୨୫

କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ପରିମାପ

ପୂର୍ବ ପାଠରେ, ଆମେ ଶିକ୍ଷାଲାଭ କରିଛେ ଯେ, ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରି ଏହାର ସଂକ୍ଷେପଣ କରାଯାଇପାରିବ । ଆମେ ଏହା ମଧ୍ୟ ଦେଖିଛେ ଯେ ତଥ୍ୟର ସ୍ୱରୂପ ସଂପର୍କରେ କିଛି ବ୍ୟାପକ ଧାରଣା ପାଇବା ଲାଗି ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖ, ହିଷ୍ଟୋଗ୍ରାମ ଓ ବାରମ୍ବାରତା ବହୁଭୁଜ ଜରିଆରେ ରୈଖିକ ଭାବେ କିପରି ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଇଛି ।

ତଥ୍ୟର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ଉପସ୍ଥାପନ ନିମନ୍ତେ ତଥ୍ୟର କେତେକ ଦିଗକୁ ପରିମାଣାତ୍ମକ ଭାବେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଇପାରିବ । ଏପରି ପ୍ରତିନିଧିମୂଳକ ପରିମାପଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ହେଉଛି ହାରାହାରି । ଏକ ହାରାହାରି ହେଉଛି, ତଥ୍ୟର ପ୍ରତିନିଧିମୂଳକ ବା କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ମୂଲ୍ୟ ଦର୍ଶାଉଥିବା ଏକ ସଂଖ୍ୟା । ଏହା ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥାଏ । ଏହି କାରଣରୁ, ହାରାହାରିକୁ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଏକ ପରିମାପ କୁହାଯାଏ ।

ଏହି ପାଠରେ ବା ଆମେ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର କେତେକ ସାଧାରଣ ପରିମାପ ଅଧ୍ୟୟନ କରିବା, ଅର୍ଥାତ,

(i) ଗାଣିତିକ ହାରାହାରି ବା ମାଧ୍ୟମାନ (Mean)

(ii) ମଧ୍ୟମା (Median)

(iii) ଗରିଷ୍ଠକ (Mode)

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠ ଅଧ୍ୟୟନ କରିସାରିବା ପରେ ତୁମେ :

- ଅଶୋଧିତ ଅବର୍ଗୀକୃତ ଓ ବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିପାରିବ;
- ସାଧାରଣ ଓ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଦ୍ୱାରା ଅଶୋଧିତ / ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟ ଏବଂ ବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ;
- ଅଶୋଧିତ / ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମଧ୍ୟମା ଓ ଗରିଷ୍ଠକର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିପାରିବ;
- ଅଶୋଧିତ / ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମଧ୍ୟମା ଏବଂ ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।

୨୫.୧ ଗାଣିତିକ ହାରାହାରି ବା ମାଧ୍ୟମାନ

ଲୋକେ ହାରାହାରି ବେଗ, ହାରାହାରି ବୃଷ୍ଟିପାତ, ହାରାହାରି ଉଚ୍ଚତା ଲବ୍ଧାଙ୍କ (ମାର୍କ) ଇତ୍ୟାଦି ବିଷୟରେ କଥାବାର୍ତ୍ତା ହେଉଥିବାର ତୁମେ ନିଶ୍ଚିତଭାବେ ଶୁଣିଥିବ । ଯଦି ଆମକୁ କୁହାଯାଏ ଯେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ହାରାହାରି ଉଚ୍ଚତା 150 ସେମି, ଏହା ଅର୍ଥ ନୁହେଁ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା 150 ସେମି । ସାଧାରଣ ଭାବେ, ଏହା ଏକ ସୂଚନା ଦିଏ ଯେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା 150 ସେମି ପାଖାପାଖି ।

କେତେକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଉଚ୍ଚତା ଏହାଠାରୁ କମ୍ ହୋଇପାରେ, କେତେକଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ଏହାଠାରୁ ଅଧିକ ହୋଇପାରେ ଏବଂ ଆଉ କେତେକଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ଠିକ୍ 150 ସେମି ହୋଇଥାଇପାରେ ।

୨୫.୧.୧ ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟର ମାଧମାନ (ଗାଣିତିକ ହାରାହାରି)

ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟର ମାଧମାନ ନିରୂପଣ କରିବା ପାଇଁ, ତଥ୍ୟର ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ମିଶାଯାଇଥାଏ ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜିତ କରାଯାଇଥାଏ । ଏହିପରି ଭାବେ n ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ

$x_1, x_{2,} .....x_n$ ର ମାଧମାନ ହେଉଛି $\dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$

ଏହା ସାଧାରଣତଃ $\overline{x}$ ରୂପରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ, ତେଣୁ $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n}$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{(I)}$$

ଯେଉଁଠି ସାଙ୍କେତିକ "$\sum$" ହେଉଛି ଗ୍ରୀକ୍ ବର୍ଣ୍ଣମାଳାର ବଡ଼ଅକ୍ଷର "SIGMA" (ସୀଗ୍‌ମା) ଏବଂ ଏହା ସମଷ୍ଟିର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥାଏ ।

ଏଭଳି ଲମ୍ବା ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖିବା ପାଇଁ ସ୍ଥାନ ବଞ୍ଚାଇବା ନିମନ୍ତେ, ଆମେ ସଂକେତ $\sum$ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ, ଯାହା Sigma ଭାବେ ପଠିତ ହୋଇଥାଏ ।

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ ରେ, i କୁ ସମଷ୍ଟିର ସଂକେତ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧ : ଚାରୋଟି ଗହମ ବସ୍ତାର ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ) ହେଉଛି 103, 105, 102, 104 । ଓଜନର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମାଧମାନ ଓଜନ ($\overline{x}$) $= \dfrac{103 + 105 + 102 + 104}{4}$ କି.ଗ୍ରା.

$= \dfrac{414}{4}$ କି.ଗ୍ରା.=130.5 କି.ଗ୍ରା.

ଉଦାହରଣ ୨୫.୨: ଗତ ପାଞ୍ଚବର୍ଷରେ ଏକ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ନାମଲେଖା ସଂଖ୍ୟା 605, 710, 745, 835 ଓ 910 ଥିଲା । ବର୍ଷ ପ୍ରତି ନାମଲେଖା ସଂଖ୍ୟାର ମାଧମାନ କେତେ ଥିଲା ?

