୧୦

ସରଳ ରେଖା

Straight Lines

ଆମେ ଜ୍ୟାମିତିରେ ରେଖା, କୋଣ ଏବଂ ସରଳରୈଖିକ ଆକୃତିର ଚିତ୍ର ବିଷୟରେ ପଢ଼ିଛନ୍ତି । ମନେପକାଅ, ଏକ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ରେଖା ଯାହା, ଉଭୟ ଦିଗରେ ସୀମାହୀନ ଭାବରେ ବିସ୍ତୃତ, ତାହାକୁ ରେଖା କୁହାଯାଏ । ଆମେ ମଧ୍ୟ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛନ୍ତି ଯେ ଗୋଟିଏ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ର ଏକ ସରଳରେଖା ହୋଇଥାଏ ।

କୌତୂହଳପୂର୍ଣ୍ଣ କଥା ଯେ ଉପରୋକ୍ତ କଥନର ବିପରୀତ ହେଉଛି, ଏକ ସମତଳରେ ବିଭିନ୍ନ ସର୍ତ୍ତକୁ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ । ବିଶ୍ଳେଷଣାତ୍ମକ ଜ୍ୟାମିତି, ସାଧାରଣ ଭାବରେ କୁହାଯାଉଥିବା ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି, ଏ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଆମକୁ ସାହାଯ୍ୟ କରିଥାଏ । ଆମେ ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ଏହା ଉପରେ ପର୍ଯ୍ୟବସିତ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟର ଅଧ୍ୟୟନ ପରେ, ତୁମେ

- କୌଣସି ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିବାକୁ ସମର୍ଥ ହେବ;
- ଏକ ସରଳର ବିଭିନ୍ନ ରୂପ (ସ୍ଲୋପ - ଛେଦାଂଶ, ବିନ୍ଦୁ - ସ୍ଲୋପ, ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ, ଛେଦାଂଶ, ପ୍ରାଚଳିକ (Parametric) ଏବଂ ଅଭିଲମ୍ବ) ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିପାରିବ;
- ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତରେ ଉପରୋକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ସରଳ ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଏକ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ ଏକ ସରଳରେଖାକୁ ଦର୍ଶାଏ ଏହା ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ ।
- ରେଖାର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣକୁ ନିମ୍ନ ରୂପରେ ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ;
  (i) ସ୍ଲୋପ୍ ଛେଦାଂଶ (Slope-intercept) ରୂପରେ (ii) ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ଏବଂ
  (iii) ଅଭିଲମ୍ବ (Perpendicular) ରୂପରେ
- ଦତ୍ତ ସ୍ଲୋପ୍ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ପାଇଁ ସୂତ୍ର ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିପାରିବ;
- ଦତ୍ତ ସ୍ଲୋପ୍ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ସମାନ୍ତର ଓ ଲମ୍ବହେବାର ସର୍ତ୍ତ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିପାରିବ;
- ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ସମାନ୍ତର କିମ୍ବା ପରସ୍ପର ପ୍ରତିଲମ୍ବ ତାହା ସ୍ଥିର କରିପାରିବ;
- ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟର ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;

- ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଓ ଏକ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର / ଲମ୍ବ ହେଉଥିବା ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ବ୍ୟୁତ୍ପନ୍ନ କରିପାରିବ;
- ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏବଂ ନିମ୍ନ ସର୍ତ୍ତ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବା ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;

  (i) ଅନ୍ୟ ଏକ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ବା ଲମ୍ବ ହେଉଥିବା (ii) ଦତ୍ତ x- ଛେଦାଂଶ ବା y- ଛେଦାଂଶ ବିଶିଷ୍ଟ (iii) ଦୁଇଟି ସରଳରେଖାର ଛେଦ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ବିନ୍ଦୁ; ଏବଂ

- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିର ବ୍ୟବହାର କରି ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ୟାମିତିକ ଫଳାଫଳର ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ;

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- **ତ୍ରିଭୁଜର ସର୍ବସମତା ଓ ସାଦୃଶ୍ୟ**

10.1 ଏକ ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା (Straight line parallel to a given axis)

ଯଦି ତୁମେ ଦୁଇ ହାତ ଲମ୍ବାଇ ଏକ କୋଠରିରେ ଠିଆ ହୁଅ, ତେବେ ତୁମେ ଚଟାଣରେ ଗୋଟିଏ ପାଖ ସହ ଏକ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଟାଣି ପାରିବ । ଏହି ସରଳରେଖାକୁ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ତୁମ ଦୁଇ ଗୋଡ଼ ମଝିରେ ଛେଦ କରୁଥିବା ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ, ତୁମ ସମ୍ମୁଖରେ ଥିବା ଓ ପଛପଟକୁ ଯାଉଥିବା ରେଖା y- ଅକ୍ଷ ଅଟେ ଏବଂ ତୁମ ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର ଥିବା ରେଖା x-ଅକ୍ଷ ଅଟେ ।

ତୁମ ସମ୍ମୁଖରେ ଥିବା y- ଅକ୍ଷର ଅଂଶର ଦିଗ ଧନାତ୍ମକ ଓ ତୁମ ପଛପଟକୁ ଥିବା ଅଂଶର ଦିଗ ଋଣାତ୍ମକ ଅଟେ ।

ତୁମ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା x- ଅକ୍ଷର ଅଂଶ ଧନାତ୍ମକ ଓ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଅଂଶ ଋଣାତ୍ମକ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମ ସମ୍ମୁଖ ଆଡ଼କୁ ଥିବା ପାର୍ଶ୍ୱ ତୁମ ଠାରୁ b ଏକକ ଦୂରରେ ଅଛି ବୋଲି ଧରିନିଆଯାଉ । ତେବେ ସେହି ଧାରର ସମୀକରଣଟି ହେବ $y = b$ (x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର)

ଯେଉଁଠି b ର ପରମମାନ x- ଅକ୍ଷ ଠାରୁ ବିପରୀତ ଧାରରେ ଦୂରତା ସହ ସମାନ ଅଟେ ।

ଯଦି $b > 0$, ତେବେ ସରଳରେଖାଟି ତୁମ ସମ୍ମୁଖରେ ରହିବ, ଅର୍ଥାତ୍, x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ରହିବ ।

ଯଦି $b < 0$, ତେବେ ସରଳରେଖାଟି ତୁମ ପଛ ପଟେ ରହିବ, ଅର୍ଥାତ୍, x- ଅକ୍ଷର ତଳେ ରହିବ ।

ଯଦି $b = 0$, ତେବେ ସରଳରେଖାଟି ତୁମ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଯିବ ଏବଂ ଏହା x- ଅକ୍ଷ ହେବ ।

ପୁନଶ୍ଚ, ତୁମର ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ମନେକର ତୁମ ଠାରୁ c ଏକକ ଦୂରତାରେ ଅଛି, ତେବେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେବ $x = c$ । (y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର)

ଯେଉଁଠି c ର ପରମମାନ, y- ଅକ୍ଷ ଠାରୁ ଦୂରତା ସହ ସମାନ ଯାହା ତୁମର ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ଯଦି $c > 0$, ତେବେ ରେଖାଟି ତୁମ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅର୍ଥାତ୍, y- ଅକ୍ଷର ଦକ୍ଷିଣରେ ରହିବ ।

ଯଦି $c < 0$, ତେବେ ରେଖାଟି ତୁମ ବାମପାର୍ଶ୍ୱରେ, ଅର୍ଥାତ୍ y- ଅକ୍ଷର ବାମରେ ରହିବ ।

ଯଦି $c = 0$, ତେବେ ରେଖା ତୁମ ମଧ୍ୟ ଦେଇ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ଏବଂ ଏହା y- ଅକ୍ଷ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ 10.1 ବିନ୍ଦୁ (2, 3) ମଧ୍ୟଦେଇ ଅଙ୍କିତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା

(i) x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର (ii) y - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର

ସମାଧାନ : (i) x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର କୌଣସି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି $y = b$

ଯେହେତୁ, ଏହା (2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଛି, ଏଠାରେ $b = 3$

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି $y = 3$

(ii) y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ଯେକୌଣସି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x = c$

ଯେହେତୁ, ଏହା (2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଛି, ଏଣୁ, $c = 2$

∴ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି $x = 2$

ଉଦାହରଣ 10.2 ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ବିନ୍ଦୁ (–2, –3) ଦେଇ ଯାଏ ଓ

(i) x ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର (ii) y - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର

ସମାଧାନ : (i) x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର କୌଣସି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $y = b$

ଯେହେତୁ, ଏହା (–2, –3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଛି, ତେଣୁ $-3 = b$

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି $y = -3$

(ii) y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର କୌଣସି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x = c$

ଯେହେତୁ, ଏହା (–2, –3) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ, ତେଣୁ $-2 = c$

∴ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x = -2$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.1

1. ଯଦି ତୁମେ ଏକ କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି ଚାପି ଦିଅ, ତେବେ ଭାଙ୍ଗର ଦାଗର ଆକୃତି କ'ଣ ହେବ ?
2. ଏକ ରେଖାର ସ୍ଲୋପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯଦି ଏହା
   (a) x - ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।
   (b) y- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।
   (c) x- ଅକ୍ଷର ଋଣାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 45^0 କୋଣ ଅଙ୍କନ କରେ ।
3. (2, –3) ଓ (3, 4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାର ସ୍ଲୋପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. (2, 5) ଓ (7, x) ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ 3 ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. (–3, –4) ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯଦି ଏହା
   (a) x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର (b) y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର
6. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯଦି ଏହା (5,–3) ଦେଇ ଯାଏ ଓ x ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।
7. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯଦି ଏହା (–3, –7) ଦେଇ ଯାଏ ଓ y ଅକ୍ଷ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ଅଟେ ।

10.2 ବିଭିନ୍ନ ମାନକ ରୂପରେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ (Equation of Straight line in various forms)

ବର୍ତ୍ତମାନ ସୁଦ୍ଧା, ଆମେ ସରଳରେଖାର ଆନତି, ସ୍ଲୋପ ଓ ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିଛନ୍ତି । ଏବେ ପ୍ରଶ୍ନ ଉଠେ, ଆମେ କ'ଣ x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା, ଯେତେବେଳେ (x,y) ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରେ କୌଣସି ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ?

x ଓ y ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧ, ଯାହା ସରଳରେଖାର ଏକ ଯାଦୃଚ୍ଛିକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ହୁଏ, ତାହାକୁ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ, ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ, ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ । ଯେପରିକି

(a) ଯେତେବେଳେ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ ଓ y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଛେଦାଂଶ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

(b) ଯେତେବେଳେ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ ଦିଆଯାଇଥାଏ ଏବଂ ରେଖାଟି ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥାଏ ।

(c) ଯେତେବେଳେ ସରଳରେଖାଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ଦେଇ ଯାଇଥିବ ।

(d) ଯେତେବେଳେ ଆମକୁ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱାରା ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱୟ ଉପରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଛେଦାଂଶ ଜଣାଥିବ ।

(e) ଯେତେବେଳେ ଆମକୁ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳ ରେଖାପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଦୂରତା ଦିଆଯାଇଥିବ ଏବଂ ଲମ୍ବଟି x - ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା କୋଣ ଦତ୍ତ ଥିବ ।

(f) ଯେତେବେଳେ ରେଖା ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବ ଓ ଏବଂ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ α କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବ । ଏଠାରେ ଆମେ ଗୋଟି ଗୋଟି କରି ସମସ୍ତ ପରିସ୍ଥିତିର ଆଲୋଚନା କରିବା ଓ ରେଖାର ସମୀକରଣ ମାନକ ରୂପରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

(A) ସ୍ଲୋପ -ଛେଦାଂଶ ରୂପ

ମନେକର AB ଏକ ସରଳରେଖା ଯାହା x- ଅକ୍ଷ ସହ θ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ଏବଂ y-ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଛେଦାଂଶ OD = c ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।

ସରଳରେଖାଟି y- ଅକ୍ଷରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା OD = c ଛେଦାଂଶକୁ y- ଛେଦାଂଶ କୁହାଯାଏ ।

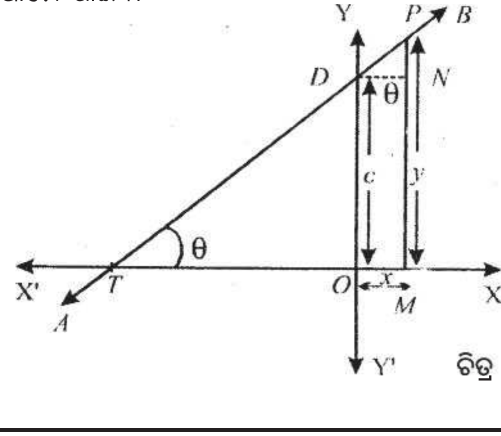
ମନେକର ସରଳରେଖା OX′ କୁ T ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ ।

