୨୧

ଘନ ପଦାର୍ଥମାନଙ୍କର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ

ତୁମେ ପୂର୍ବ ମଡ୍ୟୁଲରେ କେବଳ କିଛି ସାମତଳିକ ଚିତ୍ର ଯଥା :- ଆୟତଚିତ୍ର, ବର୍ଗଚିତ୍ର, ତ୍ରିଭୁଜ, ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍, ବୃତ୍ତ, ବୃତ୍ତକଳା ଆଦି ମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ବିଷୟରେ ଶିଖିଛ । ଏଗୁଡ଼ିକ ସାମତଳିକ ଚିତ୍ର କାରଣ ଏଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି । କିନ୍ତୁ ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଯେଉଁସବୁ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଛେ ସେଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି ନାହିଁ । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେତେକ ହେଲେ- ଇଟା, ବଲ୍, ଆଇସ୍କ୍ରିମ୍, ଡ୍ରମ୍ ଇତ୍ୟାଦି । ଏଗୁଡ଼ିକୁ ଘନବସ୍ତୁ ବା ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଚିତ୍ର ଏହିସବୁ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକୁ ଦର୍ଶାନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ତ୍ରିମାତ୍ରିକ ବା ଘନବସ୍ତୁର ଚିତ୍ର କୁହାଯାଏ । କେତେକ ସାଧାରଣ ଘନବସ୍ତୁ ହେଲା- ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍ ଓ ଗୋଲକ ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ମଡ୍ୟୁଲରେ ଆମେ ଏହି ସବୁ ଘନବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ବିଷୟରେ ପଢ଼ିବା ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ବିଷୟଟି ପଢ଼ିସାରିଲା ପରେ, ତୁମେ

- ଘନବସ୍ତୁର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନର କ'ଣ ବୁଝାଇ ପାରିବ ।
- କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ କେଉଁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆୟତନ (ବା ଘନଫଳ) ଆବଶ୍ୟକ ତାହା ଜାଣିପାରିବ ।
- ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍, ଗୋଲକ ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସେମାନଙ୍କର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।
- ଆୟତଘନ, ସମଘନ, ସିଲିଣ୍ଡର, କୋନ୍, ଗୋଲକ ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ ଘନଫଳ ସେମାନଙ୍କର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।
- ତୁମ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହି ପୃଷ୍ଠତଳ ବା ଆୟତନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିପାରିବ ।

ଆବଶ୍ୟକ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ସାମତଳିକ ସରଳରୈଖିକ ଚିତ୍ରମାନଙ୍କର ପରିସୀମା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।
- ବୃତ୍ତର ପରିଧି ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

- ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଚାରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।
- ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ବା ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ।

21.1 ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ (ବା ଘନଫଳ)

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର 21.1ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଦେଖ ।

ଚିତ୍ର 21.01

ଜ୍ୟାମିତିରେ ଏହି ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ଦର୍ଶାଉଥିବା ଆକୃତି ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ।

ବସ୍ତୁ	**ଘନ ଆକୃତି**
ଇଟା, ଆଲ୍‌ମିରା	ଆୟତଘନ
(ଲୁଡୁଗୋଟି) ଡାଇ, ଚା ପ୍ୟାକେଟ୍	ସମଘନ
ଡ୍ରମ୍, ପାଉଡର ଡବା	ସିଲିଣ୍ଡର
ଜୋକରର କ୍ୟାପ୍, ଆଇସ୍‌କ୍ରିମ୍ କୋନ୍	କୋନ୍
ଫୁଟ୍‌ବଲ୍, କ୍ରିକେଟ୍ ବଲ୍	ଗୋଲକ
ବାଉଲ୍	ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ

ତୁମେ ମନେପକାଅ ଯେ ଆୟତଚିତ୍ର ଏକ ଚିତ୍ର ଯାହା ତାହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଅଟେ । ଆଉ ମଧ୍ୟ ତୁମେ ମନେପକାଅ ଯେ ଏହାର ବାହୁମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟିକୁ ପରିସୀମା କୁହାଯାଏ ଓ ଏହାର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିବାହୁର ସମଷ୍ଟିକୁ ତାହାର ପରିସୀମା କୁହାଯାଏ । ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ କ୍ଷେତ୍ରର ମାପକୁ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ । ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥରେ ସାମତଳିକ ମାପ ଯଥା ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସେମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ହୋଇଥିବା ପରିସୀମା ସମତଳ କ୍ଷେତ୍ରର ମାପକୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ ।

ସମାର୍ଥରେ ଗୋଟିଏ ଘନପଦାର୍ଥ ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳମାନଙ୍କର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଏକ ଆୟତଘନ ଏହାର ଏକ ଆୟତକାର କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ଏକାପରି ଏକ ସମଘନ ଏବଂ ବର୍ଗାକାର କ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ । ସାମତଳିକ ଚିତ୍ରପରି ଘନପଦାର୍ଥ ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଦୁଇ ପ୍ରକାର ମାପ କରାଯାଇପାରିବ ।

(i) ଘନପଦାର୍ଥ ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ପୃଷ୍ଠତଳମାନଙ୍କର ମାପକୁ ଘନପଦାର୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କୁହାଯାଏ ।

(ii) ଘନପଦାର୍ଥ ଅଧିକାର କରୁଥିବା ସ୍ଥାନରେ ମାପକୁ ଏହାର ଘନ'ଳ କୁହାଯାଏ ।

ତେଣୁ, ଏହା ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି ଘନବସ୍ତୁର ନିଜର ମାପ । ଘନଫଳ ହେଉଛି ଘନ ବସ୍ତୁଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ହୋଇଥିବା ସ୍ଥାନର ମାପ । ଯେପରି କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକକ ବର୍ଗ ଏକକ । ଘନ'ଳର ଏକକ ହେଉଛି ଘନ ଏକକ । ଯଦି ଏକ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ଆୟତନର ଏକକ ହେଉଛି ଘନ ସେ.ମି. । ଅନ୍ୟ ଏକକ ପାଇଁ ଏହିପରି ହେବ ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଅନେକ ପରିସ୍ଥିତି / କ୍ଷେତ୍ର ଅଛି ଯେଉଁଠାରେ ଆମକୁ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ଘରର କାନ୍ଥ ରଙ୍ଗ ବା ଘରର ଛାତ ସିଲିଂ କରିବା ବେଳେ ଆମକୁ କାନ୍ଥର ପୃଷ୍ଠତଳ ସିଲିଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିବ ।

ଯଦି ଆମେ କିଛି କ୍ଷୀର ବା ପାଣି ଗୋଟିଏ ପାତ୍ରରେ ବା ଖାଦ୍ୟଶସ୍ୟ ଏକ ଗୋଦାମରେ ରଖିବାକୁ ଚାହିଁବା, ଆମକୁ ଆୟତନ ବା ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହୁଏ ।

21.2 ଆୟତଘନ ଓ ସମଘନ

ଏହା ଆଗରୁ କୁହାଯାଇଛି ଯେ, ଇଟା, ଚକ୍ ବାକ୍ସ, ଜ୍ୟାମିତି ବାକ୍ସ ଇତ୍ୟାଦି ଆୟତଘନର ଉଦାହରଣ । ଚିତ୍ର 21.2 ଏକ ଆୟତଘନର ଚିତ୍ର ଅଟେ ।

