୩୧

ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ, ଆମେ କହିଥାଉ 'ଆଜି ବର୍ଷା ହୋଇପାରେ', ବା 'ଭାରତ ମ୍ୟାଚ ଜିତିପାରେ' ବା 'ଏହି ପଦବି ଲାଗି ମୁଁ ଉପଯୁକ୍ତ ବିବେଚିତ ହୋଇପାରେ ।' ଏହି କଥାଗୁଡ଼ିକରେ ଅନିଶ୍ଚିତତାର ସୂଚନା ରହିଛି । ଏହି ଅନିଶ୍ଚିତତାକୁ ଆମେ କିପରି ମାପ କରିପାରିବା ? ଏହି ଅନିଶ୍ଚିତତାର ପରିମାପ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଗଣିତର 'ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ତତ୍ତ୍ୱ' ବିଭାଗରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଗୋଟିଏ ଦତ୍ତ ଘଟଣାର ଘଟିବା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଅନିଶ୍ଚିତତାକୁ ମାପ କରିବାର ପଦ୍ଧତି 'ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ତତ୍ତ୍ୱ' ଅଧ୍ୟାୟରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇଛି । ଶବ୍ଦକୋଷ ଅନୁଯାୟୀ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି 'ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ମାତ୍ର ନିଶ୍ଚିତ ନୁହେଁ' । ଏଣୁ ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଟସ୍ କରିବାରେ, ହେଡ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି, ମାତ୍ର ନ ପଡିପାରେ । ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡାଇବାରେ, 6 ପଡିପାରେ, ବା 6 ନ ପଡିପାରେ ।

ଏହି ପାଠରେ, ଆମେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ମୌଳିକ ଧାରଣା, ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ଉପପାଦ୍ୟ ଏବଂ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠ ପଢ଼ି ସାରିବାପରେ, ତୁମେ

- ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସଂଜ୍ଞା କହିପାରିବ;
- ଉଦାହରଣ ସହ କହିପାରିବ ଯେ ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି 1 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ହୋଇ ନଥିବା ଏକ ଅଣରଣାତ୍ମକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା;
- ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ପୃକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନ ସମାଧାନ କରିବାରେ ବିନ୍ୟାସ (permutation) ଓ ସଂଯୋଗ (combination)ର ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବ;
- ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଯୋଗ ଉପପାଦ୍ୟ ତଥା କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ ଏହା ସିଦ୍ଧହୁଏ ତାହା କହିପାରିବ ଓ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ;
- ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୁତ ଘଟଣାବଳୀ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ ଉପପାଦ୍ୟର ବ୍ୟାପକୀକରଣ କରିପାରିବ;
- ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଘଟଣା ଲାଗି ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଗୁଣନ ଉପପାଦ୍ୟ କହିପାରିବ;
- ପରସ୍ପର ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଘଟଣାବଳୀର କ୍ଷେତ୍ରରେ ମିଶ୍ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୁଣନ ଉପପାଦ୍ୟ କହିପାରିବ ତଥା ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ;
- ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନ ଉପପାଦ୍ୟର ବ୍ୟବହାର ଦ୍ୱାରା ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିପାରିବ;
- ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଲାଗି ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସଂଜ୍ଞା କହିପାରିବ; ଏବଂ
- ସର୍ତ୍ତମୂଳକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧିତ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ସମାଧାନ କରିପାରିବ ।

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ପରୀକ୍ଷା ଓ ଘଟଣା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ।

- ନମୁନା-ବିଶ୍ୱର ଅର୍ଥ
- ଗୋଟିଏ ମାନକ ତାସ ମୁଠାରେ ଥିବା 52 ପଟ ତାସ 4 ଗୋଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥାଏ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ 13 ଟି ପଟ ତାସ ଥାଏ । ସେହି ଭାଗ ଚାରୋଟି ହେଉଛି କଳାପାନ (spades), ନାଲିପାନ (hearts), ଠିକିରି (diamonds), ଚିଡିଆ (clubs) । ଟିକା, ରଜା, ରାଣୀ, ଗୋଲାମ, 10, 9, 8, 6, 5, 4, 3 ଓ 2 ସୂଚକ ତାସଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗ ଗଠିତ । ରଜା, ରାଣୀ ଓ ଗୋଲାମକୁ ଛବି ଥିବା ତାସ ଅନ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସଂଖ୍ୟା ସୂଚକ ତାସ କୁହାଯାଏ ।

31.1 ଘଟଣା ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପାଠରେ, ଗୋଟିଏ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ପରୀକ୍ଷଣ କି ନୁହେଁ ତାହା ସ୍ଥିର କରିବା ପଦ୍ଧତି ଶିଖିଛୁ । ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା ସର୍ବଦା ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ପରୀକ୍ଷଣ ସହ ସମ୍ପୃକ୍ତ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଠାରୁ ପରୀକ୍ଷଣ କହିଲେ, ଆମେ କେବଳ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ପରୀକ୍ଷଣ ବୋଲି ବୁଝିବା । ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପାଠରେ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ଘଟଣା ଯଥା, ସମପ୍ରାୟିକ, ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ନିଃଶେଷ, ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ଘଟଣାମାନଙ୍କର ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରିଛୁ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି ଉଦାହରଣ ଦେଇଛୁ ।

ଏଠାରେ, ଏକ ପରୀକ୍ଷଣ ସମ୍ପାଦନ ବେଳେ ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଜାଣିବା ପାଇଁ ଆମେ ଆଗ୍ରହୀ । ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଗୋଟିଏ ନିରପେକ୍ଷ ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କଲେ, 'ହେଡ୍' ପଡିବାର ସମ୍ଭାବନା କେତେ ? ଏଠାରେ କେବଳ ଦୁଇଟି ସମପ୍ରାୟିକ ଫଳାଫଳ ଉପୁଜିଥାଏ, ଯଥା, ହେଡ୍ ବା ଟେଲ୍ । ଆମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଭାଷାରେ ଆମେ କହୁ, ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ଟସ୍‌ରେ ହେଡ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 2ରେ 1 । ଗାଣିତିକ ଭାଷାରେ ଆମେ କହୁ, ହେଡ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{2}$ ।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଗଡାଇବାରେ 6 ଗୋଟି ସମପ୍ରାୟିକ ଫଳାଫଳ, ଯଥା, 1, 2, 3, 4, 5 ବା 6 ପଡିଥାଏ । 1 ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଥିବା ପାଖଟି ଉପରକୁ ରହିବାର ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 6 ରେ 1 । ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, 1 ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{6}$ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପରୀକ୍ଷଣରେ, ଧରି ନିଆଯାଉ ଗୋଟିଟି ଗଡାଇବାରେ ଏହାର ଉପରେ ଥିବା ପାଖରେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ଆମେ ଚାହୁଁ । ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଆମେ ଚାହୁଁଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି 2, 4 ଓ 6 । ଏହି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି 6 ରେ 3 । ଏଣୁ ଆମେ କହୁ, ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{3}{6}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{2}$ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଆଲୋଚନାରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନମତେ ହେବ ।

ଯଦି ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷଣରେ ଉପୁଜୁଥିବା n ଗୋଟି ନିଃଶେଷ, ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଏବଂ ସମପ୍ରାୟିକ ଫଳାଫଳ ମଧ୍ୟରୁ m ଗୋଟି ଫଳାଫଳ ଆମେ ଚାହୁଁଥିବା ଘଟଣା Aକୁ ସୁହାଇ ଥାଏ, ତେବେ ଘଟଣା A ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 'p'କୁ ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରାଯାଏ ।

$$p = P(A)\ \frac{\text{ଇପ୍‌ସିତ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା}}{\text{ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳର ମୋଟ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{m}{n} \quad \dots \text{(i)}$$

ଘଟଣା Aର ଅନୁକୂଳରେ ନ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା n – m ହୋଇଥିବାରୁ, ଘଟଣା A ନ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା q ହେବ –

$$q = \frac{n-m}{n} = 1 - \frac{m}{n}$$

$= 1 - p$ [(i) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି]