ସମାଧାନ: ହାରାହାରି ନାମଲେଖା ସଂଖ୍ୟା ବା ମାଧମାନ ନାମଲେଖା ସଂଖ୍ୟା

$$= \frac{605 + 710 + 745 + 835 + 910}{5} = \frac{3805}{5} = 761$$

ଉଦାହରଣ ୨୫.୩ : ଏକ ସ୍କୁଲ୍‌ରେ ନବମ ଶ୍ରେଣୀର 30 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି:

40	73	49	83	40	49	27	91	37	31
91	40	31	73	17	49	73	62	40	62
49	50	80	35	40	62	73	49	31	28

ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ଏଠାରେ, ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (n) ର ସଂଖ୍ୟା = 30

$$x_1 = 40, x_2 = 73, \ldots\ldots\ldots x_{10} = 31$$
$$x_{11} = 41, x_{12} = 40, \ldots\ldots\ldots x_{20} = 62$$
$$x_{21} = 49, x_{22} = 50, \ldots\ldots\ldots x_{30} = 28$$

ସମାଧାନ ସୂତ୍ର (I) ରୁ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ହେଉଛି

ମାଧ୍ୟମାନ $= (\bar{x}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{30} x_i}{n} = \dfrac{40+73+\ldots+28}{30} = \dfrac{1455}{30} = 48.5$

ଉଦାହରଣ ୨୫.୪ : ଉଦାହରଣ ୨୫.୧ ଦେଖ ।

ଦର୍ଶାଅ ଯେ $x_1 - \bar{x}, x_2 - \bar{x}, x_3 - \bar{x}$ ଏବଂ $x_4 - \bar{x}$ ର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 0 ।

ଯେଉଁଠି x_i ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଚାରୋଟି ବ୍ୟାଗର ଓଜନ ଏବଂ $(\bar{x})$ ହେଉଛି ସେଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ

ସମାଧାନ : $x_1 - \bar{x} = 103 - 103.5 = -0.5, x_2 - \bar{x} = 105 - 103.5 = 1.5$
$x_3 - \bar{x} = 102 - 103.5 = -1.5, x_4 - \bar{x} = 104 - 103.5 = 0.5$

ତେଣୁ $= (x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + (x_3 - \bar{x}) + (x_4 - \bar{x}) = -0.5 + 1.5 + (-1.5) + 0.5 = 0$

ଉଦାହରଣ ୨୫.୫ : ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର "କ" ବିଭାଗର 30 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ରଖିଥିବା ନମ୍ବରର ମାଧ୍ୟମାନ ହେଉଛି 48, "ଖ" ବିଭାଗର 35 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ହେଉଛି 50 । ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ମୋଟ 65 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: "କ"ବିଭାଗର 30 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର = 48

ତେଣୁ, "କ" ବିଭାଗର 30 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମୋଟ ନମ୍ବର= $30 \times 48 = 1440$

ସେହିପରି, "ଖ" ବିଭାଗର 35 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମୋଟ ନମ୍ବର = $35 \times 50 = 1750$

ଉଭୟ "କ" ଓ "ଖ" ବିଭାଗର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଲବ୍ଧ ମୋଟ ନମ୍ବର = $1440 + 1750 = 3190$

65 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ନମ୍ବରର ମାଧ୍ୟମାନ $= \dfrac{3190}{65} = 49.1$

ଉଦାହରଣ ୨୫.୬ : 6ଟି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ 40 ଥିବାର ଜଣାଥିଲା । ପରେ ଜଣାପଡ଼ିଲା ଯେ ଗୋଟିଏ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 82 କୁ ଭୁଲ୍‌ରେ 28 ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଇଥିଲା । ଠିକ୍ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: 6ଟି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ = 40

ତେଣୁ, ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ସମଷ୍ଟି = $6 \times 40 = 240$

ଯେହେତୁ ଗୋଟିଏ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 82କୁ ଭୁଲ୍‌ରେ 28 ଭାବେ ପଢ଼ାଯାଇଥିଲା, ତେଣୁ, ସମସ୍ତ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ଠିକ୍ ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି $= 240 - 28 + 82 = 294$

ତେଣୁ, ଠିକ୍ ମାଧ୍ୟମାନ ହେଉଛି : $= \frac{294}{6} = 49$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ୨୫.୧

୧. ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ $x_1, x_2 ..., x_n$ ର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ସୂତ୍ର ଲେଖ ।

୨. ପ୍ରଥମ ଦଶଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୩. ଏକ ତେଜରାତି ଦୋକାନରେ ଚିନିର 6 ଦିନର ଦୈନିକ ବିକ୍ରି ହିସାବ ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି । ଚିନିର ଦୈନିକ ବିକ୍ରିର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସୋମବାର	ମଙ୍ଗଳବାର	ବୁଧବାର	ଗୁରୁବାର	ଶୁକ୍ରବାର	ଶନିବାର
74 କି.ଗ୍ରା.	121 କି.ଗ୍ରା.	40 କି.ଗ୍ରା.	82 କି.ଗ୍ରା.	70.5 କି.ଗ୍ରା.	130କି.ଗ୍ରା.

୪. 10 ଜଣ ବାଳିକାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସେମିରେ ମପାଯାଇଥିଲା । ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ନିମ୍ନପ୍ରକାର ଥିଲା:

142, 149, 135, 150, 128, 140, 149, 152, 138, 145

ସେମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୫. ଏକ ସହରରେ 12ଟି କ୍ରମାଗତ ଦିବସର ସର୍ବାଧିକ ଦୈନିକ ତାପମାତ୍ରା(^0Cରେ) ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।

32.4	29.5	26.6	25.7	23.5	24.6
24.2	22.4	24.2	23.0	23.2	28.2

ମାଧ୍ୟମାନ ଦୈନିକ ତାପମାତ୍ରା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୬. ଉଦାହରଣ ୨୫.୨ ଦେଖ । ଯାଞ୍ଚ କରିନିଅ ଯେ ସେଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $(\bar{x})$ ରୁ, x_i ର ବିଚ୍ୟୁତିଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 0 ।

୭. 9ଟି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ 35 ବୋଲି ଜଣାପଡ଼ିଥିଲା । ପରେ, ଜଣା ପଡ଼ିଲା ଯେ ଏକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ 81 ପରିବର୍ତ୍ତେ ଭୁଲ୍‌ରେ 18 ବୋଲି ପଢ଼ାଯାଇଥିଲା । ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକର ଠିକ୍ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୮. ଏକ ଶ୍ରେଣୀରେ 25 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ହେଉଛି 35 ଏବଂ 35 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ହେଉଛି 25 । ସମସ୍ତ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨୫.୧.୨ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ

ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ, ତାହା ଆମେ ଏକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେବୁଝିବା ।

20 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଲବ୍ଧ ନମ୍ବରର (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 15 ରୁ) ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12	10	5	8	15	5	2	8	10	5
10	12	12	2	5	2	8	10	5	10

ଏହି ତଥ୍ୟ ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟ ରୂପରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଆମେ ସୂତ୍ର (I) ସାହାଯ୍ୟରେ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଅର୍ଥାତ, $\frac{\sum x_i}{n}$ । କିନ୍ତୁ ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ।

ଆମେ ପ୍ରଥମେ ତଥ୍ୟର ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ତିଆରି କରି ଏବଂ ତାପରେ ସୂତ୍ରକୁ ଅନୁସରଣ କରି ମଧ୍ୟ

ଏହି ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା $= \overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ (II)