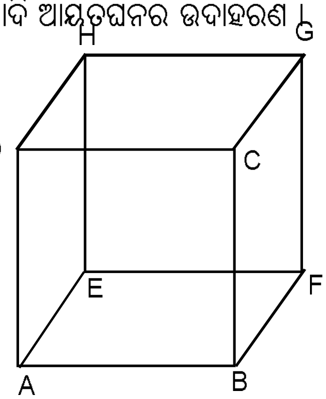


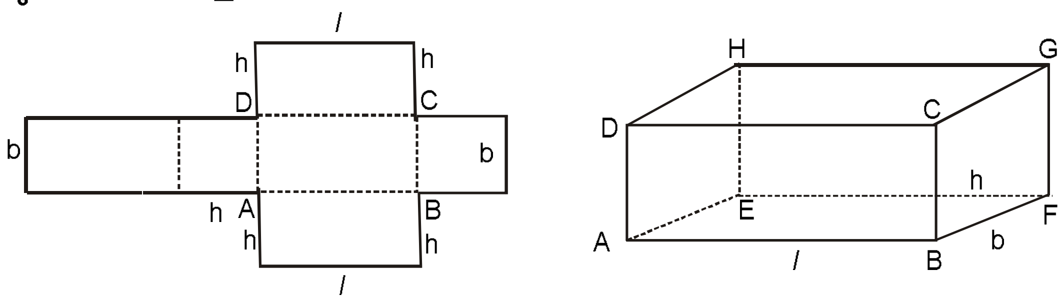
Fig. 21.2

ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଆୟତଘନର 6ଟି ଆୟତାକାର କ୍ଷେତ୍ର ବିଶିଷ୍ଟ ପୃଷ୍ଠତଳ ଅଛି । ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ ABCD, ABFE, BCGF, EPGH, ADHE ଏବଂ CDAG । ଏହି ପୃଷ୍ଠତଳ ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ ADHE ଓ CDHG, ABCD ଓ EFGH ଏବଂ ADHE ଓ BCGH ବିପରୀତ ତଳଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ ସର୍ବସମ ଓ ସମାନ୍ତର ଅଟନ୍ତି । ଆୟତଘନର ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ ତଳ ଯେଉଁଠାରେ ମିଶିଛନ୍ତି, ତାହାକୁ ଆୟତଘନର ଧାର କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ABCD ଓ ABFE ପରସ୍ପର ସହ AB ଧାରରେ ମିଶିଛନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର 12ଟି ଧାର ଅଛି । A, B, C, D, E, F, G ଓ H ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଆୟତଘନର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ଏକ ଆୟତଘନର ୫ଟି କୋଣ ବା ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି ।

ଆୟତଘନର ଗୋଟିଏ କୋଣରେ ତିନୋଟି ଧାର ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଥାନ୍ତି । ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଦ୍ୱିତୀୟଟି ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ୩ୟଟି ଉଚ୍ଚତା (ବା ମୋଟେଇ) । ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ ସାଧାରଣତଃ ଯଥାକ୍ରମେ , b ଓ h ରୂପେ ନିଆଯାଇଥାଏ । ତେଣୁ ପାର୍ଶ୍ୱ ଚିତ୍ରରେ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = AB = (= EF = CD = GH), ପ୍ରସ୍ଥ AE (= BF = CS = DA) ଓ ଉଚ୍ଚତା AD (= EA = BC = FG)

ଏହା ମଧ୍ୟ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ଯେ ABFE, AEHD ଓ FEGH ପୃଷ୍ଠତଳ ତ୍ରୟ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ E ଠାରେ ମିଶିଛନ୍ତି ଏବଂ ଏମାନଙ୍କର ବିପରୀତ ପୃଷ୍ଠତଳ ତ୍ରୟ DCGH, BFGC ଓ ABCD ତ୍ରୟ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ 'C' ଠାରେ ମିଳିତ ହୋଇଛନ୍ତି । ତେଣୁ 'E' ଓ 'C' ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ ଆୟତଘନର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବା କୋଣ କୁହାଯାଏ । E ଓ C ବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ରେଖାଖଣ୍ଡ ECକୁ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ କୁହାଯାଏ ।

ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ



ଚିତ୍ର 21.03

Fig- 21.3କୁ ଦେଖ ଯଦି ଏହାକୁ ବିନ୍ଦୁ ପଡ଼ିଥିବା ରେଖାରେ ଭାଙ୍ଗ କରାଯାଏ ଏହା 21.3(ii)ରେ ଦର୍ଶା ହୋଇଥିବା ଆକାରରେ ପରିଣତ ହେବ । ଯାହାକି ଏକ ଆୟତଘନ । 21.3 (ii)ରେ ଗଠିତ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ *l*, b ଓ h । ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଷୟରେ କ'ଣ କହିପାରିବା । ପ୍ରକୃତରେ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେଉଛି ଏହାର ତଳମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ସମଷ୍ଟି ।

ତେଣୁ,

ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= \ell \times b + b \times h + h \times \ell + \ell \times b + b \times h + h \times \ell$$

$$= 2(\ell b + bh + h\ell)$$

ଚିତ୍ର 21.3 (ii)ରେ ଆସ BE ଓ ECକୁ ଯୋଗକର (Fig- 21.4କୁ ଦେଖ)

$BE^2 = AB^2 + AE^2$

କିମ୍ବା $BE^2 = \ell^2 + b^2$........(1)

ତେଣୁ $EC^2 = BC^2 + BE^2 \quad (\because \angle CBE = 90^0)$

$\Rightarrow$ ସମୀକରଣ (i) ରୁ $EC^2 = h^2 + \ell^2 + b^2$

ତେଣୁ $EC = \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$

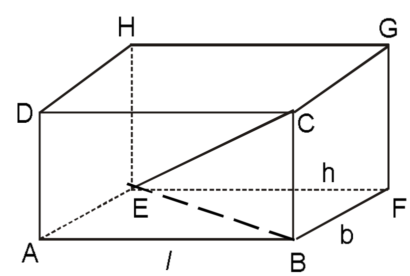


Fig. 21.4

ତେଣୁ, ଏକ ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣ = $\sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$

ଆମେ ଜାଣିଲେ ଯେ ସମଘନ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଆୟତଘନ ଯାହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = ପ୍ରସ୍ଥ = ଉଚ୍ଚତା । i.e. $\ell = b = h$

ତେଣୁ, 'a' ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

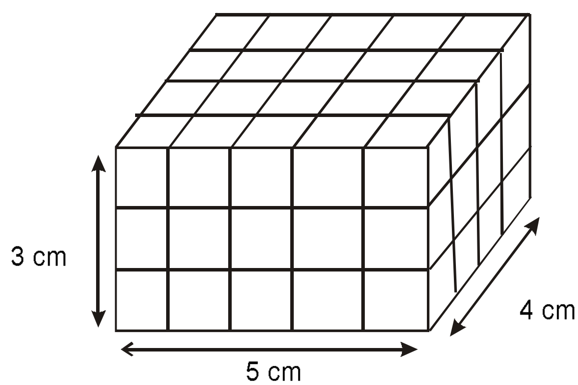
$$= 2(a \times a + a \times a + a \times a)$$

$$= 6a^2$$

ଏବଂ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ $= \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$

ବି.ଦ୍ର. : 21.2 (i) ଚିତ୍ର 21.3 (ii)ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଆୟତଘନର ଏକ ସେଟ୍ ରୂପେ ଦର୍ଶାଇଥାଏ ।

ଘନଫଳ : 1 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ କେତୋଟି ଏକକ ସମଘନ ନିଅ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ନିମ୍ନରେ ଥିବା 21.5 ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାହେଲାପରି ସଜାଇ ଏକ ଆୟତଘନ ତିଆରି କର ।



ଚିତ୍ର **21.05**

ଏକକ ସମଘନଗୁଡ଼ିକ ଗଣିଲେ ତୁମେ ଜାଣିପାରିବ ଯେ ଆୟତଘନ 60ଟି ଏକକ ସମଘନରେ ତିଆରି ହୋଇଛି ।

ତେଣୁ, ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = 60 ଘନ ସେ.ମି. ବା (ସେ.ମି.)^3