$\therefore p + q = 1$

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ p ଓ q ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଣରଣାତ୍ମକ ଏବଂ କୌଣସିଟି 1ରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $0 \le p \le 1, 0 \le q \le 1$

ଏଣୁ ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0 ଓ 1 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ (0 ଓ 1 କୁ ମିଶାଇ) ହୋଇପାରେ ।

ମନ୍ତବ୍ୟ :

1. ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 'p' କୁ ସଫଳତାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଘଟଣାଟି ନ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ବିଫଳତାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କୁହାଯାଏ ।
2. ଗୋଟିଏ ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି 0 ଏବଂ ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବତା ହେଉଛି 1 ।
   ଯଦି $p(A) = 1$, ତେବେ ଘଟଣା A ନିଶ୍ଚୟ ଘଟିବାକୁ ଯାଉଛି ।
   ଯଦି $p(A) = 0$, ତେବେ ଘଟଣାଟି ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ନ ଘଟିବାକୁ ଯାଇଛି ।
3. ଗୋଟିଏ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା (m) କେବେ ହେଲେ ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା (n)ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ ନାହିଁ ।

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

ଉଦାହରଣ 31.1 ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । 5 ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଟି ପଡିବାର 6 ପ୍ରକାର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି । ଏ ଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ।

$$\therefore p(5) = \frac{1}{6}$$

ଉଦାହରଣ 31.2 ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ମୁଦ୍ରାର ହେଡ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମୁଦ୍ରାଟିର ହେଡ୍ (H) କିମ୍ବା ଟେଲ୍ (T) ପଡିପାରେ । ଏଣୁ ମୋଟ ସମ୍ଭବ ଫଳାଫଳ ହେଉଛି 2 ଓ ତନ୍ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ଘଟଣା ପ୍ରତି ଅନୁକୂଳ । ଏଣୁ $p(H) = \frac{1}{2}$

ଉଦାହରଣ 31.3 ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 6 । ଏଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ 2, 3, 5 ହେଉଛି ଅନୁକୂଳ ହୋଇଥିବା ଫଳାଫଳ ।

$$\therefore p\ (\text{ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ଉଦାହରଣ 31.4 ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ସଂଖ୍ୟା 7 ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ? '7 ଠାରୁ କମ୍' ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇବାରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା 6 ଏବଂ ଗୋଟିର କୌଣସି ପାଖରେ 7 ଚିହ୍ନିତ ହୋଇନଥାଏ ।

$$\therefore p\ (\text{ସଂଖ୍ୟା } 7) = \frac{0}{6} = 0$$

ଟୀକା : ଅସମ୍ଭବ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 0

ଯେହେତୁ ଗୋଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖରେ 7 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ସଂଖ୍ୟା ସୂଚିତ କରାଯାଇଥାଏ,

$$\therefore p(<7) = \frac{6}{6} = 1$$

ଟୀକା : ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା = 1

ଉଦାହରଣ 31.5 ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକତ୍ର ପକାଇବାରେ (i) ଦୁଇଟି ହେଡ୍ ପଡିବାର (ii) କେବଳ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ହେଲା,

HH, HT, TH, TT ।

ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 4

(i) ଘଟଣା (2ଟି ହେଡ) ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 1 (ଏହା ହେଉଛି HH)

$$\therefore p(2 \text{ ଟି ହେଡ୍}) = \frac{1}{4}$$

(ii) କେବଳ ଗୋଟିଏ ହେଡ ପଡିବା ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 2 ।

ଯଥା, HT ଓ TH ।

$$\therefore p\,(\text{କେବଳ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ଉଦାହରଣ 31.6 ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇଲେ, ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି 9 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟରେ = 6 × 6 = 36 । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

1, 1	1, 2	1, 3	1, 4	1, 5	1, 6
2, 1	2, 2	2, 3	2, 4	2, 5	2, 6
3, 1	3, 2	3, 3	3, 4	3, 5	3, 6
4, 1	4, 2	4, 3	4, 4	4, 5	4, 6
5, 1	5, 2	5, 3	5, 4	5, 5	5, 6
6, 1	6, 2	6, 3	6, 4	6, 5	6, 6

ଆମେ କିପରି 9 ପାଇବା ତାହା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ :

$3 + 6 = 9$

$4 + 5 = 9$

$5 + 4 = 9$

$6 + 3 = 9$

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ଫଳାଫଳ (3, 6), (4, 5), (5, 4) ଓ (6, 3) ହେଉଛି ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ, ଅର୍ଥାତ୍ ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 4 ।

$$\text{ଏଣୁ, } p(\text{ସମଷ୍ଟି } 9) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ଉଦାହରଣ 31.7 10ଟି ନାଲି, 4ଟି ନୀଳ ଓ 6ଟି କଳା ବଲ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳିରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । (i) ଗୋଟିଏ ନାଲି ବଲ୍ (ii) ଗୋଟିଏ ନୀଳ ବଲ୍ (iii) ବାହାର କରାଯିବା ବଲ୍ଟି କଳା ହୋଇ ନ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମୋଟରେ 20ଟି ବଲ୍ ଥଳିରେ ଅଛି । ଏଣୁ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 20 । (ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ବାହାର କରିବା ଯୋଗୁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ସମପ୍ରାୟିକ)

(i) ନାଲି ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 10

$\therefore$ p (ଗୋଟିଏ ନାଲିବ ବଲ୍) $= \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

(ii) ନୀଳ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 4

$\therefore$ p (ଗୋଟିଏ ନୀଳ ବଲ୍) $= \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

(iii) କଳା ନ ହୋଇଥିବା ବଲ୍ ଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା $= 10 + 4 = 14$

$\therefore$ p (କଳା ନ ହୋଇଥିବା ବଲ୍) $= \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

ଉଦାହରଣ 31.8 52ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ବାହାର କରାଗଲା । ଯଦି ଘଟଣା A ହୁଏ ଗୋଟିଏ ରାଣୀ-ତାସ୍ ବାହାର କରିବା ଓ ଘଟଣା B ହୁଏ ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ପାଇବା ଯାହାର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା 4 ଠାରୁ ବଡ ଓ 10 ଠାରୁ ସାନ, ତେବେ p(A) ଓ p(B) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ତାସ୍ ମୁଠାଟି ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବାରୁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ସମପ୍ରାୟିକ ହେବ ।

$\therefore$ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 52 ।

(u) ତାସ୍ ମୁଠାରେ 4 ଗୋଟି ରାଣୀ-ତାସ୍ ଥାଏ ।

$\therefore p(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(ii) ଯେଉଁ ତାସଗୁଡ଼ିକର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା 4 ରୁ ବଡ ମାତ୍ର 10 ରୁ ସାନ ସେଗୁଡ଼ିକର ସଂଖ୍ୟା ହେବ 5, 6, 7, 8 ଓ 9 । ଠିକିରି, ନାଲିପାନ, ଚିଡିଆ, କଳାପାନ ଏ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ତାସ୍‌ରେ ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଥାଏ ।

$\therefore$ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା $= 5 \times 4 = 20$

$\therefore p(B) = \frac{20}{52} = \frac{5}{13}$

ଉଦାହରଣ 31.9 ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ବଛାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ଅଧିବର୍ଷରେ 53ଟି ରବିବାର ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଗୋଟିଏ ଅଧିବର୍ଷରେ ଥିବା ଦିନ ସଂଖ୍ୟା 366 ଏବଂ ଏଥିରେ ଥାଏ 52ଟି ସପ୍ତାହ ଓ 2ଟି ଅଧିକ ଦିନ । ଏହି ଅଧିକ ଦିନ ଦୁଇଟି ନିମ୍ନମତେ ହୋଇପାରେ ।

(i) ରବିବାର, ସୋମବାର

(ii) ସୋମବାର, ମଙ୍ଗଳବାର

(iii) ମଙ୍ଗଳବାର, ବୁଧବାର

(iv) ବୁଧବାର, ଗୁରୁବାର

(v) ଗୁରୁବାର, ଶୁକ୍ରବାର

(vi) ଶୁକ୍ରବାର, ଶନିବାର

(vii) ଶନିବାର, ରବିବାର

ଏହି ସାତଗୋଟି ସମ୍ଭାବନା ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ଫଳାଫଳ ଯଥା, (i) ଓ (vii) ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ରହିଛି ।