ଯେଉଁଠି f_i ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ x_i ର ବାରମ୍ବାରତା

ତଥ୍ୟର ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ହେଉଛି:

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପାଇଥିବା ନମ୍ବର (x_i)	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)
2	4
5	5
8	3
10	5
12	2
15	1
	$\Sigma f_i = 20$

ଏହି ବିତରଣର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ x_i କୁ ଏହାର ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା f_iରେ ଗୁଣନ କରି $f_i x_i$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ $f_i x_i$ ର ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ ତଳେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀରେ ସଂଯୁକ୍ତ କରିବା ।

ନମ୍ବର (x_i)	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	$f_i x_i$
2	4	$4 \times 2 = 8$
5	5	$5 \times 5 = 25$
8	3	$3 \times 8 = 24$
10	5	$5 \times 10 = 50$
12	2	$2 \times 12 = 24$
15	1	$1 \times 15 = 15$
	$\Sigma f_i = 20$	$\Sigma f_i x_i = 146$

ଟିପ୍ପଣୀ

$$\text{ମାଧ୍ୟମାନ} = = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{146}{20} = 7.3$$

ଉଦାହରଣ ୨୫.୭: ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀ କର୍ମଚାରୀମାନଙ୍କର ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)ର ପରିପ୍ରକାଶ କରେ:

ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500
କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	12	13	14	13	12	11	5

କର୍ମଚାରୀମାନଙ୍କର ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ, ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି x_i ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି f_i ଅର୍ଥାତ ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା ।

ମନେପକାଅ ଯେ ଆମେ ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା f_i ସହ x_i ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣଫଳ ଆବଶ୍ୟକ କରିଥାଉ । ତେଣୁ, ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପ୍ରକାରେ ଆମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରଖିବା ।

ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ) (x_i)	କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	$f_i x_i$
900	12	10800
1000	13	13000
1100	14	15400
1200	13	15600
1300	12	15600
1400	11	15400
1500	5	7500
	$\Sigma f_i = 80$	$\Sigma f_i x_i = 93300$

ସୂତ୍ର (II) ବ୍ୟବହାର କରି,

$$\text{ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀର ମାଧ୍ୟମାନ} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \text{ଟ.}\ \frac{93300}{80}$$

$$= \text{ଟ.}\ 1166.25$$

ଯେତେବେଳେ x_i ଓ f_i ର ସାଂଖ୍ୟିକ ମୂଲ୍ୟ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ f_i ଓ x_i ର ଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ବିରକ୍ତିକର ଓ ସମୟସାପେକ୍ଷ ହୋଇଥାଏ ।

ଆମେ ଏକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଚାହିଁଥାଉ । ଏଠାରେ, ଏକ ସ୍ଥିର ରାଶି ଗ୍ରହଣ କରିଥାଉ, ଏହାକୁ **ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ** ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ x_i ମୂଲ୍ୟରୁ ବିଯୁକ୍ତ କରିଥାଉ । ହ୍ରାସିତ ମୂଲ୍ୟ, $d_i = x_i - a$ କୁ

a ରୁ x_i ର **ବିଚ୍ୟୁତି** କୁହାଯାଏ ।

ଏହିପରି ଭାବେ, $x_i = -a + d_i$

ଓ $f_ix_i = af_i + f_id_i$

$$\sum_{i=1}^{n} f_ix_i = \sum_{i=1}^{n} af_i + \sum_{i=1}^{n} f_id_i$$ [i ରୁ n ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ i ଉପରେ ଉଭୟ ପକ୍ଷର ସମଷ୍ଟି କରିବା]

ତେଣୁ = $\bar{x} = \sum f_i + \frac{1}{N}\sum f_id_i$, ଯେଉଁଠି $\sum f_i = N$

$$\bar{x} = a + \frac{1}{N}\sum f_id_i \qquad \text{(III)}$$

[ଯେହେତୁ $\sum f_i = N$]

ମାଧ୍ୟମାନର ଏହି ହିସାବ ପ୍ରଣାଳୀ ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀଭାବେ ପରିଚିତ । ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ(a) = 120 ଭାବେ ନେବା ।

ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)(x_i)	କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	ବିଚ୍ୟୁତି $d_i = x_i - 1200$	f_id_i
900	12	– 300	– 3600
1000	13	– 200	– 2600
1100	14	– 100	– 1400
1200	13	0	0
1300	12	100	+ 1200
1400	11	200	+ 2200
1500	5	300	+ 1500
	$\Sigma f_i = 80$		$\Sigma f_i d_i = -2700$

ସୂତ୍ର (III) ବ୍ୟବହାର କରି,

$$= a + \frac{1}{\text{N}}\sum f_id_i$$

$$= 1200 + \frac{1}{80}(-2700)$$

$$= 1200 - 33.75 = 1166.25$$

ତେଣୁ, ସାପ୍ତାହିକ ମଜୁରୀର ମାଧ୍ୟମାନ ଟ. 1166.25

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ମାଧ୍ୟମାନ ସେହି ଏକା ଯେଉଁଠି ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ ବା ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଦ୍ୱାରା ହିସାବ କରାଯାଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୮ : ଯଦି ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ 20.2 ହୁଏ, ତାହେଲେ kର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି:

x_i	10	15	20	25	30
f_i	6	8	20	k	6

$$= \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{60+120+400+25k+180}{40+k}$$

$$= \frac{760+25k}{40+k}$$

ତେଣୁ, $\frac{760+25k}{40+k} = 20.2$ (ଦିଆଯାଇଛି)

ବା $760 + 25k = 20.2(40 + k)$

ବା $7600 + 250k = 8080 + 202k)$

ବା $k = 10$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ୨୫.୨

୧. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବିତରଣର ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନମ୍ବର	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ବାରମ୍ବାରତା	1	3	5	9	14	18	16	9	3	2

୨. ନିମ୍ନପ୍ରଦତ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିତରଣର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର

(କ)

x	6	10	15	18	22	27	30
f	12	36	54	72	62	42	22

(ଖ)

x	5	5.4	6.2	7.2	7.6	8.4	9.4
f	3	14	28	23	8	3	1

୩. ଏକ କାରଖାନାରେ 70 ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କର ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ) ଦିଆଯାଇଛି । ଜଣେ ଶ୍ରମିକଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ଓଜନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	ଶ୍ରମିକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା
60	10
61	8
62	14
63	16
64	15
65	7

ଟିପ୍ପଣୀ

୪. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ଯଦି 17.45, p ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

x	15	16	17	18	19	20
f	3	8	10	p	5	4

୨୫.୧.୩ ବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବର୍ଗୀକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣର ଅନୁଧ୍ୟାନ କର:

ଦୈନିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)	ଶ୍ରମିକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା
150-160	5
160-170	8
170-180	15
180-190	10
190-200	2