[କାରଣ ଏଠାରେ ଏକକ ସମଘନର ଘନଫଳ 1 ଘନ ସେ.ମି. ବା 1 (ସେ.ମି.)^3]

ଆଉ ମଧ୍ୟ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ ଯେ

= ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା = $5 \times 4 \times 3$ (ସେ.ମି.)^3

= 60(ସେ.ମି.)^3

ତୁମେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ଏକକ ସମଘନ ସଜାଇ ଆଉ କେତୋଟି ଆୟତଘନ ତିଆରି କରିପାରିବ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ଏକକ ସମଘନଗୁଡ଼ିକୁ ଗଣନ କରି ଓ ତା'ପରେ ସେମାନଙ୍କର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତାକୁ ଗୁଣନ କରି ଆୟତଘନର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଥର ତୁମେ ପାଇବ ଯେ

ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା

କିମ୍ବା ଆୟତଘନର ଘନଫଳ = ℓbh

ପୁନଶ୍ଚ, ସମଘନ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ଆୟତଘନ ଯେଉଁଥିରେ $\ell = b = h$ ଆମେ ପାଇବା 'a' ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ଘନଫଳ = $a \times a \times a = a^3$

ଆମେ ବର୍ତ୍ତମାନ କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରୟୋଗ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧ : ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 4ସେ.ମି., 3ସେ.ମି. ଓ 12ସେ.ମି. ହେଲେ, (i) ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ii) ଆୟତନ ଓ (iii) ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i) ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= 2(\ell b + bh + h\ell)$$
$$= 2(4\times 3 + 3\times 12 + 12\times 4)\ (\text{ସେ.ମି.})^2$$
$$= 2(12 + 36 + 48)(\text{ସେ.ମି.})^2$$
$$= 192\ (\text{ସେ.ମି.})^2$$

(ii) ଆୟତଘନର ଆୟତନ $= \ell bh$

$$= 4\times 3\times 12\ (\text{ସେ.ମି.})^3$$
$$= 144\ (\text{ସେ.ମି.})^3$$

(iii) ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣ $= \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$

$$= \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2}\ \text{ସେ.ମି.}$$
$$= \sqrt{16 + 9 + 144}\ \text{ସେ.ମି.}$$
$$= \sqrt{169}\ \text{ସେ.ମି.}$$
$$= 13\ \text{ସେ.ମି.}$$

ଉଦାହରଣ ୨୧.୨ : ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର ପଥରଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 2ମି. ଓ ମୋଟେଇ 2.5ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ (ℓ) = ୩ମିଟର, ପ୍ରସ୍ଥ (b) = ୨ମିଟର

ମୋଟେଇ (h) = 2.5 ସେ.ମି. $= \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ ମି.

(ଏଠାରେ ଉଚ୍ଚତା = ପଥର ଖଣ୍ଡର ମୋଟେଇ)

ତେଣୁ, ପଥର ଖଣ୍ଡଟିର ଘନଫଳ $= \ell bh = 3\times 2\times \frac{1}{4}(\text{ମି.})^3 = 1.5(\text{ମି.})^3$

ଉଦାହରଣ ୨୧.୩ :ଗୋଟିଏ ସମଘନର ଘନଫଳ 2197 (ସେ.ମି.)^3, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ କର୍ଣ୍ଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସମଘନଟି ପ୍ରତେକ ଧାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = a ସେ.ମି.

ତେଣୁ ସମଘନର ଘନଫଳ = a^3 ଘନ ସେ.ମି.

କିନ୍ତୁ ସମଘନର ଘନଫଳ = 2197 ଘନ ସେ.ମି. (ଦତ୍ତ)

ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁସାରେ,

$$a^3 = 2197$$
$$\Rightarrow a^3 = 13\times 13\times 13$$
$$\therefore a = 13$$

ତେଣୁ, ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 13 ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $6a^2$

$= 6 \times 13^2$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= 6 \times 13 \times 13$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

$= 1014$ ବର୍ଗ ସେ.ମି.