$\therefore$ p (53ଟି ରବିବାର) $= \dfrac{2}{7}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.1

1. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇ ଦିଆଯାଗଲା । 3 ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

2. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ଟେଲ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

3. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇଲେ, 3 ଠାରୁ ବଡ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

4. ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକତ୍ର ଟସ୍ କଲେ, 'ଅନ୍ୟୁନ' ଗୋଟିଏ ଟେଲ୍ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

5. 15 ଟି ନାଲି ଓ 10ଟି ନୀଳ ବଲ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳିରୁ 'ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ' ଗୋଟିଏ ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । (i) ଗୋଟିଏ ନାଲି ବଲ୍ (ii) ଗୋଟିଏ ନୀଳ ବଲ୍ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

6. ଯଦି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ପକାଯାଏ, ତେବେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି (i) 6 (ii) 8 (iii) 10 (iv) 12 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

7. ଯଦି ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇ ଦିଆଯାଏ, ପଡିଥିବା ଗୋଟି ଦୁଇଟି ଉପରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 3 ବା 4 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

8. ଯଦି ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଗଡାଇ ଦିଆଯାଏ, ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି 10 ଠାରୁ ବଡ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

9. ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟାଯାଇ ଥିବା 52 ପଟ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ୍ ଟାଣିଲେ, ଏହା ଏକ ନାଲି ତାସ୍ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

10. ଯଦି ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା 52 ପଟ ତାସ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ବାହାର କରାଯାଏ, ତେବେ ବାହାରିଥିବା ତାସଟି (i) କଳାପାନ (ii) ରାଜା (iii) କଳାପାନ ରାଜା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

11. ଏକ ଯୋଡା ଗୋଟି ଗଡାଇ ଦିଆଗଲା । ନିମ୍ନ ଘଟଣାଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା

(ii) ଏକ ଦ୍ୱୈତ (doublet) ଅର୍ଥାତ୍ ଉଭୟ ଗୋଟିରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା

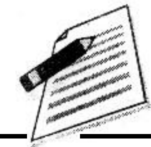
(iii) ଗୋଟିଏ ଗୋଟିରେ 2ର ଗୁଣିତକ ଓ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିରେ 3ର ଗୁଣିତକ ।

12. ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକତ୍ର ଟସ୍ କରାଗଲା । ନିମ୍ନ ଘଟଣାମାନଙ୍କର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(i) ହେଡ୍ ନ ଥିବା (ii) ଅନ୍ୟୁନ ଗୋଟିଏ ହେଡ୍ ଥିବା (iii) ସମସ୍ତ ହେଡ୍ ଥିବା

31.2 ସଂଯୋଗ ଗଣିତ (ବିନ୍ୟାସ ଓ ସଂଯୋଗ) ବ୍ୟବହାର କରି ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗରେ, ଆମେ ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ସମ୍ପୃକ୍ତ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଓ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିଥିଲୁ । ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା କମ୍ ହୋଇଥିଲେ ଏହା ସମ୍ଭବ । ମାତ୍ର ଏହା ଅଧିକ ହୋଇଥିଲେ କାର୍ଯ୍ୟଟି ଜଟିଳ ତଥା ସମୟସାପେକ୍ଷ ହୋଇଥାଏ । ବାସ୍ତବତଃ ଆମେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଓ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳର ତାଲିକା ଦରକାର କରୁନାହିଁ, ଆମେ ଦରକାର କରୁ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳର ସଂଖ୍ୟା । ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଆଗରୁ ପଢିଥିବା ବିନ୍ୟାସ



(permutation) ଓ ସଂଯୋଗ (combination) ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନର ଉପଯୋଗ କରି ଆମେ ଆବଶ୍ୟକ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା :

ଉଦାହରଣ 31.10 ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ 3 ଟି ନାଲି, 6 ଟି ଧଳା ଓ 7 ଟି ନୀଳ ବଲ୍ ରହିଛି । ଦୁଇଟି ବଲ ବାହାର କଲେ ଗୋଟିଏ ଧଳା ଓ ଗୋଟିଏ ନୀଳ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମୋଟ ବଲ ସଂଖ୍ୟା = 3 + 6 + 7 = 16

16 ଟି ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟିକୁ $^{16}C_2$ ପ୍ରକାରେ ଅଣାଯାଇ ପାରିବ ।

$\therefore$ ସମସ୍ତ ସମ୍ଭବ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା $= {}^{16}C_2 = \dfrac{16 \times 15}{2} = 120$

6 ଗୋଟି ଧଳା ବଲ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବନା ସଂଖ୍ୟା = $^{6}C_1$

ଏବଂ 7 ଗୋଟି ନୀଳ ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ବାହାର କରିବାର ସମ୍ଭାବନା ସଂଖ୍ୟା = $^{7}C_1$

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମ୍ଭାବନା ସହିତ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମ୍ଭାବନା ସମ୍ବନ୍ଧିତ ହୋଇଥିବାରୁ ଘଟଣାର ମୋଟ ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ସଂଖ୍ୟା

$= {}^{6}C_1 \times {}^{7}C_1 = 6 \times 7 = 42$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= \dfrac{42}{120} = \dfrac{7}{20}$

ମନ୍ତବ୍ୟ :

ଯେତେବେଳେ ଅନେକଗୁଡ଼ିଏ ବଲଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳିରୁ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବଲ୍ ବାହାର କରାଯାଏ, ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଦୁଇ ପ୍ରକାରେ ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରେ ।

(i) **ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା :** ଥଳିରୁ ବାହାର କରି ଅଣାଯାଇ ଥିବା ପ୍ରଥମ ବଲ୍‌ଟିକୁ ପୁଣି ଥଳିରେ ରଖାନଯାଇ ଦ୍ୱିତୀୟ ବଲ୍‌ଟି ଅଣାଯିବ । ପୂର୍ବରୁ ଆଣିଥିବା ବଲ ଦୁଇଟିକୁ ଥଳିରେ ନ ରଖି, ତୃତୀୟ ବଲ୍‌ଟି ବାହାର କରିବା । ଏହିଭଳି ଆଣିଥିବା ବଲ୍‌କୁ ଥଳିରେ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ନ କରି ଅନ୍ୟ ବଲ୍ ଆଣିବା ଯାହା ଆଣିବାକୁ ଚାହୁଁଥିବା ବଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକତ୍ର ଆଣିବା ମଧ୍ୟ ତାହା ।

(ii) **ପୁନଃସ୍ଥାପନ ସହିତ :** ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆଣିଥିବା ବଲ୍‌ଟିକୁ ଥଳିରେ ପୁନଃସ୍ଥାପନ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ବଲ୍ ଅଣାଯାଏ । ଏପରି ସ୍ଥଳେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ବଲ ଆଣିବା ବେଳକୁ ଥଳିରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟକ ବଲ୍ ଥାଏ । ଏହି ପ୍ରକାର ପ୍ରଶ୍ନରେ, ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଭାବରେ କିଛି ଦିଆଯାଇ ନ ଥିଲେ, ଆମେ ପ୍ରଶ୍ନକୁ ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା ବୋଲି ଧରିନେଇକୁ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 31.11 5ଟି ନାଲି ଓ 4 ଟି କଳା ବଲ୍ ଥିବା ଥଳିରୁ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କରିବା ବେଳେ ଦୁଇଟି ଯାକ ନାଲି ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

(i) ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ସହିତ (ii) ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା

ସମାଧାନ : (i)ଉଭୟ ଥର ବଲ୍ ବାହାର କରିବା ବେଳକୁ ଥଳିରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 5 + 4 = 9

ଏଣୁ, ଗଣନାର ମୌଳିକ ତତ୍ତ୍ୱ ଅନୁଯାୟୀ, ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = $9 \times 9 = 81$

ସେହିପରି ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = $5 \times 5 = 25$

ଏଣୁ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (ଉଭୟ ନାଲି) $= \dfrac{25}{81}$

(ii) ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 9ଟି ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାଛିବାର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା = ${}^9C_2$

ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 5 ଗୋଟି ନାଲି ବଲ୍‌ରୁ 2 ଗୋଟି ବଲ୍ ବାଛିବା ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା = ${}^5C_2$

$$\text{ଏଣୁ, } P\text{ (ଉଭୟ ନାଲି ବଲ୍)} = \frac{{}^5C_2}{{}^9C_2} = \frac{\frac{5\times4}{1\times2}}{\frac{9\times8}{1\times2}} = \frac{5}{18}$$

ଉଦାହରଣ 31.12 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ତାସ ମୁଠା ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବେ 6 ପଟ ତାସ ଟାଣିବା । ଟଣାଯିବା ତାସ ମଧ୍ୟରୁ 3 ଗୋଟି ନାଲି ଓ 3 ଗୋଟି କଳା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ମୁଠାରୁ 6 ପଟ ତାସ ଟାଣିବାର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ${}^{52}C_6$ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = ${}^{52}C_6$

3 ପଟ ନାଲି ତାସ ଟାଣିବାର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ${}^{26}C_3$ ଏବଂ

3 ପଟ କଳା ତାସ ଟାଣିବାର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ${}^{26}C_3$ ।

$\therefore$ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = ${}^{26}C_3 \times {}^{26}C_3$

$$\text{ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା} = \frac{{}^{26}C_3 \times {}^{26}C_3}{{}^{52}C_6} = \frac{13000}{39151}$$

ଉଦାହରଣ 31.13 ଗୋଟିଏ ଦଳରେ ଥିବା 3 ଜଣ ପୁରୁଷ, 2 ଜଣ ମହିଳା ଓ 4 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଜଣିଆ ଗୋଟିଏ ଦଳ ବଛାଯିବ । ପ୍ରତିପାଦନ କର ଯେ ସେ ଦଳ ମଧ୍ୟରେ ଠିକ୍ ଦୁଇଗୋଟି ବାଳକ ରହିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{10}{21}$ ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ଦଳଟିରେ ଥିବା ମୋଟ ବ୍ୟକ୍ତି ସଂଖ୍ୟା = $3 + 2 + 4 = 9$ । ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ 4 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି ବଛାଯିବେ । ଯଦି ବଛା ଯାଇଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଜଣ ପିଲା ଥା'ନ୍ତି, ତେବେ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଜଣଙ୍କୁ 5 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତି (3 ପୁରୁଷ + 2 ମହିଳା)ଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ବାଛିବାକୁ ହେବ ।

$$\text{4 ଜଣ ପିଲାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଜଣଙ୍କୁ ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା} = {}^4C_2 = \frac{4\times3}{1\times2} = 6$$

$$\text{ଅବଶିଷ୍ଟ 5 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଅନ୍ୟ 2 ଜଣଙ୍କୁ ବାଛିବାର ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା} = {}^5C_2 = \frac{5\times4}{1\times2} = 10$$

9 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଜଣ ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କୁ ବାଛିବାର ମୋଟ ଉପାୟ ସଂଖ୍ୟା

$$= {}^9C_4 = \frac{9\times8\times7\times6}{1\times2\times3\times4} = 126$$

$$\text{ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା} = \frac{{}^4C_2 \times {}^5C_2}{{}^9C_4} = \frac{6\times10}{126} = \frac{10}{21}$$

ଉଦାହରଣ 31.14 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟାଯାଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ, ମୁଠାରୁ ତିନି ପଟ ତାସ ଟଣାଗଲେ, ସେ ତିନୋଟି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ରାଜା, ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ଓ ଗୋଟିଏ ଗୋଲାମ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ମୁଠାରୁ 3 ପଟ ତାସକୁ $^{52}C_3$ ପ୍ରକାରେ ଟଣାଯାଇ ପାରିବ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମପ୍ରାୟିକ ହେବ ।

$\therefore$ ସର୍ବମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = $^{52}C_3$

ଗୋଟିଏ ମୁଠା ତାସ୍‌ରେ 4 ଟି ରାଜା 4ଟି ରାଣୀ 4 ଟି ଗୋଲାମ ଥାଏ । ଗୋଟିଏ ରାଜା, ଗୋଟିଏ ରାଣୀ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଗୋଲାମ ପ୍ରତ୍ୟେକର ଟାଣିବା ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେବ $^4C_1$ । ଯେହେତୁ ଗୋଟିଏ ରାଜା-ତାସ୍‌କୁ ଟାଣିବାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ସହିତ ଗୋଟିଏ ରାଣୀ-ତାସ୍‌କୁ ଟାଣିବା ଓ ଗୋଟିଏ ଗୋଲାମ-ତାସକୁ ଟାଣିବାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରକାର ସମ୍ପୃକ୍ତ; ତେଣୁ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = $^4C_1 \times {}^4C_1 \times {}^4C_1$

$$\therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା } = \frac{^4C_1 \times {}^4C_1 \times {}^4C_1}{^{52}C_3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{\frac{52 \times 51 \times 50}{1 \times 2 \times 3}} = \frac{16}{5525}$$

ଉଦାହରଣ 31.15 ପ୍ରଥମ 25ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ 25 ଗୋଟି ଟିକେଟ ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ଟିକେଟ ଟଣାଗଲା । ଏହାର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା 5ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ 25 ଗୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ 5ର ଗୁଣିତକ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା, 5, 10, 15, 20 ଓ 25, ମୋଟରେ 5 ଗୋଟି ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = 5

$$\therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା } = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$$

ଉଦାହରଣ 31.16 ଯଦି 'REGULATIONS' ଶବ୍ଦରେ ଥିବା ଅକ୍ଷରଗୁଡ଼ିକୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ସଜାଯାଏ, ଯେ R ଓ E ମଧ୍ୟରେ ଠିକ 4 ଗୋଟି ଅକ୍ଷର ରହିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : 'REGULATIONS' ଶବ୍ଦରେ ମୋଟ 11 ଗୋଟି ଅକ୍ଷର ଅଛି । ଏହି 11 ଗୋଟି ସ୍ଥାନ ମଧ୍ୟରୁ R ଓ E ଅକ୍ଷର ଦୁଇଟି $^{11}P_2$ ଅର୍ଥାତ୍ $11 \times 10 = 110$ ଗୋଟି ସ୍ଥାନରେ ରହିପାରିବ ।

R ଓ E ମଧ୍ୟରେ ଠିକ୍ 4 ଗୋଟି ଅକ୍ଷର ରହିବାର ବିଭିନ୍ନ ପଦ୍ଧତି ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି :

R ପ୍ରଥମ ସ୍ଥାନରେ ଓ E ଷଷ୍ଠ ସ୍ଥାନରେ

R ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ଥାନରେ ଓ E ୭ମ ସ୍ଥାନରେ

....

....

R ଷଷ୍ଠ ସ୍ଥାନରେ ଓ E ଏକାଦଶ ସ୍ଥାନରେ

ଯେହେତୁ R ଓ Eକୁ ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ଅଦଳ ବଦଳ କରିହେବ, ଏଣୁ ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ହେବ $2 \times 6 = 12$

$$\therefore \text{ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା } = \frac{12}{110} = \frac{6}{55}$$

ଉଦାହରଣ 31.17 (2n+1) ସଂଖ୍ୟକ ଟିକେଟଗୁଡ଼ିକୁ 1 ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କ୍ରମଶଃ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଇଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ 3 ଗୋଟି ଟିକେଟକୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଟଣାଗଲା । ମିଳିଥିବା ଟିକେଟ ଗୁଡ଼ିକର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା A.P. ରେ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (2n+1) ଗୋଟି ଟିକେଟ ମଧ୍ୟରୁ 3 ଗୋଟି ଟିକେଟ୍‌କୁ $^{2n+1}C_3$ ଉପାୟରେ ଟଣାଯାଇ ପାରିବ ।

ତେଣୁ ସର୍ବମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା $= {}^{2n+1}C_3 = \dfrac{(2n+1)\,2n(2n-1)}{1 \times 2 \times 3}$

$$= \frac{n(4n^2-1)}{3}$$

ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ପାଇବା ପାଇଁ, ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରେ ଟଣାଯାଇଥିବା ଟିକେଟର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (ମନେକର $d = 1, 2, 3, \ldots n-1, n$) ବିଶିଷ୍ଟ A.P. ହେଲା ଭଳି ନିମ୍ନରେ ଲେଖିବା :

ଯଦି $d = 1$ ହୁଏ, ତେବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ :

1, 2, 3

2, 3, 4   ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ (2n–1) ଗୋଟି

....