ଆମେ ଏହି ସାରଣୀରୁ ଯାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ତାହା ହେଉଛି ଯେ 5 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ 150 ଟଙ୍କାରୁ 160 ଟଙ୍କା (160 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହେଁ) ରୋଜଗାର କରନ୍ତି । ଏହି 5 ଜଣ ଶ୍ରମିକଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର ବାସ୍ତବ ରୋଜଗାର କେତେ ତାହା ଆମେ ଜାଣିନାହୁଁ ।

ତେଣୁ, ଆନୁମାନିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଅନୁମାନ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିପାରିବା:

ବର୍ତ୍ତମାନ, ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ 5 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ ରୋଜଗାର କରୁଛନ୍ତି ଟ. $\frac{150+160}{2}=$ ପ୍ରତ୍ୟେକ 155 ଟଙ୍କା, 8 ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ ରୋଜଗାର କରୁଛନ୍ତି ଟ.$\frac{160+170}{2}=$ ଟ.165, 15 ଜଣ ଶ୍ରମିକ ଦୈନିକ ରୋଜଗାର କରନ୍ତି ଟ.$\frac{170+180}{2}=$ ଟ.175 ଓ ଏହିପରିଭାବେ । ଏବେ ଆମେ ସୂତ୍ର (II) ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ଦୈନିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)	ଶ୍ରମିକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା (x_i)	$f_i x_i$
150 - 160	5	155	775
160 - 170	8	165	1320
170 - 180	15	175	2625
180 - 190	10	185	850
190 - 200	2	195	390
	$\Sigma f_i = 40$		$\Sigma f_i x_i = 6960$

ମାଧ୍ୟମାନ= $= \dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{6960}{40} = 174$

ତେଣୁ, ଦୈନିକ ରୋଜଗାରର ମାଧ୍ୟମାନ = ଟ.174 । ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ଗଣନାର ଏହି ପ୍ରଣାଳୀକୁ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ସୂତ୍ର III, ଅର୍ଥାତ୍ ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା:

ଏଠାରେ ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ a= 175 ନିଆଯାଉ

ଦୈନିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)	ଶ୍ରମିକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା (x_i)	ବିଚ୍ୟୁତି $d_i = x_i - 175$	$f_i d_i$
150 - 160	5	155	– 20	– 100
160 - 170	8	165	– 10	– 80
170 - 180	15	175	0	0
180 - 190	10	185	+ 10	100
190 - 200	2	195	+ 20	40
	$\Sigma f_i = 40$			$\Sigma f_i d_i = -40$

ତେଣୁ ସୂତ୍ର (III) ବ୍ୟବହାର କରି,

ମାଧ୍ୟମାନ $a + \dfrac{1}{N}\sum f_i d_i$

$= 175 + \dfrac{1}{40}(-40)$

$= 175 - 1 = 174$

ଏହିପରିଭାବେ, ଦୈନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ମଜୁରୀ = ଟ 174

ଉଦାହରଣ ୨୫.୯: (i) ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ, ଏବଂ (ii) ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା
20 - 40	9
40 - 60	11
60 - 80	14
80 - 100	6
100 - 120	8
120 - 140	15
140 - 160	12
ମୋଟ	**75**

ସମାଧାନ: (i) ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f_i)	ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା (x_i)	$f_i x_i$
20 - 40	9	30	270
40 - 60	11	50	550
60 - 80	14	70	980
80 - 100	6	90	540
100 - 120	8	110	880
120 - 140	15	130	1950
140 - 160	12	150	1800
	$\Sigma f_i = 75$		$\Sigma f_i x_i = 6970$

ତେଣୁ, ମାଧ୍ୟମାନ= $\dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \dfrac{6970}{75} = 92.93$

(ii) ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ

ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ a = 90 ନିଆଯାଉ ।

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f_i)	ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା (x_i)	ବିଚ୍ୟୁତି $d_i = x_i - 90$	$f_i d_i$
20 - 40	9	30	–60	–540
40 - 60	11	50	–40	–440
60 - 80	14	70	–20	–280
80 - 100	6	90	0	0
100 - 120	8	110	+20	160
120 - 140	15	130	+40	600
140 - 160	12	150	+60	720
	$N = \Sigma f_i = 75$			$\Sigma f_i d_i = 220$

ମାଧ୍ୟମାନ $= a + \dfrac{1}{N}\sum f_i d_i = 90 + \dfrac{220}{75} = 92.93$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ମାଧ୍ୟମାନ ସମାନ ହେବ ।

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ, ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ସ୍ତମ୍ଭ 4 ରେ ଥିବା ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକ 20ର ଗୁଣିତକ । ଅତଏବ, ଯଦି ଆମେ ଏହି ମୂଲ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ 20ରେ ବିଭାଜିତ କରୁ, ଆମେ f_iରେ ଗୁଣନ ଲାଗି ଛୋଟ ଛୋଟ ନମ୍ବର ପାଇବା । ମନେରଖ ଯେ 20 ହେଉଛି ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ।

ଅତଏବ, $u_i = \dfrac{x_i - a}{h}$, ଯେଉଁଠି a ହେଉଛି ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ଓ h ହେଉଛି ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ।

ଏବେ ଆମେ ଏହିପରିଭାବେ u_i ଏବଂ ତାପରେ $u_i f_i$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଓ ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ମାଧ୍ୟମାନ = $\bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i U_i}{\sum f_i} \right) \times h$ (IV)

ଉଦାହରଣ ୨୫.୯ ରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଏଠାରେ, a = 90 ଏବଂ h = 20

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f_i)	ସଂଭାଗ	ବିଚ୍ୟୁତି	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
20 - 40	9	30	–60	–3	–27
40 - 60	11	50	–40	–2	–22
60 - 80	14	70	–20	–1	–14
80 - 100	6	90	0	0	0
100 - 120	8	110	+20	1	8
120 - 140	15	130	+40	2	30
140 - 160	12	150	+60	3	36
	$\Sigma f_i = 75$				$\Sigma f_i u_i = 11$

ସୂତ୍ର (IV) ବ୍ୟବହାର କରି;

ମାଧ୍ୟମାନ $\bar{x} = a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \times h = 90 + \frac{11}{75} \times 20$

$$= 90 + \frac{220}{75} = 92.93$$

ସୂତ୍ର (IV) ବ୍ୟବହାର କରି ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟକୁ **ସୋପାନ - ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ** କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ, ଆନୁମାନିକ ପ୍ରଣାଳୀ ବା ସୋପାନ-ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀରେ ମାଧ୍ୟମାନ ଏକା ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ: ୨୫.୧୦: ସୋପାନ - ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ବିତରଣରୁ ଦୈନିକ ମଜୁରୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଦୈନିକ ମଜୁରୀ	150-160	160-70	170-180	180-190	190-200
ଶ୍ରମିକମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	5	8	15	10	2

ସମାଧାନ: ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିସାରିଛୁ । ଏବେ ସୋପାନ-ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ସାହାଯ୍ୟରେ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ମନେକର, a = 175 । ଏଠାରେ h=10