ଏହାର କର୍ଣ୍ଣ $= a\sqrt{3}$ ସେ.ମି.

$= 13\sqrt{3}$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 1014 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ଓ କର୍ଣ୍ଣ $= 13\sqrt{3}$ ସେ.ମି. ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୪ :ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନାକାର ପାଣିଟାଙ୍କିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 5 ମି. ଓ 4 ମି. । ଯଦି ଏହା ପାଣି ପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଛି ଓ ଏଥିରେ 60 ଘନମିଟର ପାଣି ଅଛି । ତେବେ ପାଣି ଟାଙ୍କି ଥିବା ପାଣିର ଗଭୀରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ପାଣିର ଗଭୀରତା = ℓ ମିଟର

ତେଣୁ ଟାଙ୍କିରେ ଥିବା ପାଣିର ଘନଫଳ (ଆୟତନ)

$= \ell \times b \times h$

$= 5 \times 4 \times d$ ଘନମିଟର ।

$\therefore$ ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁସାରେ $\quad 5 \times 4 \times d = 60$

$$\Rightarrow d = \frac{60}{5 \times 4} = 3 \text{ ମିଟର ।}$$

ତେଣୁ ଟାଙ୍କିରେ ଥିବା ପାଣିର ଗଭୀରତା 3 ମିଟର ।

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଗୋଟିଏ ପାତ୍ରର ଧାରଣଶକ୍ତିକୁ ତା'ର ଘନଫଳ ବା ଆୟତନ କୁହାଯାଏ । ତେଣୁ ଏଠାରେ କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ ଟାଙ୍କିର ଧାରଣଶକ୍ତି ହେଉଛି 60 ଘନ ମି. । ଧାରଣଶକ୍ତିକୁ ମଧ୍ୟ ଲିଟର ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ । ଯେଉଁଠାରେ 1 ଲିଟର = $\frac{1}{1000}$ ମି^{3} ଅର୍ଥାତ୍ 1 ମି^{3} = 1000 ଲିଟର ।

ତେଣୁ, ଏହା ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଇପାରେ ଯେ ଟାଙ୍କିର ଧାରଣ ଶକ୍ତି ହେଉଛି 60×1000 ଲିଟର= 60କିଲୋ ଲିଟର ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୫ : 1.5 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 1.25 ମିଟର ଓସାର ଓ 65 ସେ.ମି. ଗଭୀରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଖୋଲା କାଠ ବାକ୍ସ ତିଆରି କରାଯିବ । କାଠର ମୋଟେଇକୁ ନଗଣ୍ୟ ମନେକରାଯାଏ, ତେବେ ବର୍ଗ ଫୁଟ ପ୍ରତି 200 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କାଠ ବାକ୍ସଟି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ କାଠର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ଆବଶ୍ୟକ କାଠର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \ell b + 2bh + 2h\ell$ (କାରଣ ଏହାର ଉପରଟି ଖୋଲାଅଛି)

$$= \left(1.5 \times 1.25 + 2 \times 1.25 \times \frac{65}{100} + 2 \times \frac{65}{100} \times 1.5\right) \text{ମି}^2$$

$= \left(1.875 + \frac{162.5}{100} + \frac{195}{100}\right)$ ମି^{2}

$= (1.875 + 1.625 + 1.95)$ ମି^{2}

$= 5.450$ ମି^{2}

ତେଣୁ କାଠର ମୂଲ୍ୟ = ଟ200 × 5.450 = ଟ1090

ଉଦାହରଣ ୨୧.୬ : 10 ମିଟର ଗଭୀରତା ଓ 100 ମିଟର ଓସାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ନଦୀ 4.5 କି.ମି/ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ପ୍ରବାହିତ ହେଉଅଛି । ଏହି ନଦୀଦ୍ୱାରା ସମୁଦ୍ର ମଧ୍ୟକୁ 1 ସେକେଣ୍ଡରେ ପ୍ରବାହିତ ହେଉଥିବା ଜଳର ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଜଳ ପ୍ରବାହର ବେଗ = ୪.୫ କି.ମି. /ଘଣ୍ଟା

$= \frac{4.5 \times 1000}{60 \times 60}$ ମିଟର / ସେ.