AB ଉପରେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ P(x, y) ନିଅ । $PM \perp OX$ ଅଙ୍କନ କର । ତେବେ OM = x, MP = y $DN \perp MP$ ଅଙ୍କନ କର । ସମକୋଣୀ ΔDNP ରୁ ଆମେ ପାଇବା

$$\tan\theta = \frac{NP}{DN} = \frac{MP - MN}{OM}$$

$$= \frac{y - OD}{OM}$$

$$= \frac{y - c}{x}$$



ଚିତ୍ର 10.1

$\therefore\ y = x \tan\theta + c$

$\tan\theta = m$ (ସ୍ଲୋପ୍)

$\therefore\ y = mx + c$

ଯେହେତୁ ଏହି ସମୀକରଣ AB ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ ସତ୍ୟ, କିନ୍ତୁ ସମତଳରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ ସତ୍ୟ ନୁହେଁ, ଏଥିପାଇଁ ଏହା ହେଉଛି AB ର ସମୀକରଣ ।

ଟୀକା : (1) ଯେତେବେଳେ $c = 0$ ଏବଂ $m \neq 0 \Rightarrow$ ସରଳରେଖାଟି ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଏ ଏବଂ ସମୀକରଣଟି $y = mx$ ହୁଏ ।

(2) ଯେତେବେଳେ $c = 0$ ଏବଂ $m = 0 \Rightarrow$ ରେଖାଟି x- ଅକ୍ଷ ସହ ମିଶିଯାଏ ଏବଂ ଏହାର ସମୀକରଣ $y = 0$ ରୂପକ ହୁଏ ।

(3) ଯେତେବେଳେ $c \neq 0$ ଏବଂ $m = 0 \Rightarrow$ ରେଖାଟି x - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହୁଏ ଏବଂ ଏହାର ସମୀକରଣଟି $y = c$ ରୂପକ ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ 10.3 ଏକ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ 4 ଏବଂ y- ଛେଦାଂଶ 0 ଅଟେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସମୀକରଣର ସ୍ଲୋପ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ $m = 4$ ଓ y - ଛେଦାଂଶ $c = 0$ ନେଲେ, ଆମେ ପାଇବା $y = 4x$ ଏବଂ ଏହା ରେଖାଟିର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ଅଟେ ।

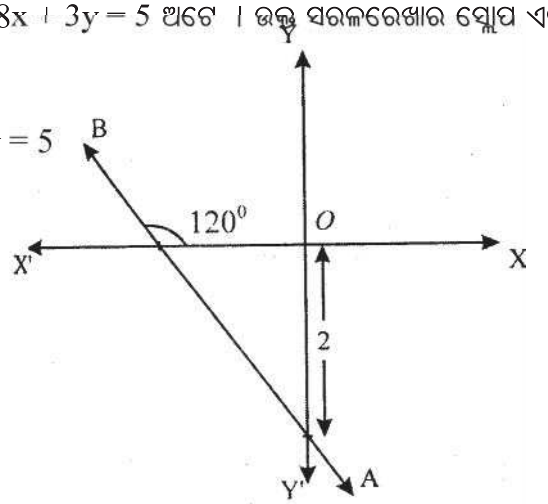
ଉଦାହରଣ 10.4 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $8x + 3y = 5$ ଅଟେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ ଏବଂ y- ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି $8x + 3y = 5$

କିମ୍ବା, $y = \frac{-8}{3}x + \frac{5}{3}$

ଏହାକୁ ସ୍ଲୋପ୍ ଛେଦାଂଶ ରୂପ ସହ ତୁଳନା କଲେ,

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା, $m = \frac{-8}{3}$ ଓ $c = \frac{5}{3}$



ଚିତ୍ର 10.2

ତେଣୁ ସରଳ ରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ $-\frac{8}{3}$ ଏବଂ ଏହାର y ଛେଦାଂଶ $\frac{5}{3}$ ।

ଉଦାହରଣ 10.5 ଏକ ସରଳରେଖା ରଣାତ୍ମକ y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ 2 ଏକକ ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅଂଶ ଛେଦକରେ ଏବଂ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 120^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

ସମାଧାନ : ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ ଛେଦାଂଶ ରୂପରୁ ପାଇବା

$\therefore\ y = x \tan 120^0 + (-2)$

$= -\sqrt{3}\,x - 2$

କିମ୍ବା, $y + \sqrt{3}\,x + 2 = 0$

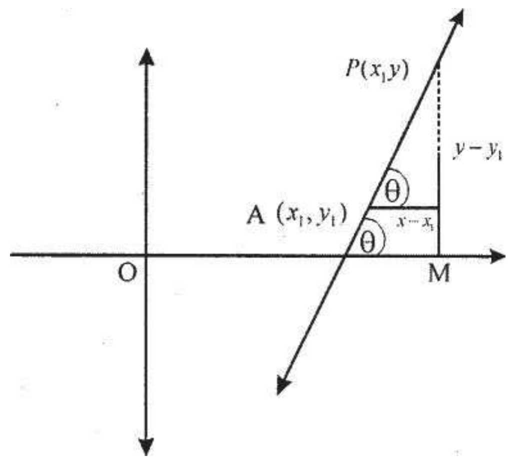
ଏଠାରେ, $m = \tan 120^0 = -\sqrt{3}$ ଓ $c = -2$

କାରଣ ଏହା y- ଅକ୍ଷକୁ ଋଣାତ୍ମକ ଦିଗରେ ଛେଦକରେ ।

(B) ବିନ୍ଦୁ-ସ୍ଲୋପ୍ ରୂପ

ଏଠାରେ, ଆମେ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ $A(x_1, y_1)$ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯାହାର ସ୍ଲୋପ୍ m ଅଟେ ।

ମନେକର P(x, y) ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ A ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁ । ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ $A(x_1y_1)$ ଓ P(x, y) ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍



ଚିତ୍ର **10.3**

$$m = \tan\theta = \frac{y - y_1}{x - y_1}$$

କିନ୍ତୁ ସରଳରେଖା AP ର ସ୍ଲୋପ m ଦତ୍ତ ଅଛି ।

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

ଟୀକା : ଯେହେତୁ y - ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍‌କୁ ସଂଜ୍ଞାକୃତ କରାଯାଇପାରେ ନାହିଁ, ବିନ୍ଦୁ -ସ୍ଲୋପ୍ ସମୀକରଣ ରୂପେର $A(x_1, y_1)$ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇଯାଇଥିବା ଏବଂ y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବା ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ । କିନ୍ତୁ ଏଥିପାଇଁ କୌଣସି କଠିନତା ନାହିଁ, ଯେହେତୁ ଏପ୍ରକାରର ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ x_1 ଅଟେ । ଏଥିପାଇଁ ଏହି ପ୍ରକାରର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $x = x_1$ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 10.6 ଯେଉଁ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ 2/3 ଓ ଏହା (2, –1) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇଯାଇଛି ସେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁ - ସ୍ଲୋପ୍ ରୂପରେ $x_1 = 2, y_1 = -1$ ଏବଂ $m = \frac{2}{3}$ ନେଲେ ଆମେ ପାଇବା

$$y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y + 1 = \frac{2}{3}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$$

ଏହା ହେଉଛି ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ।

(C) ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ରୂପ

ମନେକର $A(x_1, y_1)$ ଓ $B(x_2, y_2)$ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ।

ଏହି ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \ (x_2 \neq x_1)$$

ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁ-ସ୍ଲୋପ ସମୀକରଣ ରୂପରେ, ଆମେ ପାଇବା

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

ଯାହାକି ସରଳରେଖାର ଦୁଇ ବିନ୍ଦୁ ରୂପରେ ସମୀକରଣ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 10.7 $(3, -7)$ ଓ $(-2, -5)$ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (x_1, y_1) ଓ (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା

ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \ ...(i)$$

ଯେହେତୁ, $x_1 = 3, y_1 = -7$ ଓ $x_2 = -2$ ଏବଂ $y_2 = -5$

ସମୀକରଣ (i) ହେବ, $y + 7 = \frac{-5+7}{-2-3}(x - 3)$

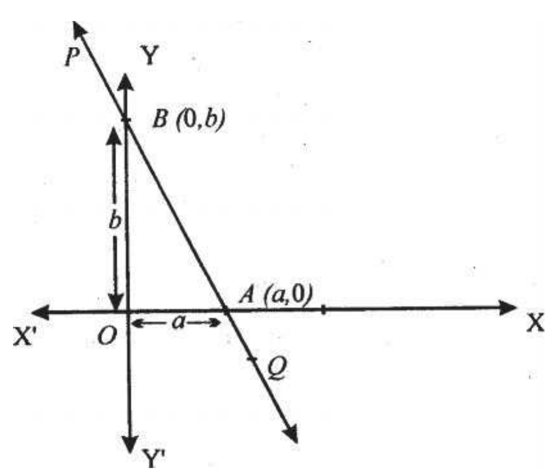
କିମ୍ବା, $y + 7 = \frac{2}{-5}(x - 3)$

କିମ୍ବା $2x + 5y + 29 = 0$

(D) ଛେଦାଂଶ ରୂପ

ଆମେ ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯାହା ଉଭୟ ଅକ୍ଷରେ ଦତ୍ତ ଛେଦାଂଶ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।

ମନେକର PQ ସରଳରେଖା x- ଅକ୍ଷକୁ A ବିନ୍ଦୁରେ ଓ y- ଅକ୍ଷକୁ B ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ । ମନେକର $OA = a, OB = b$, ତେବେ A ଓ B ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ $(a, 0)$ ଓ $(0, b)$ ।



ଚିତ୍ର 10.4

A ଓ B କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$y-0=\frac{b-0}{0-a}(x-a)$$

କିମ୍ବା, $y=-\frac{b}{a}(x-a)$

କିମ୍ବା, $\frac{y}{b}=-\frac{x}{a}+1$

କିମ୍ବା, $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

ଏହା ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ଯାହା ଉଭୟ ଅକ୍ଷରେ a ଓ b ଛେଦାଂଶ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।

ଉଦାହରଣ 10.8 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା x- ଅକ୍ଷ ଓ y- ଅକ୍ଷରେ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଓ –3 ଛେଦାଂଶ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।

ସମାଧାନ : x ଓ y ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ଓ –3 ।

ଅର୍ଥାତ୍, $a = 5, b = -3$

ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}=1$$

$$\Rightarrow 3x-5y-15=0$$

ଉଦାହରଣ 10.9 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା (3, 4) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏବଂ ଉଭୟ ଅକ୍ଷକୁ ବିପରୀତ ଚିହ୍ନ ଯୁକ୍ତ ସମାନ ଛେଦାଂଶରେ ଛେଦକରେ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର x- ଛେଦାଂଶ ଓ y- ଛେଦାଂଶ ଯଥାକ୍ରମେ a ଓ –a ।

∴ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}=1$$

$$x-y=a \qquad \text{...(i)}$$

ଯେହେତୁ ସମୀକରଣ (i) (3, 4) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ

$\therefore 3-4=a$

କିମ୍ବା, $a=-1$

ଅତଏବ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$x-y=-1$

କିମ୍ବା, $x-y+1=0$

ଉଦାହରଣ 10.10 (–1, 1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଯେହେତୁ ସରଳରେଖାଟି x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର, ଏହାର ସ୍ଲୋପ୍ ଶୂନ ଅଟେ । ତେଣୁ ସରଳରେଖାର ବିନ୍ଦୁ-ସ୍ଲୋପ୍ ସମୀକରଣ ରୂପରୁ ପାଇବା

$$y - 1 = 0\,[x - (-1)]$$

$$\Rightarrow y - 1 = 0$$

ଏହା ହେଉଛି ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ।

ଉଦାହରଣ 10.11 ସରଳରେଖା $3x - 2y + 12 = 0$ ର ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$3x - 2y = -12$$

–12 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ପାଇବା

$$\frac{x}{-4} + \frac{y}{6} = 1$$

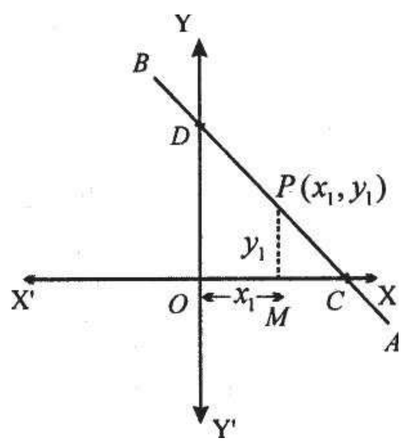
ଏହାକୁ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ଥିବା ସମୀକରଣ ସହ ତୁଳନା କଲେ ପାଇବା $a = -4$ ଓ $b = 6$ । ତେଣୁ x- ଅକ୍ଷ ଓ y- ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ଯଥାକ୍ରମେ –4 ଓ 6 ।