....

2n–1, 2n, 2n+1

ଯଦି $d = 2$, ତେବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ :

1, 3, 5

2, 4, 6

....   ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ (2n–3) ଗୋଟି

2n–3, 2n–1, 2n+1

ଏହିପରି ଲେଖିଚାଲିଲେ

ଯଦି $d = n-1$, ତେବେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକ :

1, n, 2n–1

2, n+1, 2n   ଅର୍ଥାତ୍ ମୋଟ 3 ଗୋଟି

3, n+2, 2n+1

ଯଦି $d = n$, ତେବେ ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଫଳାଫଳ ଅଛି, ଯଥା 1, n+1, 2n+1 ଏଣୁ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ମୋଟ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା

$= (2n-1) + (2n-3) + \ldots + 5 + 3 + 1$

$= 1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)$

ଯାହାକି ଏକ A.P. ଓ ଏହାର $d = 2$ ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟା 'n' ।

ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା $= \dfrac{n}{2}[2 + (n-1) \times 2]$

$$= \frac{n}{2}(2n) = n^2$$

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $= \dfrac{n^2}{\dfrac{n(4n^2-1)}{3}} = \dfrac{3n}{4n^2-1}$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 31.2

1. 3 ଗୋଟି ନାଲି, 6 ଗୋଟି ଧଳା ଓ 7 ଗୋଟି ନୀଳ ବଲ୍ ଥିବା ଗୋଟିଏ ଥଳିରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କଲେ, ଏ ଦୁଇଟି ଯାକ ଧଳା ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
2. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ 5ଟି ନାଲି ଓ 8 ଟି ନୀଳ ବଲ୍ ଅଛି । ଏଥିରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ଟାଣିଲେ, ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ନାଲି ଓ ଗୋଟିଏ ନୀଳ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
3. ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ 20 ଟି ଧଳା ଓ 30 ଟି କଳା ବଲ୍ ଅଛି । ସେଥିରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଦୁଇଟି ବଲ୍ ବାହାର କଲେ, ସେ ଦୁଇଟି ଧଳା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । (i) ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ସହିତ (ii) ପୁନଃ ସ୍ଥାପନ ବିନା
4. 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସମୁଠାରୁ ତିନିପଟ ତାସ ଟଣାଗଲା । ତିନୋଟିଯାକ ଗୋଲାମ୍ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. 52 ପଟ ତାସଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଏକ ତାସ ମୁଠାରୁ 2 ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ସେ ଦୁଇପଟ ତାସ ଉଭୟ ଟିକା ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି $\frac{1}{221}$ ।
6. ଗୋଟିଏ ବିଦ୍ୟାଳୟର 10 ଜଣ କୃତୀଛାତ୍ରଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 6 ଜଣ ବାଳକ ଓ 4 ଜଣ ବାଳିକା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଗୋଟି ବକ୍ତୃତା ପ୍ରତିଯୋଗିତା ଲାଗି ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ତିନିଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କୁ ବଛାଯିବ । ସେ ତିନିଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ
   (i) ଜଣେ ବାଳକ ଓ ଅନ୍ୟ ଦୁଇଜଣ ବାଳିକା ଥିବାର (ii) ସମସ୍ତେ ବାଳକ ହୋଇଥିବାର
   (iii) ସମସ୍ତେ ବାଳିକା ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
7. 1 ରୁ 21 ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ 21 ଗୋଟି ଟିକେଟ ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ 3 ଗୋଟି ଟଣାଗଲା । ଯଦି ତିନୋଟିଯାକ ଏକତ୍ର ଟଣାଯାଏ, ତେବେ ସେଗୁଡ଼ିକର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ A.P.ରେ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. 1 ରୁ 8 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ 8 ଗୋଟି କାର୍ଡ ମଧ୍ୟରୁ 2 ଗୋଟି କାର୍ଡ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଟଣାଗଲା । ଯଦି କାର୍ଡ଼ ଦୁଇଟିକୁ ଏକତ୍ର ଟଣାଯାଏ, ତେବେ ସେହି ଦୁଇଟିର ସୂଚକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ଅଯୁଗ୍ମ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
9. 6 ଜଣ ବାଳକ ଓ 8 ଜଣ ବାଳିକା ଥିବା ଗୋଟିଏ ଦଳରୁ 5 ଜଣିଆ ଟିମ୍‌ଟିଏ ବଛାଯିବ । ଯଦି ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ବାଛିବା କାର୍ଯ୍ୟ ହୁଏ, ତେବେ ସେ ଟିମ୍‌ରେ 2 ଜଣ ବାଳକ ଓ 3 ଜଣ ବାଳିକା ରହିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
10. ପ୍ରଥମ 200 ଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ବଛାଯିବ । ବଛାଯିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 6 ବା 8 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

31.3 ଘଟଣାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ବନ୍ଧ

ଗୋଟି ନିରପେକ୍ଷ ଗୋଟି ଗଡାଇବାର ଉଦାହରଣକୁ ଆସ ବିଚାର କରିବା । ଏହି ପରୀକ୍ଷଣର ନମୁନା ହେଉଛି ବିଶ୍ୱ

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

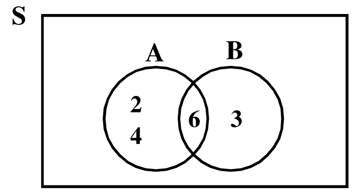
ଯଦି ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଏ, A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ନମୁନା ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ହେବ 2, 4 ଓ 6 ।
ଅବଶିଷ୍ଟ ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ 1, 3 ଓ 5 ଗୁଡ଼ିକ A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ନୁହଁନ୍ତି । ଏଣୁ ଯେତେବେଳେ ଘଟଣା A ନ ଘଟେ, ସେତେବେଳେ ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପଡିବ ।
ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷଣରେ ଯେଉଁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ଘଟଣା A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ନୁହେଁ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ Aର ପୂରକ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରାଯାଏ;

ଯେଉଁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ଘଟଣା Aର ଅନୁକୂଳ ନୁହନ୍ତି, ସେହି ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ Aର ପୂରକ ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକୁ

A-ନୁହେଁ ବା $\overline{A}$ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

31.3.1 ଘଟଣା 'A ବା B'

ଆସ ଗୋଟିଏ ଗୋଟି ଗଡାଇବା ଉଦାହରଣକୁ ମନେ ପକାଇବା ଯେଉଁଥିରେ 2ର ଗୁଣିତକ ପଡିବାକୁ ଘଟଣା A ଓ 3ର ଗୁଣିତକ ପଡିବାକୁ ଘଟଣା B ହେବ । ଫଳାଫଳ 2, 4 ଓ 6 ହେଉଛନ୍ତି A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଏବଂ ଫଳାଫଳ 3 ଓ 6 ହେଉଛନ୍ତି ଘଟଣା B ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ।



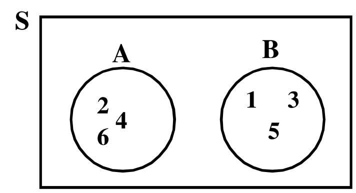
ଚିତ୍ର 31.1

A ବା B ଘଟଣା ଘଟିବା ହେଉଛି

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$$

ପୁନଶ୍ଚ, ଯଦି ଘଟଣା A ହୁଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା ଓ ଘଟଣା B ହୁଏ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା, ତେବେ

$A = \{2, 4, 6\}$ $\qquad B = \{1, 3, 5\}$



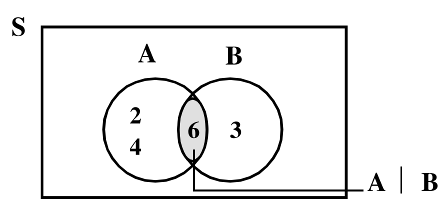
ଚିତ୍ର 31.1

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ଏଠାରେ, ଲକ୍ଷ୍ୟ କରାଯାଇପାରେ ଯେ ଯଦି A ଓ B ଦୁଇଟି ଘଟଣା, ତେବେ ଯେଉଁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ଘଟଣା A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଅଥବା ଘଟଣା B ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଅଥବା A ଓ B ଉଭୟ ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ସେହିଗୁଡ଼ିକ 'A ବା B' ($A \cup B$)ରେ ରହିବେ । ଏଣୁ ଘଟଣା 'A ବା B' ଘଟିବ ଯଦି A ବା B ବା ଉଭୟ ଘଟୁଥାଏ ।