$= \frac{4500}{3600}$ ମିଟର / ସେ.

$= \frac{5}{4}$ ମିଟର / ସେ.

ତେଣୁ 1 ସେକେଣ୍ଡରେ ସମୁଦ୍ର ମଧ୍ୟକୁ ପ୍ରବେଶ କରୁଥିବା ଜଳର ଘନଫଳ = ଆୟତଘନ ଘନଫଳ

$= \ell \times b \times h$

$= \frac{5}{4} \times 100 \times 10$ ଘନମିଟର $= 1250$ ଘନମିଟର ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୭: 588 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 50 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତାକାର ପଡ଼ିଆରେ 30 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 20 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 12 ମିଟର ଗଭୀରର ଏକ କୂଅ ଖୋଳାଯାଇ ଏଥିରୁ ବାହାରିଥିବା ମାଟିକୁ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶ ପଡ଼ିଆରେ ସବୁଆଡ଼େ ସମାନ ଭାବରେ ବିଛାଇଲେ ଏହାଦ୍ୱାରା ପଡ଼ିଆର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ବୃଦ୍ଧିପାଇବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଖୋଳାଯାଇଥିବା ମାଟିର ଆୟତନ= ଆୟତଘନର ଆୟତନ

$= 30 \times 20 \times 12$ ମି$^3 = 7200$ ମି^{3}

ପଡ଼ିଆର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ପଡ଼ିଆର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ଉପର ତଳଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 588 \times 50$ ମି^{2} - 30×20 ମି^{2}

$= 29400$ ମି^{2} -600 ମି^{2}

$= 29400$ ମି^{2} - 600 ମି^{2}

$= 28800$ ମି^{2}

ତେଣୁ, ପଡ଼ିଆର ବୃଦ୍ଧିପାଇଥିବା ଉଚ୍ଚତା= $\dfrac{\text{ଖୋଳାଯାଇଥିବା ମାଟି ପରିମାଣ ବା (ଘନଫଳ)}}{\text{ପଡ଼ିଆର ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}}$

$= \dfrac{7200}{28800}$ ମିଟର $= \dfrac{1}{4}$ ମି. = 25ସେ.ମି. ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୮ : ଗୋଟିଏ କୋଠରୀର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 7 ମିଟର, 4 ମିଟର ଓ 3 ମିଟର । ଏଥିରେ ଯଥାକ୍ରମେ 2ମି. $\times \frac{1}{2}$ମି. ଓ $1\frac{1}{2}$ମି. $\times$ 1ମି. ଏକାର ଗୋଟିଏ କବାଟ ଓ ଗୋଟିଏ ଝରକା ଅଛି । ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟରକୁ 4ଟଙ୍କା ଦରରେ କୋଠରୀଟିର କାନ୍ଥ ଓ ଛାତକୁ ଚୂନ ଲେପ ଦେବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : କୋଠରୀର ଆକାର ଆୟତଘନାକାର ତେଣୁ

ଚୂନ ଲେପ ଦେବାକୁ ଥିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= 4 କାନ୍ଥର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + ଛାତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – କବାଟଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – ଝରକାଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଚାରିକାନ୍ଥର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା + ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା + ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ଉଚ୍ଚତା + ପ୍ରସ୍ଥ × ଉଚ୍ଚତା

= 2(ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ) × ଉଚ୍ଚତା

$= 2\,(7 + 4) \times 3$ମି^{2}

$= 66$ ମି^{2}

ଛାତଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

$= 7 \times 4$ମି^{2} $= 28$ମି^{2}

ତେଣୁ, ଚୂନ ଲେପ ଦେବାକୁ ଥିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 66$ମି^{2} $+ 28$ମି^{2} $- 2 \times 1\frac{1}{2}$ ମି^{2} $- 1\frac{1}{2} \times 1$ ମି^{2}