ଉଦାହରଣ 10.12 ଅକ୍ଷମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଏକ ରେଖାର ଛେଦିତ ଅଂଶଟି ବିନ୍ଦୁ (x_1, y_1) ଦ୍ୱାରା ଦୁଇ ସମାନ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ ହୁଏ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର AB ରେଖାର ଅକ୍ଷମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ ଅଂଶ CDର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $P(x_1, y_1)$ । $PM \perp OX$ ଅଙ୍କନ କର ।

$$\therefore OM = x_1 \text{ ଓ } MP = y_1$$

$$\therefore OC = 2x_1, OD = 2y_1$$



ଚିତ୍ର 10.5

ବର୍ତ୍ତମାନ ସରରଳରେଖାର ଛେଦାଂଶ ରୂପରୁ ପାଇବା

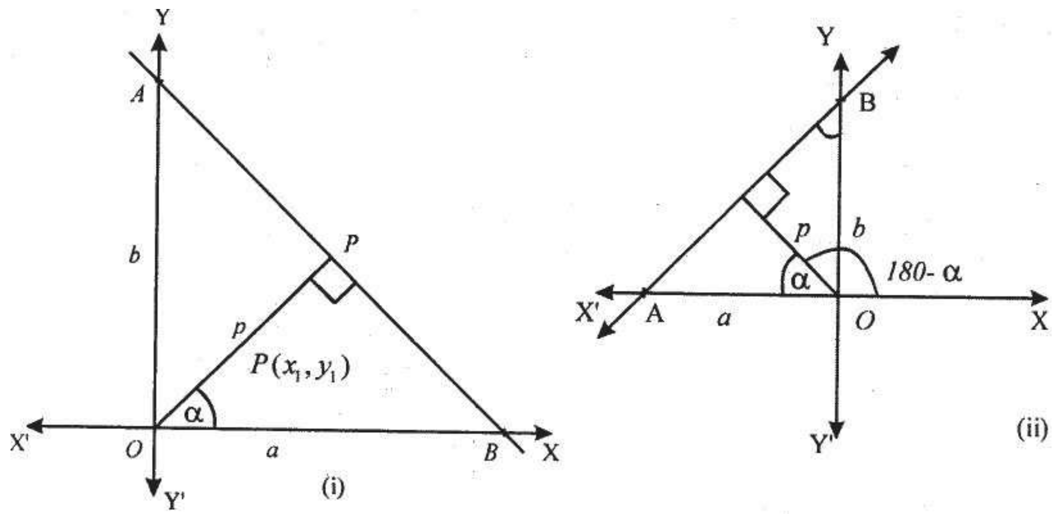
$$\frac{x}{2x_1} + \frac{y}{2y_1} = 1$$

କିମ୍ବା, $\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} = 2$

ଏହା ହେଉଛି ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ।

(e) **ଲମ୍ବରୂପ (ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପ)**

ଏଠାରେ ଆମେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିରୂପଣ କରିବା ଯେଉଁଠି ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ଦୂରତା 'p' ଏବଂ ଉକ୍ତ ଲମ୍ବ ଦ୍ୱାରା x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣର ପରିମାଣ α ଦତ୍ତ ଅଛି ।



ଚିତ୍ର 10.6

(i) ମନେକର ଦତ୍ତ ସରଳ ରେଖା AB ଦ୍ୱାରା ଯଥାକ୍ରମେ x- ଅକ୍ଷ ଓ y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଛେଦାଂଶ a ଓ b ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ । ମନେକର AB ପ୍ରତି ମୂଳବିନ୍ଦୁ 'O' ରୁ ଲମ୍ବ OP ଓ $\angle POB = \alpha$ (ଚିତ୍ର 10.6 (i) ଦେଖ)

$$\therefore \frac{p}{a} = \cos\alpha \Rightarrow a = p\sec\alpha$$

ଏବଂ $\frac{p}{b} = \sin\alpha \Rightarrow b = p\,\mathrm{cosec}\,\alpha$

$\therefore$ AB ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$\frac{x}{p\sec\alpha} + \frac{y}{p\,\mathrm{cosec}\,\alpha} = 1$$

ବା $x\cos\alpha + y\,\mathrm{cosec}\,\alpha = p$

(ii) $\frac{p}{a} = \cos(180-\alpha) = -\cos\alpha$ [ଚିତ୍ର 10.6 (ii) ରୁ]

$\Rightarrow a = -p\sec\alpha$

ସେହିପରି, $b = p\,\mathrm{cosec}\alpha$

$\therefore$ AB ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$\frac{x}{-a} + \frac{y}{b} = 1$$

ବା, $x\cos\alpha + y\,\mathrm{cosec}\,\alpha = p$

ଟିପ୍ପଣୀ

ଟୀକା 1 : ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ p କୁ ସର୍ବଦା ଧନାତ୍ମକ ନିଆଯାଏ ।

2. ସରଳ ରେଖା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଓ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ମଧ୍ୟରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ α ।

ଉଦାହରଣ 10.13 ଉକ୍ତ ଯେଉଁ ସରଳରେଖା ଲାଗି $\alpha = 135^0$ ଓ ଏହାର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା $P = \sqrt{2}$ ସେହି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

ସମାଧାନ : ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ରୂପରୁ ଆମେ ପାଇବା

$$x\cos 135^0 + y\sin 135^0 = \sqrt{2}$$

କିମ୍ବା, $-\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

କିମ୍ବା, $-x + y - 2 = 0$

କିମ୍ବା, $x - y + 2 = 0$

ଏହା ହେଉଛି ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ।

ଉଦାହରଣ 10.14 ଏକ ସରଳ ରେଖାର ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା 6 ଏକକ ଏବଂ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 30^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ସେହି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $\alpha = 30^0, p = 6$

$\therefore$ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି $x\cos 30^0 + y\sin 30^0 = 6$

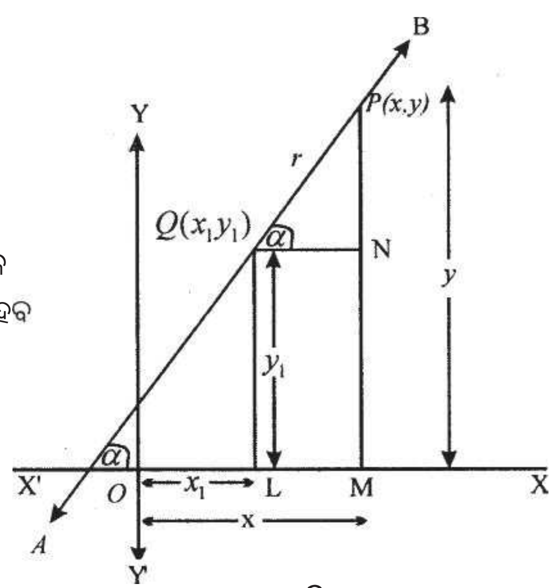
କିମ୍ବା, $x\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + y\left(\frac{1}{2}\right) = 6$

କିମ୍ବା, $\sqrt{3}x + y = 12$

(f) ପ୍ରାଚଳିକ ରୂପ

ଏବେ ଆମେ ଏକ ରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଯାହା Q (x_1, y_1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏବଂ x - ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ α କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । ଏହି ସମୀକରଣ ହେବ

$$\frac{x - x_1}{\cos\alpha} = \frac{y - y_1}{\sin\alpha} = r$$



ଚିତ୍ର 10.7

ଯେଉଁଠାରେ, ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ $P(x, y)$ ଠାରୁ $Q(x_1, y_1)$ ର ଦୂରତା r ଅଟେ ।

ମନେକର AB ଏକ ସରଳରେଖା ଯାହା $Q\,(x_1, y_1)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ α କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ।

ମନେକର $P(x, y)$ ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା ଉପରେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ, ଯେପରିକି $QP = r$ (ଧରାଯାଉ)

x- ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି QL ଓ PM ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ $QN \perp PM$ ଅଙ୍କନ କର ।

PNQ ସମକୋଣୀ Δ ରୁ

$$\cos\alpha = \frac{QN}{QP}, \sin\alpha = \frac{PN}{QP}$$

କିନ୍ତୁ $QN = LM = OM - OL = x - x_1$

ଏବଂ $PN = PM - MN = PM - QL = y - y_1$

$$\therefore \cos\alpha = \frac{x - x_1}{r}, \sin\alpha = \frac{y - y_1}{r}$$

କିମ୍ବା $\dfrac{x - x_1}{\cos\alpha} = \dfrac{y - y_1}{\sin\alpha} = r$

ଏହା ହେଉଛି ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ ।

ଟୀକା : 1. ଉକ୍ତ ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ $(x_1 + r\cos\alpha, y_1 + r\sin\alpha)$ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ।

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ r ର ମାନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଚଳରାଶି r କୁ ପ୍ରାଚଳ (Parameter) କୁହାଯାଏ ।

2. ସମୀକରଣ $x = x_1 + r\cos\alpha, y = y_1 + r\sin\alpha$ କୁ ରେଖାର ପ୍ରାଚଳିକ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

3. ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ r ର ମାନ ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ ଏହା ଋଣାତ୍ମକ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 10.15 A (–1, –2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 30^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କଲେ, ଏହି ରେଖାର ସମୀକରଣ ପ୍ରାଚଳିକ ରୂପରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଉକ୍ତ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା A ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 2 ଏକକ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = -1, y_1 = -2$ ଏବଂ $\alpha = 30^0$

$\therefore$ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି

$$\frac{x+1}{\cos 30^0} = \frac{y+2}{\sin 30^0}$$

କିମ୍ବା, $\dfrac{x+1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{y+2}{\frac{1}{2}}$

ଯେହେତୁ $AP = 2, r = 2$ (ଦତ୍ତ)

$$\therefore \frac{x+1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{y+2}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{3} - 1,\ y = -1$$

ଏଣୁ, P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\sqrt{3} - 1, -1\right)$

ଉଦାହରଣ 10.16 ସରଳରେଖା $2x - 3y + 9 = 0$ ଠାରୁ ବିନ୍ଦୁ $(1, 2)$ ର ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟକର, ଯେତେବେଳେ ଏହି ଲମ୍ବ x- ଅକ୍ଷ ସହିତ 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ହୁଏ ।

ସମାଧାନ : $A(1, 2)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା ଯାହା x- ଅକ୍ଷ ସହ 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ତା'ର ସମୀକରଣଟି

$$\frac{x-1}{\cos 45} = \frac{y-2}{\sin 45} = r$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{y-2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = r$$

ଏହା ଉପରେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେଉଛି

$$\left(1 + \frac{r}{\sqrt{2}}, 2 + \frac{r}{\sqrt{2}}\right)$$

ଏହା ଦତ୍ତ ରେଖା $2x - 3y + 9 = 0$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ,

ଯଦି $2\left(1 + \frac{r}{\sqrt{2}}\right) - 3\left(2 + \frac{r}{\sqrt{2}}\right) + 9 = 0$

କିମ୍ବା, $2 - 6 + 9 - \frac{r}{\sqrt{2}} = 0$

କିମ୍ବା, $r = 5\sqrt{2}$

ତେଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଦୂରତା ହେଉଛି $5\sqrt{2}$ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.1

1. (a) ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ସ୍ଲୋପ୍ 2 ଓ y- ଛେଦାଂଶ –2 ଅଟେ ।

   (b) ଯେଉଁ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $4x + 3y = 6$ ତା'ର ସ୍ଲୋପ୍ ଓ y- ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଏକ ରେଖା y- ଅକ୍ଷର ଋଣାତ୍ମକ ଦିଗରେ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ଛେଦାଂଶ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ଓ x - ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 120^0 କୋଣରେ ଆନତ ଅଟେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

3. ସରଳରେଖା $3x – 6y = 12$ ର ସ୍ଲୋପ୍ ଓ y- ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. (–7, 4) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ $-\frac{3}{7}$ । ତା'ର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଏକ ରେଖା ଦୁଇ ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ ଓ (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. (2, 3) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ସରଳରେଖା (2, –2) ଏବଂ (6, 4) ବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. (a) (3, –4) ଏବଂ (–4, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (b) ABCD ଆୟତ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯଦି ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକ A(3, 2), B(11, 8), C(8, 12) ଓ D (0, 6) ।

8. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷଗୁଡ଼ିକ (2, 0), (0, 2) ଓ (4, 6) ହେଲେ ଉକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାଗୁଡ଼ିକର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଯଦି ଏକ ରେଖା x- ଅକ୍ଷ ଓ y ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଯଥାକ୍ରମେ 3 ଏକକ ଓ 2 ଏକକ ଛେଦାଂଶ ଉତ୍ପନ୍ନ କରନ୍ତି, ତେବେ ଏହାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ ଅଂଶର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି (1, 3) ।

11. (3, –2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯଦି x ଓ y ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଅଂଶ ଉପରେ ଏହି ରେଖା ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା ଛେଦାଂଶର ଅନୁପାତ 4 : 3 ହୁଏ ।

12. ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଏକ ରେଖାର ଲମ୍ବ ଦୂରତା 2 ଏକକ ଏବଂ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ ରେଖାଟି 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଯଦି ମୂଳ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏକ ସରଳ ରେଖାପ୍ରତି ଲମ୍ବଦୂରତା p ଓ ଅକ୍ଷମାନଙ୍କ ଉପରେ ରେଖାଟିର ଛେଦାଂଶ a ଓ b ହୁଏ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ, $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

14 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ପ୍ରାଚଳିକ ରୂପରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯଦି ରେଖାଟି, ବିନ୍ଦୁ A (2, 1) ଦେଇ ଯାଏ ଓ x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ 45^0 କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । ଏହା ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା A ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 1 ଏକକ ଦୂରତାରେ ଅଛି ।

10.3 ଏକ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ (General Equation of first degree):

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ, ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ହେଉଛି $Ax + By + C = 0$ ... (1) ଏହାର ଲୈଖିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ବୁଝିବା ପାଇଁ ଆମର ନିମ୍ନ ତିନି ପ୍ରକାରର ପରିସ୍ଥିତିର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି ।

ପରିସ୍ଥିତି 1 : (ଯେତେବେଳେ ଉଭୟ A ଓ B ଶୂନ ସହସମାନ) ଏହି ପରିସ୍ଥିତିରେ C ସ୍ୱୟଂ ଶୂନ ହୁଏ ଓ ସମୀକରଣର ଅସ୍ତିତ୍ୱ ରହେ ନାହିଁ ।

ପରିସ୍ଥିତି 2 : (ଯେତେବେଳେ $A = 0$ କିନ୍ତୁ $B \neq 0$) ଏହିପରିସ୍ଥିତିରେ ସମୀକରଣ (1) $By + C = 0$ ରୂପରେ କିମ୍ବା $y = -\frac{C}{B}$ ରୂପରେ ପରିଣତ ହୁଏ ଏବଂ ଏହା x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ହୁଏ ଫଳରେ ଏହି ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହୁଏ $-\frac{C}{B}$ ।

ଏଣୁ ଏହା ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ଅଟେ । ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ $B = 0$ ଓ $A \neq 0$, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବ ଭଳି କାର୍ଯ୍ୟ କରିବା ।

ପରିସ୍ଥିତି 3 : (ଯେତେବେଳେ $A \neq 0$ ଏବଂ $B \neq 0$)

ସମୀକରଣ (1)କୁ y ପାଇଁ ସମାଧାନ କଲେ, ଆମ ପାଇବା

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଉପରିସ୍ଥ ସମୀକରଣ ଏକ ସରଳରେଖାର ପରିପ୍ରକାଶ କରେ ଏବଂ ଏହି ରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ $-\frac{A}{B}$ ଓ y ଛେଦାଂଶ $-\frac{C}{B}$ ସହ ସମାନ ।

10.3.1 ଏକ ସରଳରେଖାର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣର ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ରୂପାନ୍ତର :

ଯଦି ଆମକୁ ଏକ ସରଳରେଖାର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣଟି $Ax + By + C = 0$ ରୂପରେ ଦତ୍ତ ଅଛି, ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା, ଏହାକୁ କିପରି ଭାବରେ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ରୂପରେ ପରିଣତ କରାଯାଇପାରିବ ।

10.3.2 ସ୍ଲୋପ-ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ରୂପାନ୍ତର :

ଆମକୁ x ଓ y ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ $Ax + By + C = 0$ ଦିଆଯାଇଛି ।

ତୁମେ କ'ଣ ସ୍ଲୋପ ଓ y ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ?

ହଁ ନିଃସନ୍ଦେହ ଯେ, ଯଦି ଆମେ ଉକ୍ତ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣକୁ ସ୍ଲୋପ-ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ରଖିପାରିବା । ଏଥିପାଇଁ ଆସ ଉକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ନିମ୍ନମତେ ପୁନଃ ସଜ୍ଜୀକରଣ କରିବା ।

$Ax + By + C = 0$

କିମ୍ବା, $By = -Ax - C$

କିମ୍ବା, $y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$ (ଯଦି $B \neq 0$)

ଏହା ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ରୂପ ଅଟେ । ଏଣୁ, ସ୍ଲୋପ $= \frac{-A}{B}$ ଏବଂ y ଛେଦାଂଶ $= -\frac{C}{B}$ ।

ଉଦାହରଣ 10.17 ସମୀକରଣ $x + 7y - 4 = 0$ କୁ ସ୍ଲୋପ - ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି $x + 7y - 4 = 0$

କିମ୍ବା, $7y = -x + 4$

କିମ୍ବା, $y = -\frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$

ଏହା ସ୍ଲୋପ୍-ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ପରିବର୍ତ୍ତିତ ରୂପ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 10.16 ସରଳରେଖା $x + 4y - 3 = 0$ ର ସ୍ଲୋପ୍ ତଥା y- ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି $x + 4y - 3 = 0$

କିମ୍ବା, $4y = -x + 3$

କିମ୍ବା, $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

ଉକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ସ୍ଲୋପ୍-ଛେଦାଂଶ ରୂପ ସହ ତୁଳନା କଲେ ଆମେ ପାଇବା

ସ୍ଲୋପ $= -\frac{1}{4}$, y- ଛେଦାଂଶ $= \frac{3}{4}$

10.3.3 ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ରୂପାନ୍ତର :

ମନେକର x ଓ y ରେ ଦତ୍ତ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣଟି

$Ax + By + C = 0 \quad ...(i)$

(i) କୁ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ଲାଗି

ଏହାକୁ ପୁନଃ ବ୍ୟବସ୍ଥାପିତ କଲେ, ପାଇବା

$Ax + By = -C$ କିମ୍ବା, $\frac{Ax}{-C} + \frac{Ay}{-C} = 1$

କିମ୍ବା, $\frac{x}{\left(-\frac{C}{A}\right)} + \frac{y}{\left(-\frac{C}{B}\right)} = 1$ (ଯଦି $A \neq 0$ ଓ $B \neq 0$)

ଯାହାକି ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ରୂପ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଧ୍ୟାନ ଦେବା ଉଚିତ୍ ଯେ x- ଛେଦାଂଶ $= -\frac{C}{A}$ ଓ y- ଛେଦାଂଶ $= \frac{-C}{B}$ ।

ଉଦାହରଣ 10.19 $3x + 5y = 7$ କୁ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ବଦଳାଅ ଏବଂ ଅକ୍ଷଦ୍ୱୟ ଉପରେ ଏହାର ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି

$$3x + 5y = 7$$

କିମ୍ବା, $\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}y = 1$

କିମ୍ବା, $\frac{\frac{x}{7}}{3} + \frac{\frac{y}{7}}{5} = 1$

$\therefore$ x ଛେଦାଂଶ $= \frac{7}{3}$ ଏବଂ y- ଛେଦାଂଶ $= {}^{7}/_{5}$

ଉଦାହରଣ 10.20 ସରଳରେଖା $3x - 2y = 5$ ର x ଓ y ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି

$$3x - 2y = 5$$

କିମ୍ବା, $\frac{3}{5}x - \frac{2}{5}y = 1$

କିମ୍ବା, $\frac{\frac{x}{5}}{3} + \frac{\frac{y}{-5}}{2} = 1$

ଏଣୁ, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ x - ଛେଦାଂଶ $= \frac{5}{3}$ ଏବଂ y- ଛେଦାଶଂ $= \frac{-5}{2}$

10.3.4 ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ରୂପାନ୍ତର

ମନେକର x ଓ y ରେ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ହେଉଛି $Ax + By + C = 0$ ...(i)

ଆମେ ଉକ୍ତ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣକୁ ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା । ଏହି ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ ପାଇଁ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ (i) କୁ ନିମ୍ନମତେ ପୁନଃ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ କରିବ । (i) $\Rightarrow Ax + By = -C$

ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ λ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$\lambda Ax + \lambda By = -\lambda C$ ...(ii)

ଆସ λ ର ମାନ ଏପରି ଚୟନ କରିବା ଯେପରିକି

$(\lambda A)^2 + (\lambda B)^2 = 1$

କିମ୍ବା $\lambda = \frac{1}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$ (ଧନାତ୍ମକ ଚିହ୍ନ ନେଲେ)

λ ର ଏହି ମାନକୁ (ii) ରେ ପ୍ରତିସ୍ଥାପନ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$\frac{Ax}{\sqrt{(A^2+B^2)}} + \frac{By}{\sqrt{(A^2+B^2)}} = -\frac{C}{\sqrt{(A^2+B^2)}} \qquad ....(iii)$$

ଏହା ହେଉଛି ସମୀକରଣ (i) ର ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶିତ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣ । C ଧନାତ୍ମକ ବା ରଣାତ୍ମକ, ତାହା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରି ଏଥିରେ ଦୁଇଟି ପରିସ୍ଥିତି ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।

(i) ଯଦି $C < 0$, ତେବେ ସମୀକରଣ (ii) ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ରୂପ ଅଟେ ।

(ii) ଯଦି $C > 0$, ତେବେ ସମୀକରଣ (iii) ର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ରଣାତ୍ମକ ହୋଇଯାଏ ।

ଆମେ ସମୀକରଣ (iii) ର ଉଭୟ ପକ୍ଷକୁ -1 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିଲେ,

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ରୂପ ହେବ ।

$$-\frac{Ax}{\sqrt{(A^2+B^2)}} - \frac{By}{\sqrt{(A^2+B^2)}} = \frac{C}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$$

ଏଣୁ, ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା $= \frac{|C|}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$

x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ ଲମ୍ବର ଆନତି କୋଣ θ ହେଲେ, ଆମେ ପାଇବା

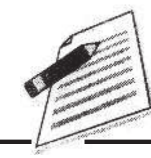
$$\cos\theta = \mp\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

କିମ୍ବା $\sin\theta = \left(\mp\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\right)$

ଏଠାରେ, ଉପର ଚିହ୍ନ $C > 0$ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ ଏବଂ ନିମ୍ନଚିହ୍ନ $C < 0$ ପାଇଁ ଉପଯୋଗୀ । ଯଦି $C = 0$ ତେବେ ସରଳରେଖା ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଏ ଏବଂ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି କୌଣସି ଲମ୍ବ ନାହିଁ ।

ଉପରୋକ୍ତ ତିନିଗୋଟି ପରିସ୍ଥିତି ଦୃଷ୍ଟିରୁ ଆମେ କହିପାରିବା : x ଓ y ରେ ସାଧାରଣ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ସର୍ବଦା ଏକ ସରଳରେଖା ନିରୂପଣ କରେ, ଯଦି A ଓ B ଏକା ସଙ୍ଗେ ଶୂନ ହୋଇନଥାନ୍ତି ।

ଉପରୋକ୍ତ କଥନର ବିପରୀତ କଥନ କ'ଣ ସତ କି ? ଉପରୋକ୍ତ ଉକ୍ତିର ବିପରୀତ କଥନ ହେଲା, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସରଳରେଖାକୁ x ଓ y ର ସାଧାରଣ ଏକ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇ ପାରିବ ।



ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ସରଳରେଖାର ବିଭିନ୍ନ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ ବିଷୟରେ ଅଧ୍ୟୟନ କରିଛନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଛି ହେଲା $y = mx + c, \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1,$ ଏବଂ $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ, ଏସବୁ x ଓ y ର ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ ଅଟନ୍ତି ।

ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ପୁନଃ ବ୍ୟବସ୍ଥିତ କରିପାରିବା ଯେପରିକି ଯଥାକ୍ରମେ $y - mx - c = 0$, $bx + ay - ab = 0$ ଏବଂ $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ ।

ଏଣୁ, ଏହିଗୁଡ଼ିକ x ଓ y ର ସାଧାରଣ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ବିଭିନ୍ନ ରୂପ ଅଟନ୍ତି । ଏହିପରି ଭାବରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ଯେ

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସରଳରେଖାକୁ x ଓ y ର ଏକଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ ଭାବରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ 10.21 $x + \sqrt{3}\,y + 7 = 0$ କୁ ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି $x + \sqrt{3}\,y + 7 = 0$ ...(i)

(i) କୁ ସରଳରେଖାର ସାଧାରଣ ରୂପ ସହ ତୁଳନା କଲେ, ଆମେ ପାଇବା $A = 1$ ଓ $B = \sqrt{3}$

$\therefore \sqrt{A^2 + B^2} = 2$

ସମୀକରଣ (i) କୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ମିଳିବ :

$$\frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot y + \frac{7}{2} = 0$$

କିମ୍ବା, $\left(-\frac{1}{2}\right)x + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)y - \frac{7}{2} = 0$

କିମ୍ବା, $x\cos\frac{4\pi}{3} + y\sin\frac{4\pi}{3} = \frac{7}{2}$

(ତୃତୀୟ ପାଦରେ ଯେହେତୁ $\cos\theta$ ଓ $\sin\theta$ ଉଭୟ ଋଣାତ୍ମକ, ଏଣୁ θ ର ମାନ ତୃତୀୟ ପାଦରେ ରହିବ ।) ଏହା ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ଅଭି ଲମ୍ବ-ରୂପର ପରିପ୍ରକାଶ ।

