟି ଉଭୟ ନାଲି ଅଥବା ଦୁଇଟି ରାଜା ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ତିନୋଟି ଦଳ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯଥାକ୍ରମେ 3 ଜଣ ଝିଅ, 1 ଜଣ ପୁଅ ଓ 2 ଜଣ ଝିଅ ଓ 2 ଜଣ ପୁଅ, 1 ଜଣ ଝିଅ ଓ 3 ଜଣ ପୁଅ ଅଛନ୍ତି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଦଳରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ପିଲା ବଛାଗଲା । ଦର୍ଶାଅ ଯେ ବଛାଯାଇଥିବା ତିନୋଟି ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଝିଅ ଓ 2ଟି ପୁଅ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{13}{32}$ ।

12. ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଦୁଇଟି ଖାଲିଥିବା ପଦବୀ ଲାଗି କମଳ ଓ ମୋନିକା ଇଣ୍ଟରଭ୍ୟୁ ଦେଲେ । କମଳର ମନୋନୀତ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{3}$ ଏବଂ ମୋନିକାର ପ୍ରତ୍ୟାଖ୍ୟାତ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{4}{5}$ । ସେ ଦୁଇଜଣ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଜଣେ ମନୋନୀତ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ 7 ଗୋଟି ଧଳା ବଲ, 5 ଗୋଟି କଳା ବଲ୍ ଓ 8 ଟି ନାଲି ବଲ୍ ଅଛି । ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା ଚାରିଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ସମସ୍ତ ବଲ୍ କଳା ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ପାଇଁ ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ

$P(A) = 0{\cdot}4, P(B) = p$ ଏବଂ $P(A \cup B) = 0{\cdot}6$

(a) p ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି A ଓ B ଘଟଣା ଦ୍ୱୟ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ।

(b) p ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ A ଓ B ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ହେବେ ?

16. A ସତ୍ୟ କହିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 3 : 2 ଏବଂ B ସତ୍ୟ କହିବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 5 : 3 । କୌଣସି ଏକ ବିଷୟରେ ଶତକଡା କେତେ କ୍ଷେତ୍ରରେ A ଓ B ପରସ୍ପରକୁ ବିରୋଧ କରିବେ ?

17. A ଓ B ଦୁଇଟି ଘଟଣା ହେଉ ଯେପରି

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{2}, P(\overline{B}) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

$P(A|B)$ ଏବଂ $P(B|A)$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉତ୍ତର ମାଳା

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.1

1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{2}$ 4. $\frac{3}{4}$

5. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{2}{5}$

6. (i) $\frac{5}{36}$ (ii) $\frac{5}{36}$ (iii) $\frac{1}{12}$ (iv) $\frac{1}{36}$

7. $\frac{5}{9}$ 8. $\frac{1}{12}$ 9. $\frac{1}{2}$

10. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{13}$ (iii) $\frac{1}{52}$

11. (i) $\frac{5}{12}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{11}{36}$

12.(i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{1}{8}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.2

1. $\frac{1}{8}$ 2. $\frac{20}{39}$ 3.(a) $\frac{4}{25}$ (b) $\frac{38}{245}$

4. $\frac{1}{5525}$ 6.(i) $\frac{3}{10}$ (ii) $\frac{1}{6}$ (iii) $\frac{1}{30}$

7. $\frac{10}{133}$ 8. $\frac{4}{7}$ 9. $\frac{60}{143}$ 10. $\frac{1}{4}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.3

1. $\frac{4}{13}$ 2. $\frac{7}{36}$ 3. $\frac{9}{16}$ 4. $\frac{7}{12}$ 5. $\frac{4}{9}$

6. $\frac{1}{2}$ 7. $\frac{7}{13}$ 8. $\frac{5}{12}$ 9. (a) $\frac{5}{18}$ (b) 0·7

10. $\frac{4}{11}$ 11.(a) $\frac{5}{6}$ (b) $\frac{35}{36}$ 12. $\frac{3}{4}$

13. (a) A ର ଅନୁକୂଳ ବିଷମତା 7 : 3 । Aର ପ୍ରତିକୂଳ ବିଷମତା 3 : 7
(b) Aର ଅନୁକୂଳ ବିଷମତା 4 : 1 ଏବଂ A ର ପ୍ରତିକୂଳ ବିଷମତା 1 : 4

14. (a) $\frac{7}{9}$ (b) $\frac{7}{17}$ 15.(a) $\frac{5}{9}$ (b) $\frac{3}{4}$

16. (a), (c) 17. $\frac{4}{7}$ 18. $\frac{1}{4}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.4

1. (a) $\frac{2}{7}$ (b) $\frac{1}{35}$ (c) $\frac{24}{35}$ (d) $\frac{11}{35}$

2. (a) $\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{4}$

4. (a) $\frac{1}{35}$ (b) $\frac{11}{35}$ 5. $\frac{1}{2}$

6. (a) $\frac{5}{144}$ (b) $\frac{1}{1014}$ 7. $\frac{53}{80}$

8. (a) $\frac{36}{169}$ (b) $\frac{84}{169}$ (c) $\frac{120}{169}$ (d) $\frac{49}{169}$

9. (a) ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର (b) ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.5

1. $\frac{13}{51}$ 2. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{25}{204}$ 4. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ 5. $\frac{3}{7}$

ପାଠଶେଷ / ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ

1. (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{5}{16}$ (c) $\frac{15}{16}$ 2. $\frac{7}{12}$ 3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{8}{13}$

5. $\frac{5}{8}$ 6. କେବଳ (a) ସଙ୍ଗତ 7. $\frac{456}{625}$ 8. $\frac{5}{8}$

9. (a) $\frac{14}{33}$ (b) $\frac{16}{33}$ (c) $\frac{1}{11}$ (d) $\frac{19}{33}$

10. $\frac{55}{221}$ 12. $\frac{1}{4}$ 13. $\frac{2}{15}$

14. $\frac{1}{969}$ 15. $\frac{1}{3}$ 16. $\frac{19}{40}$ 17. ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$