ଦୈନିକ ମଜୁରୀ (ଟଙ୍କାରେ)	ଶ୍ରମିକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f_i)	ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା (x_i)	ବିଚ୍ୟୁତି $d_i = x_i - 90$	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
150-160	5	155	-20	-2	-10
160-170	8	165	-10	-1	-8
170-180	15	175	0	0	0
180-190	10	185	10	1	10
190-200	2	195	20	2	4
	$\Sigma f_i = 40$				$\Sigma f_i u_i = -4$

ସୂତ୍ର (IV)କୁ ବ୍ୟବହାର କରି,

ମାଧ୍ୟମାନ ଦୈନିକ ମଜୁରୀ $= a + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) \times h = 175 + \frac{-4}{40} \times 10 =$ ଟ ୧୭୪

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ: ଏଠାରେ ପୁଣି ମନେ ରଖ ଯେ; ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ ଆନୁମାନିକ ପ୍ରଣାଳୀ ବା ସୋପାନ ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ଯାହା ବ୍ୟବହାର କରି ହିସାବ କଲେ ବି ମାଧ୍ୟମାନ ସମାନ ରହିଥାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ୨୫.୩

୧. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସାରଣୀ ଏକ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ 100 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ହାସଲ କରିଥିବା ନମ୍ବର ଦର୍ଶାଏ ।

ନମ୍ବର	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	12	15	25	25	17	6

ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସାରଣୀଟି ହେଉଛି ବାକ୍ସ ଗୁଡିକରେ ରଖାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ବଗୁଡ଼ିକର ବିତରଣ ।

ବଲ୍‌ବ ସଂଖ୍ୟା	50 - 52	52 - 54	54 - 56	56 - 58	58 - 60
ବାକ୍ସ ସଂଖ୍ୟା	15	100	126	105	30

ବାକ୍ସ ଭିତରେ ରଖାଯାଇଥିବା ବଲ୍‌ବଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ତୁମେ କେଉଁ ପ୍ରଣାଳୀଟିକୁ ବାଛିଥିଲ ?

୩. ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବର୍ଷ ପାଇଁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସହରରେ ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ ଉପରେ ହୋଇଥିବା ସାପ୍ତାହିକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କ	140 - 150	150 - 160	160 - 170	170 - 180	180 - 190	190 - 200
ସପ୍ତାହ ସଂଖ୍ୟା	5	8	20	9	6	4

ସୋପାନ ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଜୀବନ ଧାରଣ ମୂଲ୍ୟ ସୂଚକାଙ୍କର ସାପ୍ତାହିକ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୪. (କ) ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଣାଳୀ ଓ (ଖ) ସୋପାନ ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ	150 - 200	200 - 250	250 - 300	300 - 350	350 - 400
ବାରମ୍ବାରତା	48	32	35	20	10

୨୫.୨ ମଧ୍ୟମା

ଗୋଟିଏ ଅଫିସରେ 5ଜଣ କର୍ମଚାରୀ ଅଛନ୍ତି : ଜଣେ ସୁପରଭାଇଜର ଓ 4 ଜଣ କର୍ମଚାରୀ । କର୍ମଚାରୀମାନେ ମାସକୁ ଦରମା ଟ 5000, ଟ 6500, ଟ 7,500 ଓ ଟ 8000 ପାଉଥିବା ବେଳେ ସୁରପଭାଇଜ ମାସକୁ ଦରମା ଟ 20000 ପାଆନ୍ତି ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମାଧ୍ୟମାନ (ଦରମା) = ଟ. $\frac{5000+6500+7500+8000+20000}{5}$

=ଟ. $\frac{47000}{5}$= ଟ. 9400

ମନେରଖ ଯେ 5 ଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ 4 ଜଣଙ୍କ କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ଦରମା ଟ 9400 ରୁ ଯଥେଷ୍ଟ କମ୍ । ମାଧ୍ୟମାନ ଦରମା ଟ. 9400 କୌଣସି ଜଣେ କର୍ମଚାରୀଙ୍କ ଦରମାର ଏକ ପାଖାପାଖି ମୂଲ୍ୟ ମଧ ଦେଉନାହିଁ ।

ଏହା ମାଧ୍ୟମାନର ଏକ ଦୁର୍ବଳତା । ଏହା ତଥ୍ୟରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବା ସର୍ବନିମ୍ନମାନଗୁଡ଼ିକ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ ହୋଇଥାଏ । ମଧ୍ୟମାନର ଏହି ଦୁର୍ବଳତା ଆମକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ହାରାହାରିର ସାହାଯ୍ୟ ନେବାକୁ ବାଧ୍ୟ କରାଏ ଯାହା କେବେବି ସର୍ବୋଚ୍ଚ ବା ସର୍ବନିମ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ ହୋଇନଥାଏ । ମାଧ୍ୟମା ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ସେହିଭଳି ଏକ ପରିମାପ ।

ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଏକ ପରିମାପ, ଯାହା ତଥ୍ୟରେ ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାନ ପ୍ରଦାନ କରେ; ଯେତେବେଳେ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ କିମ୍ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଡ଼ି ରଖାଯାଇଥାଏ ।

୨୫.୨.୧ ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା

ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମା ନିମ୍ନଭାବରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଥାଏ ।

(କ) ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ କିମ୍ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖ ।

(ଖ) ଯେଉଁଠି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡ଼ିକର (n) ସଂଖ୍ୟା **ଅଯୁଗ୍ମ** ହୁଏ, ସେଠାରେ ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାନ ।

(ଗ) ଯେଉଁଠି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (n) ଗୁଡିକର ସଂଖ୍ୟା **ଯୁଗ୍ମ** ହୋଇଥାଏ, ସେଠାରେ ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\left(\frac{n}{2}\right)$ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ ।

କେତେକ ଉଦାହରଣ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହାକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୧ : 15 ଟି କୁକୁରଙ୍କ ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ) ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି

9, 26, 10, 22, 36, 13, 20, 20, 10, 21, 25, 16, 12, 14, 19

ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମା ଓଜନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ତଥ୍ୟଗୁଡିକୁ **ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ କିମ୍ବା ଅଧଃକ୍ରମ** ରେ ସଜାଇ ରଖ ।

9, 10, 10, 12, 13, 14, 16, (19), 20, 20, 21, 22, 25, 36

↑ **ମଧ୍ୟମା**

ଏଠାରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା = 15

ତେଣୁ ମଧ୍ୟମା ହେବ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଅର୍ଥାତ $\left(\frac{15+1}{2}\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ଅର୍ଥାତ୍ ୮ମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ । ତାହା ହେଉଛି 19 କି.ଗ୍ରା ।