31.3.2 ଘଟଣା "A ଏବଂ B"

ଗୋଟିଏ ଗୋଟି ଗଡାଇବା କଥାକୁ ମନେପକାଅ । ଯଦି ଘଟଣା A ହୁଏ 2ର ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା ଓ ଘଟଣା B ହୁଏ 3ର ଗୁଣିତକ ସଂଖ୍ୟା କଡିବା, ତେବେ Aର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେବ 2, 4 ଓ 6 ଏବଂ Bର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ହେବ 3, 6 ।



ଚିତ୍ର 31.3

ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ ଫଳାଫଳ 6 ଉଭୟ ଘଟଣା A ଏବଂ B ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ।

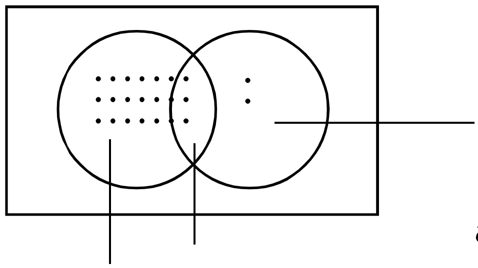
52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଏକ ତାସ- ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ୍ ଟାଣ । ଘଟଣା A ଓ B ନିମ୍ନମତେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ।

A : ଏକ ପଟ ନାଲି ତାସ୍

B : ଏକ ରାଜା-ତାସ୍

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଗୋଟିଏ ମୁଠା ତାସ୍‌ରେ 26 ପଟ ନାଲି ତାସ୍ ଓ 4 ଗୋଟି ରାଜା-ତାସ୍ ଅଛି । ଏହି ରାତା-ତାସ ଚାରୋଟି ମଧ୍ୟରୁ ଦୁଇଟି ନାଲି ।

ଏଠାରେ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ଦୁଇଟି ନାଲି ରଙ୍ଗର ରାଜା ଉଭୟ ଘଟଣା ପ୍ରତି ଅନୁକୂଳ ।



ଚିତ୍ର 31.4

ଏଣୁ, ଯେଉଁ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ A ଓ B ଉଭୟ ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ, କେବଳ ସେଗୁଡ଼ିକ ‘A ଏବଂ B’ ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ । ଅର୍ଥାତ୍ ଘଟଣା ‘A ଏବଂ B’ ଘଟିଥାଏ ଯେତେବେଳେ ଘଟଣା A ଏବଂ ଘଟଣା B ଉଭୟ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଘଟିଥା’ନ୍ତି । ଏହାକୁ ସଙ୍କେତରେ $A \cap B$ ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

31.4 ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ-ନିୟମ

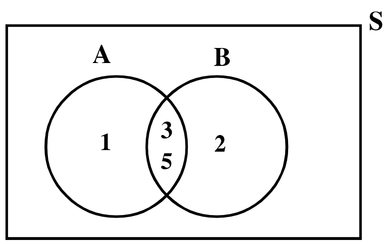
ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇବାରେ, ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାକୁ ଘଟଣା A ଏବଂ ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାକୁ ଘଟଣା B କୁହାଯାଉ । ଗୋଟିଏ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ବା ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ଗୋଟିଏ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡାଇବା ପରୀକ୍ଷାର ନମୁନା-ବିଶ୍ୱ

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ଘଟଣା A ଓ ଘଟଣା B ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ହୋଇଥିବା ଫଳାଫଳ :

$A = \{1, 3, 5\}$ $B = \{2, 3, 5\}$



ଚିତ୍ର 31.5

‘A ବା B’ ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ :

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

ଏଣୁ, ଗୋଟିଏ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା ବା ଏକ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$P(A \text{ ବା } B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ଏକ ବିକଳ୍ପ ପଦ୍ଧତି ନିମ୍ନମତେ ପାଇବା :

ଘଟଣା A ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଥିବା ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛନ୍ତି 1, 3 ଓ 5 ।

$$\therefore P(A) = \frac{3}{6}$$

ସେହିପରି $P(B) = \frac{3}{6}$

'A ଏବଂ B' ଘଟଣା ଲାଗି ଅନୁକୂଳ ଥିବା ଫଳାଫଳ ହେଉଛନ୍ତି 3 ଓ 5

$\therefore P(A \text{ ଏବଂ } B) = \frac{2}{6}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $P(A) + P(B) - P(A \text{ ଏବଂ } B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6}$

$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$= P(A \text{ ବା } B)$

ନିମ୍ନରେ ଯୋଗ-ନିୟମ କୁହାଯାଇଛି, ଯାହାଦ୍ୱାରା ଆମେ ଅଣଛେଦୀ ନ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ଘଟଣାର ସଂଯୋଗ (union)ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଯେକୌଣସି ନମୁନା ବିଶ୍ୱର ଦୁଇଟି ଘଟଣା A ଓ B ଲାଗି

$P(A \text{ ବା } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ ଏବଂ } B)$

ଅଥବା $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ... (ii)

ଉଦାହରଣ 31.18 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଓ ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ୍ ମୁଠାରୁ ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ୍ ଟଣାଗଲା । ସେ ତାସ ପଟଟି ହୁଏତ କଳାପାନ ଅଥବା ଏକ ରାଜା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଭଲ ଭାବରେ ଫେଣ୍ଟା ଯାଇଥିବା ଓ 52 ପଟ ତାସ ଥିବା ଗୋଟିଏ ତାସ ମୁଠାରୁ ଯଦି ଗୋଟିଏ ପଟ ତାସ ଟଣାଯାଏ, ଯେକୌଣସି ପଟ ତାସ ମିଳିବା ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକ ସମପ୍ରାୟିକ । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ 52 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ଥିବ । ଯଦି ଘଟଣା A ହୁଏ 'ଏକ କଳାପାନ ତାସ ଟାଣିବା' ଏବଂ ଘଟଣା B ହୁଏ ଏକ ରାଜା-ତାସ୍ ଟାଣିବା, ତେବେ A ରେ 13 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ଓ Bରେ 4 ଗୋଟି ନମୁନାବିନ୍ଦୁ ରହିବ । ଏଣୁ

$P(A) = \frac{13}{52}, \quad P(B) = \frac{4}{52}$

ମିଶ୍ର ଘଟଣା $(A \cap B)$ର ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ଅଛି, ଯଥା, କଳାପାନ-ରାଜା ଏଣୁ

$P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

ଫଳରେ, ଟଣାଯିବାକୁ ଥିବା ତାସ୍‌ଟି ହୁଏତ କଳାପାନ୍ ବା ଏକ ରାଜା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52}$

$= \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

ଉଦାହରଣ 31.19 ଦୁଇଟି ନିରପେକ୍ଷ ଗୋଟି ଗଡାଇବା ପରୀକ୍ଷାରେ ନିମ୍ନ ଘଟଣାକୁ ବିଚାର କର ।

ଘଟଣା A : ଗୋଟି ଦୁଇଟିରେ ପଡିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 8 ।

ଘଟଣା B : ଦ୍ୱୈତ (doublet) ପଡିବା ଅର୍ଥାତ୍ ଉଭୟ ଗୋଟିରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା) ।

A ବା B ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଦୁଇଟି ଗୋଟି ଗଡାଇବାରେ, ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ $6 \times 6 = 36$ ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ରହିବ ।

ଘଟଣା A ର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ (ଦୁଇଟି ଗୋଟିରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 8) ହେଉଛନ୍ତି

$A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

ଘଟଣା B ର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ (ଦୁଇଟି ଯାକ ଗୋଟିରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ପଡିବା)ଗୁଡ଼ିକ ହେବ