ଉଦାହରଣ 10.22 ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ ର ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏବଂ ଏହି ଲମ୍ବର ଆନତି ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ $\sqrt{(\sqrt{3})^2 + (-1)^2}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ, ଅର୍ଥାତ୍, 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y + 1 = 0$$

କିମ୍ବା, $\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}\ y = -1$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ (-1) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନକଲେ, ଆମେ ପାଇବା $-\frac{\sqrt{3}}{2}\ x + \frac{1}{2}\ y = 1$

କିମ୍ବା, $x\cos\frac{5\pi}{6} + y\sin\frac{5\pi}{6} = 1$ (2ୟ ପାଦରେ $\cos\theta$ ଓ $\sin\theta$ ଯଥାକ୍ରମେ ଋଣାତ୍ମକ ଓ ଧନାତ୍ମକ, ତେଣୁ θ ର ମାନ ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଦରେ ଅଛି ।)

ଏଣୁ, ଲମ୍ବର ଆନତି ହେଉଛି 150^0 ଓ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକ ଏକକ ।

ଉଦାହରଣ 10.23 (3, 1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ସରଳରେଖା, $3x + 4y = 12$ ସରଳରେଖାର ଯେଉଁ ଅଂଶ ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ, ତାକୁ ସମାନ ଦୁଇ ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମେ ଆମେ ଦତ୍ତ ରେଖାର ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱାରା ଛେଦିତ ଅଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$$3x + 4y = 12$$

କିମ୍ବା, $\frac{3x}{12} + \frac{4y}{12} = 1$

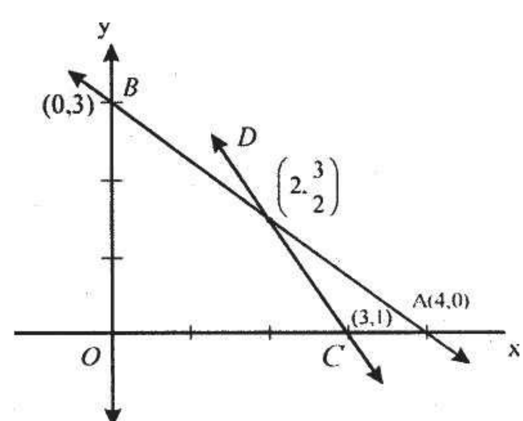
କିମ୍ବା, $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

ଏଣୁ x ଓ y ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ଯଥାକ୍ରମେ 4 ଓ 3 । ଏଣୁ, ସରଳରେଖାଟି ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଅକ୍ଷ ଦ୍ୱୟକୁ ଛେଦକରେ, ସେମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ A(4, 0) ଓ B(0, 3) ଅଟେ ।

$\therefore$ AB ର ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ବିନ୍ଦୁ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

(3, 1) ଓ $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$y - 1 = \frac{\frac{3}{2} - 1}{2 - 3}(x - 3)$$



ଚିତ୍ର **10.8**

କିମ୍ବା, $y-1=\frac{1}{2}(x-3)$

କିମ୍ବା, $2(y-1)+(x-3)=0$

କିମ୍ବା, $2y-2+x-3=0$

କିମ୍ବା, $x+2y-5=0$

ଉଦାହରଣ 10.24 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ବିନ୍ଦୁ (8, 7) ଓ (6, 9) ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାଟି ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଅକ୍ଷକୁ ସମାନ ଛେଦାଂଶରେ ଛେଦ କରେ ।

ସମାଧାନ : (8, 7) ଓ (6, 9) ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$$y-7=\frac{9-7}{6-8}(x-8)$$

କିମ୍ବା, $y-7=-(x-8)$

କିମ୍ବା, $x+y=15$

କିମ୍ବା, $\frac{x}{15}+\frac{y}{15}=1$

ତେଣୁ ଉଭୟ ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ପ୍ରତ୍ୟେକ 15 ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ 10.25 ବିନ୍ଦୁ (–5, 1) ଓ (1 – 3) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖାଟି, ବିନ୍ଦୁ (3, 4) ଓ (7, 8) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାକୁ ଯେଉଁ ଅନୁପାତରେ ଛେଦକରେ ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

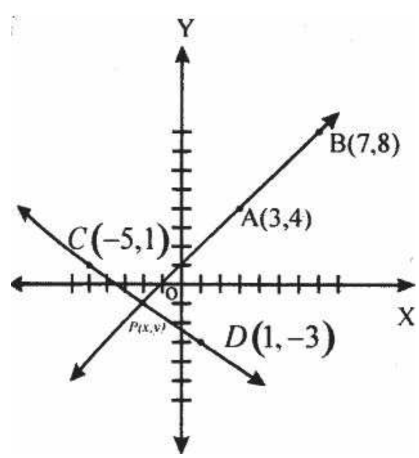
ସମାଧାନ : C (–5, 1) ଓ D (1, –3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି

$$y-1=\frac{-3-1}{1+5}(x+5)$$

କିମ୍ବା, $y-1=-\frac{4}{6}(x+5)$

କିମ୍ବା, $3y-3=-2x-10$

କିମ୍ବା, $2x+3y+7=0$ ...(i)



ଚିତ୍ର 10.9

ମନେକର ରେଖା (i) A (3, 4) ଓ B (7, 8) ର ସଂଯୋଜକ ରେଖାକୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ବିଭାଜନ କରେ ।

ଯଦି ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଅନୁପାତ $\lambda : 1$ ହୁଏ, ଯେଉଁଠି ସରଳରେଖା (i) A (3, 4) ଓ B(7, 8) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାକୁ ବିଭାଜନ କରେ,

ତେବେ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେବ

$$\left[\frac{7\lambda+3}{\lambda+1}, \frac{8\lambda+4}{\lambda+1}\right]$$

ଯେହେତୁ P ବିନ୍ଦୁ, ସରଳରେଖା (i) ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ, ଆମେ ପାଇବା

$$2\left(\frac{7\lambda+3}{\lambda+1}\right)+3\left(\frac{8\lambda+4}{\lambda+1}\right)+7=0$$

$$\Rightarrow 14\lambda+6+24\lambda+12+7\lambda+7=0$$

$$\Rightarrow 45\lambda+25=0$$

$$\Rightarrow \lambda=\frac{-5}{9}$$

ଏଣୁ, (–5, 1) ଓ (1, –3) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା, (3, 4) ଓ (7, 8) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାକୁ 5 : 9 ଅନୁପାତରେ ବହିଃବିଭାଜନ କରେ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.3

1. କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ x ଓ y ର ସାଧାରଣ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ $Ax + By + C = 0$ ରୁ ଏକରେଖା ନିରୂପିତ ହୁଏ ?
2. ସମୀକରଣ $2x + 5y + 3 = 0$ କୁ ସ୍ଲୋପ୍ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।
3. ନିମ୍ନ ରେଖାମାନଙ୍କର x ଓ y ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (a) $y = mx + c$ (b) $3y = 3x + 8$ (c) $3x – 2y + 12 = 0$
4. ଦୁଇ ଅକ୍ଷ ମଧ୍ୟରେ ସରଳରେଖା $3x – 2y + 12 = 0$ ର ଛେଦିତ ଅଂଶ AB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ସମୀକରଣ $x \cos \alpha + y\ isn\ \alpha = 0$ କୁ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ପରିଣତ କର ଏବଂ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଅକ୍ଷମାନଙ୍କ ଉପରିସ୍ଥ ଛେଦାଂଶ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ସମୀକରଣକୁ ଅଭିଲମ୍ବ ରୂପରେ ଲେଖ ।

   (a) $3x – 4y + 10 = 0$ (b) $3x – 4y = 0$
7. $2x – y + 3 = 0$ ଓ $x – 4y – 7 = 0$ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ମୂଳବିନ୍ଦୁର ନିକଟବର୍ତ୍ତୀ ?

   ଆମେ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସୂତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା

10.4 ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ କୋଣ (Angle between two lines)

ଏଠାରେ ଆମେ ଏକ ଡିଭାଇଡରର ଦୁଇ ବାହୁ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ କିମ୍ବା ଘଡ଼ିର ଦୁଇ ଘଣ୍ଟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ଯେଉଁଠି ବାହୁମାନଙ୍କର ସମୀକରଣ ଜଣାଅଛି ।

ଏଠାରେ, ଦୁଇଟି ପ୍ରଣାଳୀର ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

10.4.1 ଯେତେବେଳେ m_1 ଓ m_2 ସ୍ଲୋପ୍ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଦତ୍ତ ଅଛି ।

ମନେକର AB ଓ CD ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଯାହାର

ସମୀକରଣ ହେଲା ଯଥାକ୍ରମେ $y = m_1x + c_1$ ଓ $y = m_2x + c_2$

ମନେକର 'P' ହେଉଛି AB ଓ CD ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ।

ମନେକର $\angle XEB = \theta_1$ ଓ $\angle XFD = \theta_2$

ତେବେ, $\tan\theta_1 = m_1$ ଓ $\tan\theta_2 = m_2$

ମନେକର,

AB ଓ CD ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ $\angle EPF = \theta$ ।

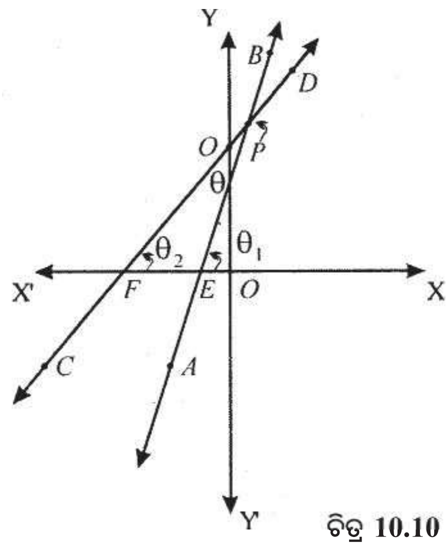
ବର୍ତ୍ତମାନ $\theta_1 = \theta_2 + \theta$

କିମ୍ବା, $\theta = \theta_1 - \theta_2$

$\therefore \tan\theta = \tan(\theta_1 - \theta_2)$

କିମ୍ବା, $\tan\theta = \dfrac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1+\tan\theta_1 \cdot \tan\theta_2}$

ଏଣୁ, $\tan\theta = \dfrac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2}$



ଚିତ୍ର 10.10

ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ θ ର tanget କୁ ନିଜର ସ୍ଲୋପ ମାଧ୍ୟମରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଏହି ଫଳାଫଳରୁ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା, ଯେତେବେଳେ ସେଗୁଡ଼ିକର ସ୍ଲୋପ ଦତ୍ତ ଅଛି ।

ଟୀକା : (i) ଯଦି $\dfrac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2} > 0$, ତେବେ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟସ୍ଥ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ।

(ii) ଯଦି $\dfrac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2} < 0$, ତେବେ ସରଳରେଖାମାନଙ୍କ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ ।

(iii) ଯଦି $\dfrac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2} = 0$,

ଅର୍ଥାତ୍ $m_1 = m_2$ ହେଲେ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହ ମିଳିଯିବେ ବା ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେବେ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ, ଯଦି ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର କେବଳ ଧ୍ରୁବକ ପଦଦ୍ୱୟ ପୃଥକ ହୁଅନ୍ତି ।

(iv) ଯଦି $\dfrac{m_1 - m_2}{1+m_1 m_2}$ ର ହର ଶୂନ ହୁଏ

ଅର୍ଥାତ୍, $m_1 m_2 = -1$, ତେବେ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ ।

ଉଦାହରଣ 10.26 $7x - y = 1$ ଓ $6x - y = 11$ ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର $7x - y = 1$ ଓ $6x - y = 11$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ θ

ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ $y = 7x - 1$ ଓ $y = 6x - 11$ ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଏଠାରେ $m_1 = 7, m_2 = 6$ ଯେଉଁଠି m_1 ଓ m_2 ଯଥାକ୍ରମେ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟର ସ୍ଲୋପ୍

$\therefore \tan\theta = \dfrac{7-6}{1+42} = \dfrac{1}{43}$

ଏଠାରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ କୋଣ θ

ଏଣୁ, $\tan\theta = \dfrac{1}{43}$

ଉଦାହରଣ 10.27 ସରଳରେଖା $x + y + 1 = 0$ ଓ $2x - y - 1 = 0$ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସ୍ଲୋପ୍-ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ଲେଖିଲେ,

ଆମେ ପାଇବା $y = -x - 1$ ଓ $y = 2x - 1$

$\therefore\ m_1 = -1$ ଓ $m_2 = 2$, ଯେଉଁଠି m_1 ଓ m_2 ଯଥାକ୍ରମେ ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟର ସ୍ଲୋପ୍ ।

$$\therefore\ \tan\theta = \frac{-1-2}{1+(-1)\,(2)} = 3$$

ଦୁଇ ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ θ ଏପରି ଯେ, $\tan\theta = 3$