ଟିପ୍ପଣୀ : ମଧ୍ୟମା ଓଜନ 19 କି.ଗ୍ରା ଏହି ସୂଚନା ଦିଏ ଯେ 50% କୁକୁରଙ୍କର ଓଜନ 19 କି.ଗ୍ରାରୁ କମ୍ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ 50% କୁକୁରଙ୍କ ଓଜନ 19 କି.ଗ୍ରାରୁ ଅଧିକ ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୨ : ଏକ ମ୍ୟାଚ୍ ସିରିଜରେ ଏକ ବାସ୍କେଟ ବଲ୍ ଦଳ ଦ୍ୱାରା ଲବ୍‌ଧ ପଏଣ୍ଟଗୁଡିକ ତଳେ ଦିଆଯାଇଛି ।

16, 1, 6, 26, 14, 4, 13, 8, 9, 23, 47, 9, 7, 8, 17, 28

ତଥ୍ୟଗୁଡିକର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା = 16

ଅତଏବ, ତଥ୍ୟଗୁଡିକ ଯେତେବେଳେ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ (ବା ଅଧଃକ୍ରମ)ରେ ସଜାଇ ରଖାଯିବ, ମଧ୍ୟମା $\left(\frac{16}{2}\right)$ ତମ ଓ $\left(\frac{16}{2}+1\right)$ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ ହେବ । ଅର୍ଥାତ ୮ମ ଓ ୨ମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ ।

1, 4, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 13, 14, 16, 17, 23, 26, 28, 47

↑ ↑ 8ମ ଓ 9ମ

ଅତଏବ, ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $= \frac{9+13}{2} = 11$

ଟିପ୍ପଣୀ : ଏଠାରେ ପୁଣି ମାଧ୍ୟମା 11 ଏହି ସୂଚନା ହେଉଛି ଯେ 50% ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣଗୁଡିକର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି 11ରୁ କମ୍ ଏବଂ ଅବଶିଷ୍ଟ 50% ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମୂଲ୍ୟ 11ରୁ ଅଧିକ ।

୨୫.୨.୨ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା

ଆମେ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୩ : ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର, ଯାହା ଏକ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ 35 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ (ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା 15 ରୁ) ରଖିଥିବା ନମ୍ବର ଦର୍ଶାଉଛି ।

ଲବ୍ଧ ନମ୍ବର	3	5	6	11	15	14	13	7	12	10
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	4	6	5	7	1	3	2	3	3	1

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମେ ନମ୍ବରଗୁଡିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖ ଏବଂ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କର ।

ଲବ୍ଧ ନମ୍ବର	3	5	6	7	10	11	12	13	14	15
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (ବାରମ୍ବାରତା)	4	6	5	3	1	7	3	2	3	1

ଏଠାରେ $(n = 35)$ ଯାହା ଅଯୁଗ୍ମ । ଅତଏବ, ମଧ୍ୟମା ହେବ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ତମ ଅର୍ଥାତ $\left(\frac{35+1}{2}\right)$ ତମ ଅର୍ଥାତ୍ 18ଦଶ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ।

18 ଦଶ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ନିମନ୍ତେ, ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରେ ସଂଚୟୀ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା :

ଲବ୍ଧ ନମ୍ବର	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	ସଂଚୟୀ ବାରମ୍ବାରତା
3	4	4
5	6	10
6	5	15
7	3	18
10	1	19
11	7	26
12	3	29
13	2	31
14	3	34
15	1	35

ଉପର ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛେ ଯେ 18 ଦଶ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେଉଛି 7 । ଅତଏବ,

ମଧ୍ୟମା = 7

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୪ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	40	41	42	43	44	45	46	48
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	2	5	7	8	13	26	6	3

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $n = 2 + 5 + 7 + 8 + 13 + 26 + 6 + 3 = 70$, ଯାହା ଯୁଗ୍ମ, ଏବଂ ଓଜନକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇ ସାରିଛି । ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକର ସଂଚୟୀ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବା :

ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା.ରେ)	ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (ବାରମ୍ବାରତା)	ସଂଚୟୀ ବାରମ୍ବାରତା	
40	2	2	
41	5	7	
42	7	14	
43	8	22	
44	13	35	35th observation
45	26	61	36th observation
46	6	67	
48	3	70	

ଯେହେତୁ, n ଯୁଗ୍ମ, ଅତଏବ ମଧ୍ୟମା $\left(\frac{n}{2}\right)$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ, ଅର୍ଥାତ 35ତମ ଓ 36ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ ହେବ । ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ

35ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେଉଛି 44

ଓ 36ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ହେଉଛି 45 ।

ଅତଏବ,

$$\text{ମଧ୍ୟମା} = \frac{44+45}{2} = 44.5$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ୨୫.୪

୧. 11ଟି ମ୍ୟାଚ୍ ବିଶିଷ୍ଟ ସିରିଜ୍‌ରେ ଏକ ଦଳ ଦେଇଥିବା ଗୋଲ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି

1, 0, 3, 2, 4, 5, 2, 4, 4, 2, 3

ମଧ୍ୟମା ଗୋଲ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨. ଏକ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ 12 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ନମ୍ବର (100ରୁ) ହାସଲ କରିଥିଲେ ।

46, 52, 48, 39, 41, 62, 55, 53, 96, 39, 45, 99

ଏହି ତଥ୍ୟ ପାଇଁ ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୩. ଏକ ପଶାକାଠି 100 ଥର ଫୋପଡା ଯାଇଛି ଏବଂ ଏହାର ଫଳାଫଳ ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି :

ଫଳାଫଳ	1	2	3	4	5	6
ବାରମ୍ବାରତା	17	15	16	18	16	18

ବିତରଣଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୪. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ନିମନ୍ତେ, ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ)

x_i	2	3	4	5	6	7
f_i	4	9	16	14	11	6

(ଖ)

x_i	5	10	15	20	25	30	35	40
f_i	3	7	12	20	28	31	28	26

(ଗ)

x_i	2.3	3	5.1	5.8	7.4	6.7	4.3
f_i	5	8	14	21	13	5	7

୨୫.୩ ଗରିଷ୍ଠକ

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ :

ଏକ କଂପାନୀ ବିଭିନ୍ନ ମାପର ରେଡିମେଡ ସାର୍ଟ ତିଆରି କରେ । କଂପାନୀ ଏହାର ଏକ ସପ୍ତାହର ବିକ୍ରି କାରବାର ଲିପିବଦ୍ଧ କରି ରଖିଥିଲା ଯାହା ନିମ୍ନରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି :

ମାପ (ସେମିରେ)	90	95	100	105	110	115
ସାର୍ଟ ସଂଖ୍ୟା	50	125	190	385	270	28

ସାରଣୀରୁ , ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ 105 ସେମି ମାପର ସାର୍ଟ ବିକ୍ରି ସର୍ବାଧିକ । ଅତଏବ, କଂପାନୀ ଏହି ମାପର ସାର୍ଟ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଉତ୍ପାଦନ କରିଚାଲିବ । ଏଠାରେ 105 ହେଉଛି ତଥ୍ୟର **ଗରିଷ୍ଠକ** ।