$B = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$

$A \cap B = \{(4, 4)\}$

ବର୍ତ୍ତମାନ $P(A) = \frac{5}{36}, P(B) = \frac{6}{36}, P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

ଏଣୁ, A ବା Bର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି

$$P(A \cup B) = \frac{5}{36} + \frac{6}{36} - \frac{1}{36}$$

$$= \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

31.5 ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ଲାଗି ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ ନିୟମ

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ A ଓ B ଘଟଣା ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ହୋଇଥା'ନ୍ତି ଯଦିଓ କେବଳ ଯଦି ସେ ଦୁଇଟିର ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଫଳାଫଳ ନ ଥାଏ । ଅର୍ଥାତ୍ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣାମାନଙ୍କ ପାଇଁ

$P(A \text{ ଏବଂ } B) = 0$

ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ ନିୟମରେ ଏହି ମାନ ବସାଇଲେ, ଆମେ ନିମ୍ନ ନିୟମ ପାଇବା :

$P(A \text{ ବା } B) = P(A) + P(B) \ldots (iii)$

ଉଦାହରଣ 31.20 ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଗଡାଇବାରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟର ସମଷ୍ଟି 9 ବା 11 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଘଟଣା - ସମଷ୍ଟି 9 ଏବଂ ସମଷ୍ଟି 11 ହେଉଛନ୍ତି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ୍, $P(\text{ସମଷ୍ଟି } 9) = P[(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)] = \frac{4}{36}$

$P(\text{ସମଷ୍ଟି } 11) = P[(5, 6), (6, 5)] = \frac{2}{36}$

ଫଳରେ, $P(\text{ସମଷ୍ଟି } 9 \text{ ବା } 11) = \frac{4}{36} + \frac{2}{36} = \frac{1}{6}$

ଉଦାହରଣ 31.21 ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ର ଗ୍ରେଡ A, B, C ବା D ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ 0.30, 0.35, 0.20 ଏବଂ 0.15 । ଛାତ୍ରଟି ଅନ୍ୟୁନ B ଗ୍ରେଡ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଛାତ୍ରଟି ଅନ୍ୟୁନ B ଗ୍ରେଡ ପାଇବାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଛାତ୍ରଟି B ଗ୍ରେଡ୍ ବା A ଗ୍ରେଡ୍ ପାଇବ ।

∴ P (ଅନ୍ୟୁନ B ଗ୍ରେଡ୍) = P(B ଗ୍ରେଡ) + P(A ଗ୍ରେଡ୍)

= 0.35 + 0.30 = 0.65

ଉଦାହରଣ 31.22

ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A ଗୋଟିଏ ଘଟଣା ନ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି 1 – P(A) ।

ଅର୍ଥାତ୍, P(A ନୁହେଁ) = 1 – P(A) ବା, $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଯେକୌଣସି ପରୀକ୍ଷାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱ Sର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି 1 । ଏହା ମଧ୍ୟ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଏକ ପରୀକ୍ଷାରେ ଯଦି ଘଟଣା A ଘଟେ, ତେବେ ଘଟଣା $(\overline{A})$ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଘଟିବ ନାହିଁ, ଅର୍ଥାତ୍ ଘଟଣା ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ।

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣାର ନମୁନା ବିନ୍ଦୁମାନ ଏକତ୍ର ନମୁନା ବିଶ୍ୱ S ଗଠନ କରନ୍ତି । ଅର୍ଥାତ୍,

$A \cup \overline{A} = S$

ଫଳରେ, $P(A \cup \overline{A}) = P(S)$

$\Rightarrow P(A) + P(\overline{A}) = 1$ [$\because$ A ଓ $\overline{A}$ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଏବଂ S ହେଉଛି ନମୁନା - ବିଶ୍ୱ]

$\Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

ଏଣୁ ଫଳ ପ୍ରମାଣିତ ।

ଏହାକୁ ପୂରକ ନିୟମ (Law of complementation) କୁହାଯାଏ ।

ପୂରକ ନିୟମ : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

ଉଦାହରଣ 31.23

4ଗୋଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକତ୍ର ଟସ୍ କରିବାରେ,ଅନ୍ୟୁନ ଗୋଟିଏ ଟେଲ୍ ପଡିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : 4ଟି ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରିବାର ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ 16 ଗୋଟି ନମୁନାବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।

∴ P(ଅନ୍ୟୁନ ଗୋଟିଏ ଟେଲ୍) = P(1 ବା 2 ବା 3 ବା 4 ଟେଲ୍)

= 1 – P(0 ଟେଲ୍) [ପୂରକ-ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ]

= 1 – P(H H H H)

4ଗୋଟି ହେଡ୍ ପଡିବା ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ହୋଇଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା 1 ।

$\therefore P(HHHH) = \frac{1}{16}$

ଏହି ମାନକୁ ପୂର୍ବ ସମୀକରଣରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

P(ଅନ୍ୟୁନ ଗୋଟିଏ ଟେଲ୍) $= 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

ଅନେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଗୋଟିଏ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ ଆମେ ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଓ ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା ।

ଯଦି A ଏକ ଘଟଣା ହୁଏ :

A ର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା $= \dfrac{P(A)}{P(\overline{A})}$ ବା $P(A) : P(\overline{A})$

ଯେଉଁଠି ଘଟଣା Aର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା P(A) ଏବଂ 'A ନୁହେଁ' ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $P(\overline{A})$ ।

ସେହିପରି, Aର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି

$\dfrac{P(\overline{A})}{P(A)}$ ବା $P(\overline{A}) : P(A)$

ଉଦାହରଣ 31.24

'ବର୍ଷାହେବ' ଏହି ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ହେଉଛି 0.3 । 'ବର୍ଷାହେବା'ର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଏବଂ 'ବର୍ଷାହେବାର' ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

'ବର୍ଷା ହେବା' ଘଟଣାକୁ A କୁହାଯାଉ ।

$\therefore P(A) = 0.3$

ପୂରକ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ,

$P(\overline{A}) = 1 - 0.3 = 0.7$

ବର୍ତ୍ତମାନ, ବର୍ଷା ହେବାର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି $\dfrac{0.3}{0.7}$ ବା 3 : 7

ବର୍ଷା ହେବାର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି $\dfrac{0.7}{0.3}$ ବା 7 : 3 ।

ଯେତେବେଳେ ଘଟଣା Aର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ବା ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ଦିଆଯାଇ ଥାଏ, ଆମେ ନିମ୍ନ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଉକ୍ତ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରୁ ।

ଯଦି Aର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହୁଏ a : b, ତେବେ

$$P(A) = \frac{a}{a+b}$$

ଯଦି Aର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହୁଏ a : b, ତେବେ

$$P(A) = \frac{b}{a+b}$$

ଏହା ଖୁବ୍ ସହଜରେ ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ।

ମନେକରାଯାଉ Aର ଅନୁକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି a : b, ତେବେ ସମ୍ଭାବନାର ସଂଜ୍ଞା ଅନୁଯାୟୀ

$$\frac{P(A)}{P(\overline{A})} = \frac{a}{b}$$ ।

ପୂରକ-ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

ତେଣୁ, $\dfrac{P(A)}{1 - P(A)} = \dfrac{a}{b}$ ବା

$b\,P(A) = a - aP(A)$ ବା,

$(a+b)\,P(A) = a$ ବା, $P(A) = \dfrac{a}{a+b}$

ସେହିପରି ଆମେ ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବୁ ଯେ

$$P(\overline{A}) = \frac{b}{a+b}$$

ଯେତେବେଳେ Aର ପ୍ରତିକୂଳ ସମ୍ଭାବନା ହେଉଛି b : a ।

ଉଦାହରଣ 31.25

ନିମ୍ନ ସମ୍ଭାବନା ଲାଗି Aର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) Aର ଅନୁକୂଳରେ 3 : 1 (b) Aର ପ୍ରତିକୂଳରେ 7 : 5

ସମାଧାନ :

(a) $P(A) = \dfrac{3}{3+1} = \dfrac{3}{4}$ (b) $P(A) = \dfrac{5}{7+5} = \dfrac{5}{12}$

ଉଦାହରଣ 31.26

ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇଲେ, ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ଯଦି ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି (a) 8 ଅପେକ୍ଷା ବଡ ହୁଏ (b) 7 ନ ହୁଏ କିମ୍ବା 11 ନ ହୁଏ ?