ଉଦାହରଣ 10.28 ସରଳରେଖା $y = 3x - 5$ ଓ $3x + 4 = y$ ସମାନ୍ତର ଅଥବା, ପରସ୍ପର ଲମ୍ବ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମ ସରଳରେଖା $y = 3x - 5$ ର ସ୍ଲୋପ୍ $m_1 = 3$, 2ୟ ସରଳରେଖା $3x + 4 = y$ ର $m_2 = 3$ । ଯେହେତୁ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟର ସ୍ଲୋପ୍ ସମାନ, ସେଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ।

ଉଦାହରଣ 10.29 ସରଳରେଖା $y = 3x$ ଓ $y = \frac{1}{3}x$ ସମାନ୍ତର କିମ୍ବା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ତାହା ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $y = 3x$ ର ସ୍ଲୋପ୍ $m_1 = 3$ ଓ $y = -\frac{x}{3}$ ର ସ୍ଲୋପ୍ $m_2 = -\frac{1}{3}$

ଯେହେତୁ $m_1 \cdot m_2 = -1$ $\therefore$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

10.4.2 ଯେତେବେଳେ ଉଭୟ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ସାଧାରଣ ରୂପରେ ଥାଏ

ମନେକର ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ

$A_1x + B_1y + C_1 = 0$ .... (i)

$A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ...(ii)

ଦିଆଯାଇଛି ।

ସମୀକରଣ (i) ଓ (ii) କୁ ସ୍ଲୋପ ଛେଦାଂଶ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ, ପାଇବା

$$y = \frac{-A_1}{B_1}x - \frac{C_1}{B_1} \text{ ଓ } y = \frac{-A_2}{B_2}x - \frac{C_2}{B_2} \text{ ।}$$

ମନେକର ସେମାନଙ୍କର ସ୍ଲୋପ୍ ଅଟନ୍ତି m_1 ଓ m_2 । ତେବେ, ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କଲେ ପାଇବା

$$\tan\theta = \frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_1A_2 + B_1B_2}$$

ଏହିପରି, ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ସାଧାରଣ ରୂପରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣକୁ କଳନା କରିପାରିବା ।

ଟୀକା : (i) ଯଦି $A_2B_1 - A_1B_2 = 0$

କିମ୍ବା, $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$

ଅର୍ଥାତ୍, $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = 0$, ତେବେ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ।

(ii) ଯଦି $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$, ତେବେ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ଉଦାହରଣ 10.30 $x - 7y + 12 = 0$ ଓ $x - 7y + 6 = 0$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର କି ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $A_1 = 1$ $B_1 = -7$, $A_2 = 1$, ଓ $B_2 = -7$

ଯେହେତୁ $\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -7 \\ 1 & -7 \end{vmatrix} = 0$ $\therefore$ ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର

ଉଦାହରଣ 10.31 $2x + 5y - 8 = 0$ ଓ $5x - 2y - 3 = 0$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଅଥବା, ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ତାହା ସ୍ଥିର କର ।

ଏଠାରେ $A_1 = 2, B_1 = 5$

$A_2 = 5$ ଓ $B_2 = -2$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $A_1A_2 + B_1B_2 = (2) \times (5) + (5) \times (-2) = 0$

ଏଣୁ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.4

1. ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $y = m_1x + c_1$ ଓ $Ax + By + C = 0$ କେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ

   (a) ସମାନ୍ତର ହେବେ ? (b) ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ ?

2. $4x + y = 3$ ଓ $\frac{x}{2} + y = \frac{4}{7}$ ରେଖା ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3.(a) କେଉଁ ସର୍ତ୍ତରେ $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ ଓ $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ

   (i) ସମାନ୍ତର ହେବେ ?

   (ii) ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ ?

   (b) $x - 3y = 7$ ଓ $2x - 6y - 16 = 0$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର କି ?

   (c) $x = y + 1$ ଓ $x = -y + 1 = 0$ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି କି ?

10.5 ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା (Distance of a given point from a given line)

ଏ ବିଭାଗରେ ଆମେ ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତାର ଧାରଣା ବିଷୟ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ମନେକର $P(x_1, y_1)$ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଓ l ଏକ ରେଖା ଯାହାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $Ax + By + C = 0$ ।

ମନେକର l ସରଳରେଖା x ଅକ୍ଷ ଓ y ଅକ୍ଷକୁ ଯଥାକ୍ରମେ R ଓ Q ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ ।

$PM \perp l$ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ମନେକର $PM = d$

M ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x_2, y_2) ହେଉ

$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ...(i)

$\therefore l$ ରେଖା ଉପରେ M ଏକ ବିନ୍ଦୁ

$\therefore Ax_2 + By_2 + C = 0$

କିମ୍ବା, $C = -(Ax_2 + By_2)$ ...(ii)

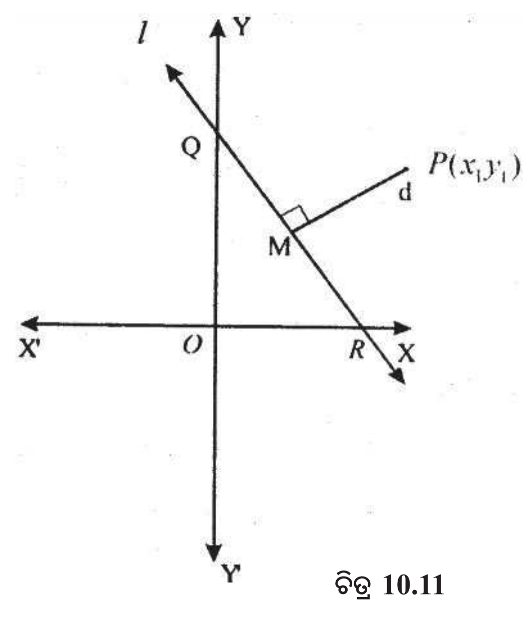
R ଓ Q ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ $\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$ ଓ $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$

QR ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{0 + \frac{C}{B}}{-\frac{C}{A} - 0} = -\dfrac{A}{B}$ ଓ

PM ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

ଯେହେତୁ $PM \perp QR \therefore \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \times \left(-\dfrac{A}{B}\right) = -1$

କିମ୍ବା, $\dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{B}{A}$ ... (iii)



ଚିତ୍ର 10.11

(iii) ରୁ $\frac{x_1 - x_2}{A} = \frac{y_1 - y_2}{B}$

$$= \frac{\sqrt{\{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2\}}}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} \qquad \text{(iv)}$$

(ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତର ଧର୍ମ ବ୍ୟବହାର କଲେ)

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ $\frac{x_1 - x_2}{A} = \frac{y - y_2}{B} = \frac{A(x_1 - x_2) + B(y_1 - y_2)}{A^2 + B^2} \qquad \text{... (v)}$

(iv) ଓ (v) ରୁ ପାଇବା

$$\frac{\sqrt{\{(x_1 - x_2)^2 (y_1 - y_2)^2\}}}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} = \frac{A(x_1 - x_2) + B(y_1 - y_2)}{A^2 + B^2}$$

କିମ୍ବା, $\frac{d}{\sqrt{A^2 + B^2}} + \frac{Ax_1 + By_1 - (Ax_2 + By_2)}{A^2 + B^2}$ [(i) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି]

କିମ୍ବା, $\frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{(A^2 + B^2)}}$ [(ii) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି]

ଯେହେତୁ ଦୂରତା ସର୍ବଦା ଧନାତ୍ମକ, ଆମେ ଲେଖିବା $d = \left| \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} \right|$

ଟୀକା : ମୂଳବିନ୍ଦୁ (0, 0) ଠାରୁ $Ax + By + C = 0$ ର ଲମ୍ବ ଦୂରତା ହେଉଛି $\frac{A(0) + B(0) + C}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} = \frac{C}{\sqrt{(A^2 + B^2)}}$

ଉଦାହରଣ 10.32 x ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ସରଳରେଖା $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା a ଅଟେ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର $(x_1, 0)$ x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।

ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $bx + ay - ab = 0$ । ଉକ୍ତରେଖା ଠାରୁ $(x_1, 0)$ ବିନ୍ଦୁର ଲମ୍ବ-

ଦୂରତା ହେଉଛି

$$a = \frac{\pm\, b x_1 + a \cdot 0 - ab}{\sqrt{(a^2 + b^2)}}$$

$$\therefore x_1 = \frac{a}{b}\left\{ b \pm \sqrt{(a^2 + b^2)} \right\}$$

ଏଣୁ, x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି $\left(\frac{a}{b}\left(b \pm \sqrt{a^2 + b^2}, 0 \right) \right)$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.5

1. $3x + 2y + 4 = 0$ ରେଖା ଠାରୁ, ବିନ୍ଦୁ (2, 3) ର ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ରେଖା ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା b ଅଟେ ।

3. y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର $4x + 3y = 12$ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଲମ୍ବ ଦୂରତା 4 ।

4. $3x + 7y + 14 = 0$ ଠାରୁ, ମୂଳ ବିନ୍ଦୁର ଲମ୍ବ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଥିବା କେଉଁ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକର $\frac{x}{4} + \frac{y}{4} = 1$ ସରଳରେଖା ଠାରୁ ଲମ୍ବ-ଦୂରତା 3 ଅଟେ ?

10.6 ସମାନ୍ତର (ଅଥବା ଲମ୍ବ) ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ (Equation of parallel or perpendicular lines)

ବର୍ତ୍ତମାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର କିମ୍ବା ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ, ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରଣାଳୀ ଶିଖିଲେ । ଏହି ବିଭାଗରେ ଆମେ ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ବା ଲମ୍ବ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

10.6.1 ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $Ax + By + C = 0$ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ।

ମନେକର ରେଖା $A_1x + B_1y + C_1 = 0 \quad ...(i)$

ଏବଂ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $Ax + By + C = 0 \; ... \; (ii)$

ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର (i) ଓ (ii) ର ସମାନ୍ତର ହେବାର ସର୍ତ୍ତ ହେଲା

$$\frac{A_1}{A} = \frac{B_1}{B} = K_1$$

$$\Rightarrow A_1 = AK_1,\ B_1 = BK_1$$

A_1 ଓ B_1 ର ପୂର୍ବୋକ୍ତ ମୂଲ୍ୟକୁ (i) ରେ ବସାଇଲେ, ପାଇବା

$A K_1 x + B K_1 y + C_1 = 0$

କିମ୍ବା, $Ax + By + \frac{C_1}{K_1} = 0$

କିମ୍ବା, $Ax + By + K = 0$, ଯେଉଁଠି $K = \frac{C_1}{K_1}$ ...(iii)

ଏହା ଏକ ସରଳରେଖା ଯାହା ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର

ସମୀକରଣ (ii) ଓ (iii) ରୁ ଆମେ ଲକ୍ଷ କରୁ ଯେ,

(i) x ଓ y ର ସହଗ ସମାନ

(ii) ଧ୍ରୁବକ ଗୁଡ଼ିକ ପୃଥକ ଏବଂ ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତରୁ ନିରୂପଣ କରାଯିବେ ।

ଉଦାହରଣ 10.33 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ $2x + 3y + 6 = 0$ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର କୌଣସି ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଯଦି ଆମେ

(i) x ଓ y ର ସହଗ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ସହ ସମାନ ରଖିବା ।

(ii) ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ଧ୍ରୁବକ ଠାରୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣର ଧ୍ରୁବକ ପୃଥକ ହେବ ଯାହା ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯିବ ।

ଏଣୁ, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେବ $2x + 3y + K = 0$, K ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ।

ଯେହେତୁ ରେଖାଟି (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ

ତେଣୁ, $2 \times 1 + 3 \times 2 + K = 0$

କିମ୍ବା, $K = -8$

$\therefore$ ସରଳରେଖାର ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମୀକରଣଟି $2x + 3y = 8$

10.7 ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $Ax + By + C = 0$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ସରଳରେଖା (Straight line perpendicular to the given line $AX + BY + C = 0$)

ମନେକର ସରଳରେଖା $A_1 x + B_1 y + C_1 = 0$
ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $Ax + By + C = 0$ ...(i)
ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେଉଥିବା ସରଳରେଖା ।
(i) ଓ (ii) ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବାର ସର୍ତ୍ତ ହେଉଛି
$AA_1 + BB_1 = 0$

$\Rightarrow \frac{A_1}{B} = -\frac{B_1}{A} = K_1$ ମନେକରାଯାଉ

$\Rightarrow A_1 = BK_1$ ଓ $B_1 = -AK_1$

A_1 ଓ B_1 ର ମାନକୁ (i) ରେ ନେଲେ, ପାଇବା

$$Bx - Ay + \frac{C_1}{K_1} = 0$$

ଅଥବା, $Bx - Ay + K = 0$ ଯେଉଁଠି $K = \frac{C_1}{K_1}$ ...(iii)