ଗରିଷ୍ଠକ ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିମାପ ।

ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ବହୁବାର ଆସୁଥିବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ଭାଷାରେ ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ଥିବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ କୁହାଯାଏ । ରେଡିମେଡ ପୋଷାକ ଓ ଚପଲ ଶିଳ୍ପ ସଂସ୍ଥାମାନେ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଏହି ପରିମାପ ବ୍ୟବହାର କରନ୍ତି । ଚାହିଦା, ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ଉପରେ ଆଧାରିତ । ଏଭଳି ଶିଳ୍ପ ସଂସ୍ଥାମାନେ ବଜାର ଚାହିଦା ମେଣ୍ଟାଇବା ଲାଗି କେଉଁ ମାପର ଉତ୍ପାଦକୁ ସବୁଠୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଉତ୍ପାଦନ କରିବେ , ତାହା ସ୍ଥିର କରିବେ ।

୨୫.୩.୧ ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ

ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଖାଲି ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଦେଖି ଗରିଷ୍ଠକ ଧରିନେବା ଖୁବ୍ ସହଜ । ତଳ ଉଦାହରଣଟି ବିଚାର କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୫ : 12 ଟି ମ୍ୟାଚରେ ଗୋଟିଏ ଦଳ ଦେଇଥିବା ଗୋଲ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି :

1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 4, 5, 3, 3, 4

ଗରିଷ୍ଠକ ଗୋଲଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ : କେବଳ ତଥ୍ୟଗୁଡିକ ଦେଖି ଆମେ 2ର ବାରମ୍ବାରତା 4 ବୋଲି ଜାଣିବାକୁ ପାଉ ଏବଂ ଏହା ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗୋଲର ବାରମ୍ବାରତାଠାରୁ ଅଧିକ ।

ଅତଏବ, ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ ହେଉଛି 2 ବା ଗରିଷ୍ଠକ ଗୋଲ ହେଉଛି 2 ।

ଉଦାହରଣ : ୨୫.୧୬ ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9, 6, 8, 9, 10, 7, 12, 15, 22, 15

ଆମେ ଦେଖୁଛୁ ଯେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 9 ଓ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 15 ର ସମାନ ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା 2 ରହିଛି । ଅତଏବ, ଦୁଇଟି ଯାକ ହିଁ ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ ।

ଟିପ୍ପଣୀ :

୧. ଏହି ପାଠରେ, ଆମେ କେବଳ ଏକ ଗରିଷ୍ଠକ ଥିବା ତଥ୍ୟ ନେବା ।

୨. ତଥ୍ୟରେ, ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ସମାନ ବାରମ୍ବାରତା ରହିଥାଏ, ତାହେଲେ ଆମେ କହୁଯେ ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ।

୨୫.୩.୨ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ

ଉଦାହରଣ ଜରିଆରେ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଉଦାହରଣ ୨୫.୧୭ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

ଓଜନ (କି.ଗ୍ରା)	40	41	42	43	44	45	46	47
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା	2	6	8	9	10	22	13	5

ସମାଧାନ : ସାରଣୀରୁ ଆମେ ଦେଖୁ ଯେ, ଓଜନ 45 କି.ଗ୍ରାର ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ହେଉଛି 22 । ଯାହାର ଅର୍ଥ ହେଉଛି; ସର୍ବାଧିକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ଓଜନ 45 କି.ଗ୍ରା. । ଅତଏବ ଗରିଷ୍ଠକ ହେଉଛି 45 କି.ଗ୍ରା. ବା ଗରିଷ୍ଠକ ଓଜନ ହେଉଛି 45 କି.ଗ୍ରା. ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା ୨୫.୫

୧. ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

5, 10, 3, 7, 2, 9, 6, 2, 11, 2

୨. 15 ଟି ପରିବାର ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିବାରର ଟିଭି ସେଟ୍ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି :

2, 2, 4, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 3, 0

ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ କେତେ ?

୩. ଗୋଟିଏ ପଶାକାଠିକୁ 100 ଥର ପକାଯାଇଛି, ଯାହାର ଫଳ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି

ଫଳାଫଳ	1	2	3	4	5	6
ବାରମ୍ବାରତା	15	16	16	15	18	20

ଏହି ବିତରଣରୁ ଗରିଷ୍ଠକ ଫଳାଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୪ . ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟ ହେଉଛି ଏକ ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାରେ ୫୦ ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର (10ରୁ)

ଲବ୍ଧ ନମ୍ବର	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସଂଖ୍ୟା	5	2	3	5	9	11	15	16	9	3	2

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

- ମାଧ୍ୟମାନ, ମଧ୍ୟମା ଓ ଗରିଷ୍ଠକ ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମାପ ।

- ଏକ ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟର ମାଧ୍ୟମାନ (ଗାଣିତିକ ହାରାହାରି) = $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

  ଯେଉଁଠି $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_n$ ହେଉଛି n ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ।

- ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \dfrac{\sum f_i x_i}{N}$

  ଯେଉଁଠି f_i ହେଉଛି i ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ x_i ର ବାରମ୍ବାରତା ।

- ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ମଧ୍ୟ ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ $= \bar{x} = a + \dfrac{1}{N}\sum f_i d_i$

  ଯେଉଁଠି $d_i = x_i - a, a$ ହେଉଛି ଆନୁମାନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ।

ବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ

(କ) ବର୍ଗୀକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଅନୁମାନ ବ୍ୟବହାର କରୁ: ଯେକୌଣସି ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତାକୁ ଏହାର ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ବା ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁରେ କେନ୍ଦ୍ରିତ କରାଯାଇଥାଏ ।

(ଖ) **ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଣାଳୀ**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

ଯେଉଁଠି x_i , ହେଉଛି ସଂଭାଗ ସଂଖ୍ୟା ଓ f_i ହେଉଛି x_i ର ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା ।

(ଗ) **ଆନୁମାନିକ ମାଧମାନ ପ୍ରଣାଳୀ**

$$\bar{x} = a + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{N}$$

ଯେଉଁଠି a ହେଉଛି ଆନୁମାନିକ ମାଧମାନ ଓ $d_i = x_i - a.$

(ଘ) **ସୋପାନ ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ**

$$\bar{x} = a + \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \right) \times h$$

ଯେଉଁଠି a ହେଉଛି ଆନୁମାନିକ ମାଧମାନ, $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ ଓ h ହେଉଛି ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ।

- ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ଏକ ପରିମାପ ଯାହା ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ମାନ ।

ଅଶୋଧିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା

(କ) ଯେତେବେଳେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (n) ର ସଂଖ୍ୟା ଅଯୁଗ୍ମ, ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାନ

(ଖ) ଯେତେବେଳେ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ (n)ର ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ, ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି $\left(\frac{n}{2}\right)$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧମାନ ।

- ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ର (କ) ଓ (ଖ) କୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଅବର୍ଗୀକୃତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମାକୁ ସଂଚୟୀ ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ (ତଥ୍ୟଗୁଡ଼ିକୁ)ରେ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।
- ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ଥିବା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାନକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ କୁହାଯାଏ ।

ପାଠଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

୧. ପ୍ରଥମ 5 ଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨. ଯଦି 5, 7,9, x , 11 ଓ 12 ର ମାଧ୍ୟମାନ 9, ତାହେଲେ x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୩. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ 9 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ରଖିଥିବା ନମ୍ବର ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।
51, 36, 63, 46, 38, 43, 52, 42 ଏବଂ 43

(କ) ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ମାଧମାନ ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ଖ) ଯଦି 75 ନମ୍ବର ରଖିଥିବା ଜଣେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ଶ୍ରେଣୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଏ, ତାହେଲେ ମାଧମାନ ମାନ କେତେ ହେବ ?