ସମାଧାନ :

(a) ଯଦି ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟିକୁ S ନିଆଯାଏ, ତେବେ ଆମେ ଚାହୁଁ $P(S > 8)$ । ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଘଟଣା ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘଟିବ ।

(i) $S = 9$ (ii) $S = 10$ (iii) $S = 11$ ବ (iv) $S = 12$ ।

ଏଣୁ, ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ଲାଗି ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ଯୋଗ-ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ ଆମେ ପାଇବା

$P(S > 8) = P(S = 9) + P(S = 10) + P(S = 11) + P(S = 12)$ ... (1)

ଦୁଇଟି ଗୋଟିକୁ ଗଡାଇବାରେ ନମୁନା ବିଶ୍ୱରେ $6 \times 6 = 36$ ଗୋଟି ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ । ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି :

$S = 9$: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) ଅର୍ଥାତ୍, 4 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S = 9) = \dfrac{4}{36}$

$S = 10$: (4, 6), (5, 5), (6, 4) ଅର୍ଥାତ୍, 3 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S = 10) = \dfrac{3}{36}$

S = 11 : (5, 6), (6, 5), ଅର୍ଥାତ୍, 2 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S=11)=\frac{2}{36}$

S = 12 : (6, 6), ଅର୍ଥାତ୍ 1 ଗୋଟି ନମୁନାବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S=12)=\frac{1}{36}$

ଏହି ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ସମୀକରଣ (1) ରେ ବସାଇଲେ, ପାଇବା

$P(S>8)=\frac{4}{36}+\frac{3}{36}+\frac{2}{36}+\frac{1}{36}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

(b) ଏକ ଯୋଡା ଗୋଟିରେ ପଡିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ସମଷ୍ଟି 7 ହେବା ଓ 11 ହେବା ଘଟଣା ଦୁଇଟିକୁ ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ B କୁହାଯାଉ ।

S = 7 : (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1), ଅର୍ଥାତ୍ 6 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S=7)=\frac{6}{36}$ ବା, $P(A)=\frac{6}{36}$

S = 11 : (5, 6), (6, 5), ଅର୍ଥାତ୍ 2 ଗୋଟି ନମୁନା ବିନ୍ଦୁ ।

$\therefore P(S=11)=\frac{2}{36}$, ବା $P(B)=\frac{2}{36}$

ଯେହେତୁ A ଓ B ହେଉଛନ୍ତି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ (କୌଣସି ସାଧାରଣ ଉପାଦାନ ନାହିଁ),

ତେଣୁ, P(ହୁଏତ A ଅଥବା B) = P(A) + P(B) $=\frac{6}{36}+\frac{2}{36}=\frac{8}{36}$

ଏଣୁ, ପୂରକ-ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ

P(7 ନୁହେଁ କିମ୍ବା 11 ନୁହେଁ) = 1 – P (ହୁଏତ 7 ଅଥବା 11)

$=1-\frac{8}{36}$

$=\frac{28}{36}$

$=\frac{7}{9}$

ଉଦାହରଣ 31.27

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସମ୍ପର୍କିତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକ ସଙ୍ଗତ କି ? ତୁମ ଉତ୍ତରର କରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

(a) P(A) = P(B) = 0.6, P(A ଏବଂ B) = 0.05

(b) P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(A ଏବଂ B) = 0.1

(c) P(A) = 0.2, P(B) = 0.7, P(A ଏବଂ B) = 0.4

ସମାଧାନ :

(a) P(A ବା B) = P(A) + P(B) – P(A ଏବଂ B)

= 0.6 + 0.6 – 0.05= 1.15

ଯେହେତୁ P(A ବା B) > 1 ହେବା ଅସମ୍ଭବ, ଏଣୁ ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଗୁଡିକ ସଙ୍ଗତ ନୁହେଁ ।

(b) $P(A \text{ ବା } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ ଏବଂ } B)$

$= 0.5 + 0.4 - 0.1 = 0.8$

ଯାହାକି 1 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ।

ଯେହେତୁ 'A ଏବଂ B' ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ସର୍ବଦା ଘଟଣା Aର ଅନୁକୂଳ ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା କମ୍ ବା ତା' ସହ ସମାନ ହେବା ଉଚିତ ଏଣୁ, $P(A \text{ ଏବଂ } B) \le P(A)$

ଏବଂ ସେହିପରି $P(A \text{ ଏବଂ } B \le P(B)$

ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, $P(A \text{ ଏବଂ } B) = 0.1$ ଯାହାକି $P(A) = 0.5$ ଓ $P(B) = 0.4$ ଉଭୟ ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର । ଏଣୁ ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାଗୁଡ଼ିକ ସଙ୍ଗତ ।

(c) ଏହି କ୍ଷେତ୍ରରେ, $P(A \text{ ଏବଂ } B) = 0.4$, ଯାହାକି $P(A) = 0.2$ ଅପେକ୍ଷା ଅଧିକ । $[\because P(A \text{ ଏବଂ } B) \le P(A)]$

ଏଣୁ ଦତ୍ତ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାଗୁଡ଼ିକ ଅସଙ୍ଗତ ।

ଉଦାହରଣ 31.28

ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 8 ଗୋଟି ଧଳା ବଲ୍ ଓ 2 ଗୋଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ରହିଛି । ସେଥିରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବେ ତିନିଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍ ଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ବାକ୍ସ ଭିତରେ 8 ଗୋଟି ଧଳା ବଲ୍ ଓ 2 ଗୋଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ଅଛି ।

$\therefore$ ବାକ୍ସରେ ଥିବା ମୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା = 10

3ଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଯାଇପାରିବାର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା = $^{10}C_3 = 120$

''ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍ ବାଛିବା'' ଘଟଣାକୁ 'A' କୁହାଯାଉ । A ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ଫଳାଫଳଗୁଡ଼ିକୁ ଆସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ଏହି ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକରେ ହୁଏତ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍ ଥିବ ବା ଦୁଇ ଗୋଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ଥିବ । 2 ଗୋଟି ସବୁଜ ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ବାଛିବା କାର୍ଯ୍ୟ $^2C_1$ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ 2 ଗୋଟି ଧଳାବଲ୍ ବାଛିବା କାର୍ଯ୍ୟ $^8C_2$ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଏଣୁ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍ ବାଛିବା ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା

$= {}^2C_1 \times {}^8C_2$

$= 2 \times 28 = 56$

ସେହିପରି ଦୁଇଟି ସବୁଜବଲ୍ ବାଛିବା ଘଟଣାର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା

$= {}^2C_2 \times {}^8C_1 = 1 \times 8 = 8$

ଏଣୁ ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍ ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

P(ଅନ୍ୟୂନ ଗୋଟିଏ ସବୁଜ ବଲ୍) = P(ଗୋଟିଏ ସବୁଜବଲ୍) + P(2 ଟି ସବୁଜ ବଲ୍)

$$= \frac{56}{120} + \frac{7}{120} = \frac{64}{120} = \frac{8}{15}$$

ଉଦାହରଣ 31.29

ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଥିବା 5 ଗୋଟି ନୀଳ ଓ 10ଗୋଟି ନାଲି ବଲ୍ ମଧ୍ୟରୁ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ଭାବରେ 2 ଗୋଟି ବଲ୍ ବାହାର କରାଗଲା । ଦୁଇଟି ଯାକ ବଲ୍ ଉଭୟ ନୀଳ ବା ଉଭୟ ନାଲି ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦୁଇଟି ଯାକ ନୀଳ ବଲ୍ ବାହାର କରିବା ଘଟଣାକୁ A ଓ ଦୁଇଟିଯାକ ନାଲି ବଲ୍ ବାହାର କରିବା ଘଟଣାକୁ B କୁହାଯାଉ । ସ୍ପଷ୍ଟତଃ, A ଓ B ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ । ଗଣନା କରିବାର ମୌଳିକ ନିୟମ ଅନୁଯାୟୀ Aର ଅନୁକୂଳରେ ଥିବା ଫଳାଫଳ ସଂଖ୍ୟା = $5 \times 5 = 25$ ।