ତେଣୁ ସରଳରେଖା (iii) ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା (ii) ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କଲେ ଯେ ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ସରଳରେଖା ପାଇବାକୁ ହେଲେ, ଆମକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀ ଅନୁସରଣ କରିବାକୁ ହେବ ।

(i) x ଓ y ର ସହଗ ଦ୍ୱୟର ଅନ୍ତଃପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବ ।

(ii) ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକର ଚିହ୍ନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ।

(iii) ଧ୍ରୁବକ ପଦକୁ ଏକ ନୂଆ ଧ୍ରୁବକ K (ମନେକର) କୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯିବ ଓ ଏହାର ମାନ ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ଅନୁସାରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ 10.34 (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $2x + 3y + 6 = 0$ ରେଖା ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।

ସମାଧାନ : ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ଅନୁସରଣ କଲେ, ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ପାଇବା
$3x - 2y + K = 0$ ...(i)

(i) ରେଖାଟି (1, 2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ

ତେଣୁ, $3 \times 1 - 2 \times 2 + K = 0$ କିମ୍ବା, $K = 1$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$3x - 2y + 1 = 0$

ଉଦାହରଣ 10.35 ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏବଂ ଏହା ସରଳରେଖା $yy_1 = 2a(x + x_1)$ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାଟି $yy_1 - 2ax - 2ax_1 = 0$ ...(i)

ସରଳରେଖା (i) ପ୍ରତିଲମ୍ବ କୌଣସି ସରଳରେଖା ହେବ $2ay + xy_1 + C = 0$

ଏହା (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ

$\therefore 2ay_2 + x_2y_1 + C = 0$

$\Rightarrow C = -2ay_2 - x_2y_1$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି

$2a(y - y_2) + y_1(x - x_2) = 0$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.6

1. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $(0, -2)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ସରଳରେଖା $3x + y = 2$ ସହ ସମାନ୍ତର ।
2. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $(-1, 0)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ସରଳରେଖା $y = 2x + 3$ ସହ ସମାନ୍ତର ।
3. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $(0, -3)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ସରଳରେଖା $x + y + 1 = 0$ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।
4. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $(0, 0)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ସରଳରେଖା $x + y = 3$ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।
5. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା $(2, -3)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $2a(x + 2) + 3y = 0$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।
6. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର x- ଛେଦାଂଶ -8 ଏବଂ ରେଖାଟି $3x + 4y - 17 = 0$ ପ୍ରତିଲମ୍ବ ।
7. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର y- ଛେଦାଂଶ 2 ଓ ରେଖାଟି ଅନ୍ୟ ଏକ ସରଳରେଖା $2x - 3y + 7 = 0$ ସହ ସମାନ୍ତର ।
8. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ବିନ୍ଦୁ $(a\cos^3\theta, a\sin^3\theta)$ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ଓ $x\sec\theta + y\,\text{cosec}\,\theta = a$ ରେଖା ପ୍ରତିଲମ୍ବ ହୋଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x\cos\theta - y\sin\theta = a\cos 2\theta$ ।

10.8 ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିର ପ୍ରୟୋଗ (Application of Coordinate Geometry)

ଆସ କିଛି ଉଦାହରଣ ନେଇ ଦେଖିବା ଯେ, କିଛି ଜ୍ୟାମିତିକ ତଥ୍ୟ ପ୍ରମାଣ କରିବାରେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି ସହାୟକ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ 10.36 ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଆୟତଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ।

ସମାଧାନ : ଆସ ଆୟତଚିତ୍ରର କୌଣସି ଏକ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ମୂଳବିନ୍ଦୁକୁ ନେବା ଓ x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବାହୁକୁ ନେବା ଏବଂ y- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅନ୍ୟ ବାହୁକୁ ନେବା ଯେପରି ଚିତ୍ର 10.12 ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

$\overrightarrow{OX}$ ଓ $\overrightarrow{OY}$ ସହ ମିଶି ରହିଥିବା ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ a ଏକକ ଓ b ଏକକ ହୋଇଥିବାରୁ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (a, o), (a, b) ଏବଂ (o, b) ଅଟେ ।

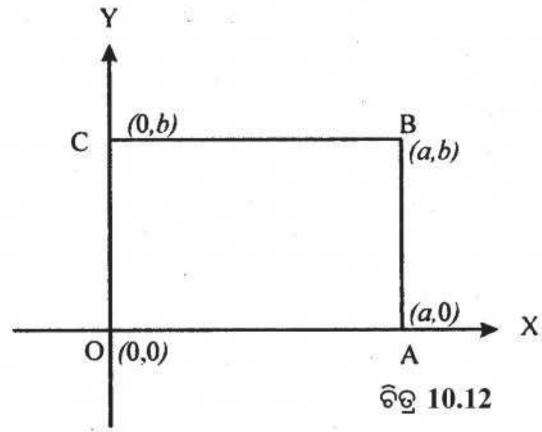
କର୍ଣ୍ଣ AC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{(a-o)^2 + (o-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

କର୍ଣ୍ଣ OB ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{(a-o)^2 + (o-b)^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\therefore AC = OB$

ଅର୍ଥାତ୍ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର OABC ର କର୍ଣ୍ଣ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ।

ଏହିପରି ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ ଅଟେ ।



ଚିତ୍ର 10.12

ଉଦାହରଣ 10.37 ଅର୍ଦ୍ଧ ବୃତ୍ତସ୍ଥ କୋଣ ସମକୋଣ ଅଟେ, ପ୍ରମାଣ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର O(0, 0) ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର ଏବଂ (–a, 0) (a, 0) ଏହାର ବ୍ୟାସର ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । ମନେକର ବୃତ୍ତ y- ଅକ୍ଷକୁ (0, a) ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ । (ଚିତ୍ର 10.13 ଦେଖ)

$\therefore$ BQ ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{a-0}{0+a} = 1 = m_1$

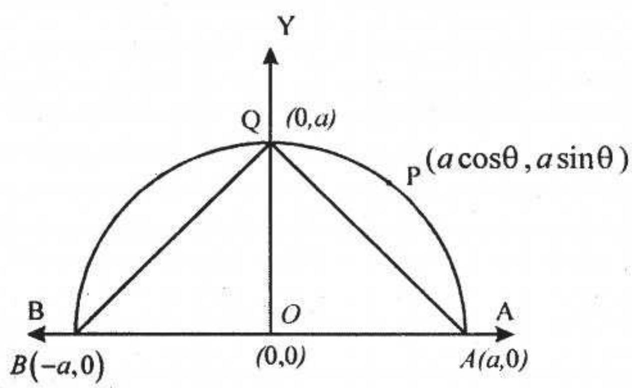
AQ ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{0-a}{a-0} = -1 = m_2$

ଯେହେତୁ, $m_1 m_2 = -1 \Rightarrow$ AQ, BQ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ

$\therefore$ BQA ସମକୋଣୀ Δ ଅଟେ ।

ପୁନଶ୍ଚ, ମନେକର ବୃତ୍ତ ଉପରେ P (a cos θ, a sin θ) କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଅଟେ ।

$\therefore$ PB ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{a\sin\theta}{a\cos\theta + a} = \dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta} = m_1$ (ମନେକର)



ଚିତ୍ର 10.13

PA ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{O - a\sin\theta}{a - a\cos\theta} = \dfrac{-\sin\theta}{1-\cos\theta} = m_2$ (ମନେକର)

ଏବଂ $m_1 \cdot m_2 = \left(\dfrac{\sin\theta}{1+\cos\theta}\right)\left(-\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta}\right) = -\dfrac{\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}$

$= -\dfrac{\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta} = -1$

$\therefore$ PA, PB ପ୍ରତିଲମ୍ବ ଅଟେ ।

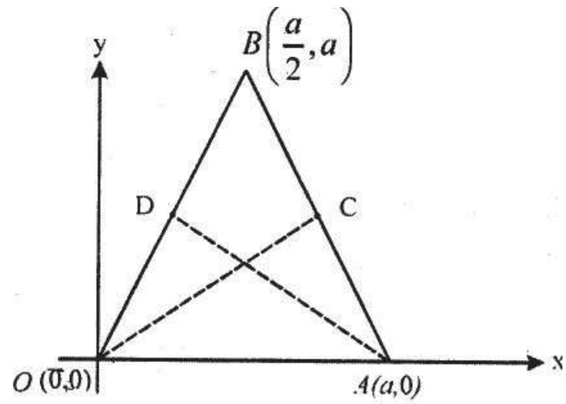
ଏଣୁ $\angle BPA$ ସମକୋଣ ।

ଉଦାହରଣ 10.38 ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ସମାନ ବାହୁ ପ୍ରତି ସମ୍ପୃକ୍ତ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କରୁ ଅଙ୍କିତ ମଧ୍ୟମାଦ୍ୱୟ ସମାନ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର OAB ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ, ଯାହାର OB = AB ।

ପୁନଶ୍ଚ, ଯାହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ (0, 0) (a, 0) ଏବଂ $\left(\dfrac{a}{2}, a\right)$ ।

ମନେକର AB ଓ OB ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ C ଓ D ।



ଚିତ୍ର 10.14

$\therefore$ C ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\dfrac{3a}{4}, \dfrac{a}{2}\right)$ ଓ

D ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\dfrac{a}{4}, \dfrac{a}{2}\right)$

$\therefore$ OC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{\left(\dfrac{3a}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{9a^2}{16} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a}{4}\sqrt{13}$

ଏବଂ AD ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{\left(a - \dfrac{a}{4}\right)^2 + \left(0 - \dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{4}\sqrt{13}$

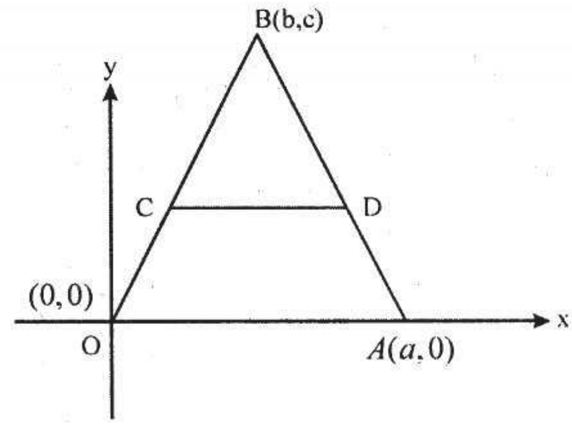
$\therefore$ OC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AD ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

ଏଣୁ ପ୍ରମାଣିତ ।

ଉଦାହରଣ 10.39 ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ତୃତୀୟ ବାହୁ ସହ ସମାନ୍ତର ଓ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ଅଟେ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ O (0, 0) A (a, 0) ଏବଂ B (b, c) ଅଟେ । OB ଓ AB ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଯଥାକ୍ରମେ C ଓ D ଅଟେ ।

$\therefore$ C ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right)$



ଚିତ୍ର 10.15

D ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$

$\therefore$ CD ର ସ୍ଲୋପ୍ $= \dfrac{\frac{c}{2}-\frac{c}{2}}{\frac{a+b}{2}-\frac{b}{2}} = 0$

OA ଅର୍ଥାତ୍ x- ଅକ୍ଷର ସ୍ଲୋପ୍ = 0

$\therefore$ CD, OA ସହ ସମାନ୍ତର ।

CD ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $= \sqrt{\left(\frac{a+b}{2}-\frac{b}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(\frac{c}{2}-\frac{c}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$

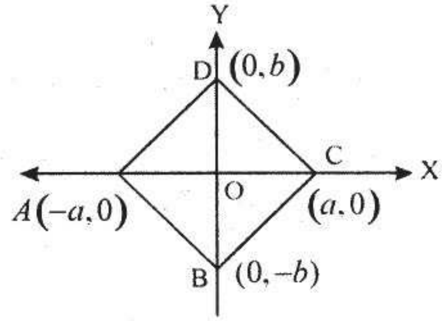
OA ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a

$\therefore CD = \frac{1}{2}\, OA$

ଯାହାକି ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଫଳାଫଳକୁ ସିଦ୍ଧ କରେ ।

ଉଦାହରଣ 10.40 ଯଦି କୌଣସି ଚତୁର୍ଭୁଜର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଓ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି, ତେବେ ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ରମ୍ବସ୍ ଅଟେ ।

ସମାଧାନ : ମନେକର OX ଓ OY ସହ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ମିଶି ରହିଛି (ଚିତ୍ର 10.16 ରେ ଦର୍ଶଗଲା ପରି) ଏବଂ ମନେକର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 2a ଓ 2b ।



ଚିତ୍ର 10.16

OA = OC = a ଏବଂ OD = OB = b

$AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

$AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

ଏହିପରି $BC = \sqrt{a^2 + b^2} = CD$

ଫଳରେ, $AB = BC = CD = DA$

$\therefore$ ABCD ରମ୍ବସ୍ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.7

ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତର ପ୍ରୟୋଗରେ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଜ୍ୟାମିତିକ ଫଳାଫଳକୁ ପ୍ରମାଣ କର ।