୪. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ 10 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ମାଧମାନ ନମ୍ବର ହେଉଛି 70 । ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 6 ଓ 4 ଜଣିଆ ଦଳଭାବେ ନେଇ ଦୁଇଟି ଦଳରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଯଦି ପ୍ରଥମ ଦଳର ମାଧମାନ ନମ୍ବର 60 ହୁଏ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଦଳର ମାଧମାନ ନମ୍ବର କେତେ ହେବ ?

୫. ଯଦି $x_1, x_2, \dots, x_n$ ର ମାଧମାନ $\bar{x}$ ହୁଏ ଦର୍ଶାଅ ଯେ $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$

୬. 50 ଟି ସଂଖ୍ୟା ଅଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ 53 ରୁ ବିୟୋଗ କରାଯାଇଛି ଏବଂ ବିୟୋଗ କଲାପରେ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ମାଧମାନ ହେଉଛି - 3.5 । ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୭. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)

x_i	5	9	13	17	22	25
f_i	3	5	12	8	7	5

(ଖ)

x_i	16	18	28	22	24	26
f_i	1	3	5	7	5	4

୮. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)

ସଂଭାଗ	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
ବାରମ୍ବାରତା	2	3	5	7	5	3

(ଖ)

ସଂଭାଗ	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700
ବାରମ୍ବାରତା	3	5	8	6	5	3

(ଗ) 50 ଜଣ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କ ବୟସ (ମାସରେ) ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି । ମାଧମାନ ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ବୟସ	156-158	158-160	160-162	162-164	164-166	166-168
ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସଂଖ୍ୟା	2	4	8	16	14	6

୯. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) 5, 12, 16, 18, 20, 25, 10

(ଖ) 6, 12, 9, 10, 16, 28, 25, 13, 15, 17

(ଗ) 15, 13, 8, 22, 29, 12, 14, 17, 6

୧୦. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖାଯାଇଛି ଏବଂ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ହେଉଛି 60 । x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

26, 29, 42, 53, x, x +2, 70, 75, 82, 93

୧୧. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(କ)

x_i	25	30	35	45	50	55	65	70	85
f_i	5	14	12	21	11	13	14	7	3

(ଖ)

x_i	35	36	37	38	39	40	41	42
f_i	2	3	5	4	7	6	4	2

୧୨. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

(କ) 8, 5, 2, 5, 3, 5, 3, 1

(ଖ) 19, 18, 17, 16, 17, 15, 14, 15, 17, 9

୧୩. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହା ଯଦୃଚ୍ଛା ଭାବେ ମନୋନୀତ ୫0ଟି ବଲ୍‌ବର ଆୟୁଷ (ଘଣ୍ଟାରେ) ସୂଚନା ଦିଏ ।

ଆୟୁଷ (ଘଣ୍ଟାରେ)	300	500	700	900	1100
ବଲ୍‌ବ ସଂଖ୍ୟା	10	12	20	27	11

୧୪. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ 7 ହୋଇଥିଲେ, p ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

x_i	4	p	6	7	9	11
f_i	2	4	6	10	6	2

୧୫. ମନୋନୀତ ଲୋକମାନଙ୍କର ଏକ ଦଳ ପାଇଁ, ଏକ ବୀମା କଂପାନୀ ନିମ୍ନଲିଖିତ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଲିପିବଦ୍ଧ କରିଥିଲା ।

ବୟସ (ବର୍ଷରେ)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା	2	12	55	95	71	42	16	7

ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୧୬. ଯଦି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ $x+1, x+4, x+5, x+8$ ଏବଂ $x+11$ ର ମାଧ୍ୟମାନ 10 ହୁଏ, ତେବେ ଶେଷ ତିନୋଟି ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣର ମାଧ୍ୟମାନ ହେଉଛି

(କ) 12.5 (ଖ) 12.2 (ଗ) 13.5 (ଘ) 14.2

୧୭. ଯଦି ତଥ୍ୟରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ 2 ବଢ଼େ, ତାହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ :
(କ) ସମାନ ରହିବ
(ଖ) ମୂଳ ମାଧ୍ୟମାନର ଦୁଇଗୁଣ ହେବ
(ଗ) ମୂଳ ମାଧ୍ୟମାନ 2 କମିବ (ଘ) ମୂଳ ମାଧ୍ୟମାନ 2 ବଢ଼ିବ

୧୮. ତଥ୍ୟ : 15, 14, 19, 20, 14, 15, 14, 18, 14, 15, 17, 14, 18 ର ଗରିଷ୍ଠକ ହେଉଛି
(କ) 20 (ଖ) 18 (ଗ) 15 (ଘ) 14

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

୨୫.୧

୧. $\sum_{i=1}^{n} x_i / n$ ୨. 5.5 ୩. 86.33 କି.ଗ୍ରା

୪. 142.8 ସେ.ମି ୫. 25.68^0C ୬. 42 ୮. 29.17

୨୫. ୨

୧. 5.84 ୨. (କ) 18.99 (ଖ) 6.57

୩. 11.68 ୪. 10

୨୫. ୩

୧. 28.80 ୨. 55.19 ୩. 167.9 ୪. 244.66

୨୫. ୪

୧. 3 ୨. 50 ୩. 4 ୪ (କ) 4 (ଖ) 30 (ଗ) 5.8

୨୫. ୫

୧. 2 ୨. 1 ୩. 6 ୪. 7

ପାଠଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

୧. 5.6	୨. 10	୩(କ) 46	(ଖ) 48.9
୪. 85	୬. 56.5	୭(କ) 15.775	(ଖ) 21.75
୮.(କ) 42.6	(ଖ) 396.67	(ଗ) 163 (ଆନୁମାନିକ)ମାସ	
୯.(କ) 16	(ଖ) 14	(ଗ) 14	
୧୦. 59	୧୧.(କ) 45	(ଖ) ୨୪	12.(କ)5 (ଖ) 17
୧୩. 900	୧୪. 5	୧୫. 39.86 ବର୍ଷ	୧୬.(କ)
୧୭. (ଘ)	୧୮. (ଘ)		