1. ଯଦି କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମା ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଏହା ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ।
2. ବର୍ଗଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ ଓ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟନ୍ତି ।
3. ଯଦି କୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସମାନ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ଏହା ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ।
4. ଯଦି କୌଣସି ΔABC ର ଭୂମି BC ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ D ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର
   $AB^2 + AC^2 = 2\,(AD^2 + BD^2)$
5. କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବାହୁ ସମାନ୍ତର ଭାବରେ ଅଙ୍କିତ ସରଳରେଖା ଅନ୍ୟ ଦୁଇବାହୁକୁ ସମାନୁପାତରେ ବିଭାଜନ କରେ ।
6. ଯଦି କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇବାହୁ ଅସମାନ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ବୃହତ୍ତର ବାହୁର ସମ୍ମୁଖୀନ କୋଣ ମଧ୍ୟ ବୃହତ୍ତର ହେବ ।
7. ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଦୁଇବାହୁର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ ବାହୁ ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ।
8. ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାତ୍ରୟ ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ।
9. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଏକ କର୍ଣ୍ଣ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।
10. ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ସମାନ ।

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ :

- y- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $x = a$ ଏବଂ x- ଅକ୍ଷ ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $y = b$ ଅଟେ ।
- ଯେଉଁ ସରଳରେଖା y ଅକ୍ଷରୁ c ଛେଦାଂଶ ଛେଦକରେ ଏବଂ ଏହାର ସ୍ଲୋପ୍ m ଅଟେ, ତାହାର ସମୀକରଣଟି $y = mx + c$
- $A\,(x_1, y_1)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା, ଯାହାର ସ୍ଲୋପ୍ m, ତାହାର ସମୀକରଣଟି ହେଲା $y - y_1 = m\,(x - x_1)$
- ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ $A\,(x_1, y_1)$ ଏବଂ $B\,(x_2, y_2)$ ଦେଇ ଯାଇଥିବା ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି
  $$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$
- ଯେଉଁ ସରଳରେଖାର x- ଛେଦାଂଶ ଓ y- ଛେଦାଂଶ ଯଥାକ୍ରମେ a ଓ b, ତାହାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି
  $$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$
- ଲମ୍ବ (ବା ଅଭିଲମ୍ବ) ରୂପରେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଲା $x\cos\alpha + y\sin\alpha = p$, ଯେତେବେଳେ

p ହେଉଛି ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏବଂ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ x- ଅକ୍ଷ ସହ α କୋଣ ଅଙ୍କନ କରେ ।

- ପ୍ରାଚଳିକ ରୂପ (Parametric form) ରେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣଟି ହେଉଛି $\dfrac{x-x_1}{\cos\alpha}=\dfrac{y-y_1}{\sin\alpha}=r$

  ଯେଉଁଠି ସରଳରେଖା ଉପରିସ୍ଥ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ $P(x, y)$ ଓ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ $A(x_1, y_1)$ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା r ଓ ସରଳରେଖା x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ ଉତ୍ପନ୍ନ କରୁଥିବା କୋଣ α ଅଟେ ।

- x ଓ y ର ଏକଘାତୀ ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ ସର୍ବଦା ଏକ ସରଳରେଖାକୁ ଉପସ୍ଥାପନ କରିଥାଏ, ଯଦି A ଓ B ଉଭୟ ଶୂନ ନହୁଅନ୍ତି ।

- ସାଧାରଣ ସମୀକରଣ $Ax + By + C = 0$ ରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ତଥ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

  (i) ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ $=\dfrac{-A}{B}$ (ii) x - ଛେଦାଂଶ $-\dfrac{C}{A}$

  (ii) y- ଛେଦାଂଶ $=-\dfrac{C}{B}$

  (iv) ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ-ଦୂରତା $\dfrac{|C|}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$

  (v) ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବର ଆନତି α ହେଲେ

  $$\cos\alpha=\frac{\mp A}{\sqrt{(A^2+B^2)}};\ \sin\alpha=\frac{\mp B}{\sqrt{(A^2+B^2)}}$$

  ଯେଉଁଠି ଉପର ଚିହ୍ନ $C > 0$ ପାଇଁ ଓ ନିମ୍ନ ଚିହ୍ନ $C < 0$ ପାଇଁ ନିଆଯାଏ, କିନ୍ତୁ ଯଦି $C = 0$ ହୁଏ, ଉପର ବା ନିମ୍ନ ଚିହ୍ନ ଇଚ୍ଛା ଅନୁସାରେ ନିଆଯାଏ ।

- (A) ଯଦି ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ θ ଓ ଏମାନଙ୍କର ସ୍ଲୋପ୍ m_1 ଓ m_2 ହୁଏ, ତେବେ $\tan\theta=\left|\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$

  (i) ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ, ଯଦି $m_1 = m_2$

  (ii) ରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ, ଯଦି $m_1m_2 = -1$

  (B) ସାଧାରଣ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ θ ହେଲେ, $\tan\theta=\dfrac{A_2B_1-A_1B_2}{A_1A_2+B_1B_2}$

  (i) ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ହେବେ, ଯଦି $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$ ବା $\begin{vmatrix}A_1 & B_1\\ A_2 & B_2\end{vmatrix}=0$,

  (ii) ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବେ, ଯଦି $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ ।

- ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ (x_1, y_1) ର ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା $Ax + By + C = 0$ ଠାରୁ ଦୂରତା $d=\left|\dfrac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{(A^2+B^2)}}\right|$

- $Ax + By + C = 0$ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $Ax + By + k = 0$ ଅଟେ ।

- $Ax + By + C = 0$ ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ $Bx - Ay + k = 0$ ଅଟେ ।

ସହାୟକ ୱେବ୍ ସାଇଟ୍

- http://www.wikipedia.org
- http://mathworld.wolfram.com

ପାଠ ଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ

1. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର y- ଛେଦାଂଶ –3 ଓ

   (a) ଯିଏ (–2, 3) ଓ (4, –5) ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାସହ ସମାନ୍ତର

   (b) ବିନ୍ଦୁ (0, –5) ଓ (–1, 3) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

2. ଏକ ସରଳରେଖାର ସୀମକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯିଏ (4, –5) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏବଂ

   (a) (3, 7) ଓ (–2, 4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ।

   (b) ବିନ୍ଦୁ (–1, 2) ଓ (4, 6) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ।

3. ଦର୍ଶାଅ ଯେ (a, 0), (0, b) ଓ (3a, –2b) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ରେଖୀୟ । ଏଗୁଡ଼ିକ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାର ସମୀକରଣ ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ A(1, 4), B(2, –3) ଓ C (–1, –2) ହେଲେ, ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

   (a) A ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ମଧ୍ୟମାର ସମୀକରଣ ।

   (b) A ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ସମୀକରଣ ।

   (c) BC ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।

5. A (2, 1) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଏକ ସରଳରେଖା x- ଅକ୍ଷର ଧନାତ୍ମକ ଦିଗ ସହ $\frac{\pi}{6}^0$ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରେ । ଉକ୍ତ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା (2, 3) ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଓ $2x + 3y + 7 = 0$ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ।

7. ଏକ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହାର x ଓ y – ଛେଦାଂଶ ଯଥାକ୍ରମେ a ଓ b ।

8. ସରଳରେଖା $y = \left(2-\sqrt{3}\right)x + 5$ ଓ $y = \left(2+\sqrt{3}\right)x - d$ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ସରଳରେଖା $2x + 3y = 4$ ଓ $3x – 2y = 7$ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. (3, 4) ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସରଳରେଖା $12 (x + 6) = 5 (y – 2)$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. $3x + 4y + 5 = 0$ ସରଳରେଖା ପ୍ରତି (0, 1) ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ସରଳରେଖା $2x + 3y = 4$ ଏବଂ $4x + 6y = 20$ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ବିନ୍ଦୁ $(-3, -4)$ ଠାରୁ ସରଳରେଖା $4x - 3y = 7$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $(a \cos^3\theta, b \sin^3\theta)$ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା, ଯାହା ସରଳ ରେଖା $x \sec\theta \operatorname{cosec}\theta = a$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ତା'ର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x \cos\theta - y \operatorname{cosec}\theta = a \cos 2\theta$ ।

15. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଜ୍ୟାମିତିକ ଫଳାଫଳର ପ୍ରମାଣ କର ।

(a) ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷରୁ ବିପରୀତ ବାହୁ ଲମ୍ବଗୁଡ଼ିକ ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ।

(b) ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମାଗୁଡ଼ିକ ସମାନ ।

(c) a ଏକକ ଦୀର୍ଘ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{4}$

(d) ଯଦି $ABC\,\Delta$ ର ଭରକେନ୍ଦ୍ର G ହୁଏ ଏବଂ O କୌଣସି ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ତେବେ $OA^2 + OB^2 + OC^2 = GA^2 + GB^2 + CG^2 + 3OG^2$

(e) ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରୁ ଜ୍ୟା ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ ଜ୍ୟାକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ।

ଉତ୍ତର ମାଳା

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.1

1. ସରଳରେଖା 2.(a) 1 (b) –1 (c) 1

3. 7 4. 20 5.(a) y = –4 (b) x = –3

6. x = 5 7. y + 7 = 0

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.2

1. (a) $y = 2x - 2$ (b) ସ୍ଲୋପ୍ = $\frac{-4}{3}$, y- ଛେଦାଂଶ = 2

2. $\sqrt{3}\,y = -3x - 1$ 3. ସ୍ଲୋପ୍ $\frac{1}{2}$, y- ଛେଦାଂଶ = –2

4. $3x + 7y = 7$ 5. $y = x + 1$, $x + y - 3 = 0$ 6. $3x - 2y = 0$

7. (a) $x + y = -1$

(b) AC କର୍ଣ୍ଣର ସମୀକରଣ : $2x - y - 4 = 0$

BD କର୍ଣ୍ଣର ସମୀକରଣ : $2x - 11y + 66 = 0$

8. $x - 2 = 0$, $x - 3y + 6 = 9$ ଏବଂ $5x - 3y - 2 = 0$

9. $2x + 3y = 6$ 10. $3x + y = 6$ 11. $3x + 4y = 1$ 12. $x + y = 2\sqrt{2}$

14. $\dfrac{x-2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \dfrac{y-1}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ ଏବଂ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(2+\frac{1}{\sqrt{2}}, 1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ଅଟେ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.3

1. A ଏବଂ B ଉଭୟ ଶୂନ ନୁହନ୍ତି ।

2. $y = \frac{-2}{5}x - \frac{3}{5}$

3. (a) x- ଛେଦାଂଶ $= \frac{-c}{m}$, y- ଛେଦାଂଶ = c

(b) x- ଛେଦାଂଶ $= \frac{-8}{3}$, y- ଛେଦାଂଶ $= \frac{8}{3}$

(b) x- ଛେଦାଂଶ –4, y- ଛେଦାଂଶ = 6

4. $2\sqrt{13}$ ଏକକ 5. $\dfrac{x}{p\sec\alpha} + \dfrac{y}{p\,\mathrm{cosec}\,\alpha} = 1$

6. (a) $\frac{-3}{5}x+\frac{4}{5}y-2=0$ (b) $\frac{-3}{5}x+\frac{4}{5}y=0$

7. ପ୍ରଥମ ସରଳରେଖା ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ନିକଟତର ଅଟେ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.4

1. (a) $m_1=\frac{-A}{B}$ (b) $Am_1=B$

2. $\theta=\tan^{-1}\left(\frac{7}{6}\right)$

3. (a) (i) $\frac{A_1}{B_1}=\frac{A_2}{B_2}$ (ii) $A_1A_2+B_1B_2=0$

   (b) ସମାନ୍ତର (c) ଲମ୍ବ

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.5

1. $d=\frac{16}{\sqrt{13}}$ 2. $\left(0,\frac{b}{a}\left(a\pm\sqrt{a^2+b^2}\right)\right)$ 3. $\left(0,\frac{32}{3}\right)$

4. $\frac{14}{\sqrt{58}}$ 5. $\left(\frac{3}{4}(4\pm5),0\right)$

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 10.6

1. $3x+y+2=0$ 2. $y=2x+2$ 3. $x-y=3$
4. $y=x$ 5. $3x-2ay=6(a-1)$ 6. $4x-3y+32=0$
7. $2x-3y+6=0$

ପାଠଶେଷ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ :

1. (a) $4x+3y+9=0$ (b) $x-8y-24=0$
2. (a) $3x-5y-37=0$ (b) $5x-8y-60=0$
4. (a) $13x-y-9=0$ (b) $3x-y+1=0$
   (c) $3x-y-4=0$
5. $x-\sqrt{3}y=2-\sqrt{3}$ 6. $2x+3y+13=0$
7. $bx+ay=ab$ 8. $\frac{\pi}{2}$ 9. $\frac{\pi}{2}$ 10. $\frac{98}{13}$
11. $\frac{9}{5}$ 12. $\frac{6}{\sqrt{13}}$ 13. $\frac{7}{5}$