$= 94$ମି^{2} $- 3$ମି^{2} $- \frac{3}{2}$ ମି^{2}

$= \left(\dfrac{188 - 6 - 3}{2}\right)$ମି^{2} $= \dfrac{179}{2}$ମି^{2}

$\therefore$ ଚୂନ ଦେବା ପାଇଁ ଖର୍ଚ୍ଚ = ଟ$4 \times \dfrac{179}{2}$ = ଟ358

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 21.1

1. ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6ମି., ପ୍ରସ୍ଥ 3 ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 2.5 ମି. ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. 3.6 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ଘନ'ଳ 3375 ଘନ ସେ.ମି. । ଆଉ ମଧ୍ୟ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଗୋଟିଏ ବନ୍ଦ ଥିବା କାଠ ବାକ୍ସର ବାହାର ପାଖର ଆକାର 42 ସେ.ମି. × 32 ସେ.ମି. × 27 ସେ.ମି. । ଯଦି କାଠପଟାର ବେଧ 1 ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଭିତର ପାର୍ଶ୍ୱର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଗୋଟିଏ ଗୋଦାମର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 12 ମିଟର, 8 ମିଟର ଓ 6 ମିଟର 1.5 ମି^{3} ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରୁଥିବା କେତୋଟି ବାକ୍ସ ଏହା ମଧ୍ୟରେ ରହିପାରିବ ?
6. 3 ମିଟର ଓସାର 75 ସେ.ମି. ମୋଟେଇ (ବେଧ) ଓ 33.75 ମି^{3} ଘନଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଖଣ୍ଡିଏ କାଠପଟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
7. 8 ସେ.ମି. ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ 3ଟି ସମଘନକୁ ଯୋଡ଼ାଯାଇ ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନ ତିଆରି ହୋଇଛି । ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ଆୟତଘନଟି ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଗୋଟିଏ କୋଠରୀର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 6 ମିଟର, ପ୍ରସ୍ଥ 5 ମିଟର ଓ ଉଚ୍ଚତା 4 ମିଟର । କବାଟ ଓ ଝରକାଗୁଡ଼ିକ 4ମି^{2} ସ୍ଥାନ ଅଧିକାର କରିଛନ୍ତି । 75 ସେ.ମି. ଓସାର ବିଶିଷ୍ଟ କାଗଜର ମିଟର ପ୍ରତି ଦର ଟ2.40 ହେଲେ କାନ୍ଥର ବଳକା ଅଂଶକୁ କାଗଜ ମଡ଼ାଇବା ପାଇଁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
9. 6 ମିଟର × 4 ମିଟର × 3 ମିଟର ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ କୋଠରୀ ମଧ୍ୟରେ ସବୁଠାରୁ ବେଶୀ କେତେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବାଡ଼ ରଖାଯାଇପାରିବ ।

21.2 ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର (Right Circular Cylinder)

ଚାଲ, ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ର ABCDକୁ ଏହାର ଗୋଟିଏ ବାହୁ AB ଚତୁର୍ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂରାଅ । ଏହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫଳରେ ଯେଉଁ ଘନପଦାର୍ଥ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଲା ତାହାକୁ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 21.6 ଦେଖ) । ଆମେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଏହିପରି ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଅନେକ ବସ୍ତୁର ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସିଥାଉ ଯଥା :- ପାଣିପାଇପ୍, ଟିଣ ଡବା, ଡ୍ରମ୍, ପାଉଡ଼ର ଡବା ଇତ୍ୟାଦି ।

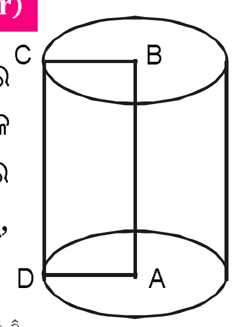


Fig. 21.6

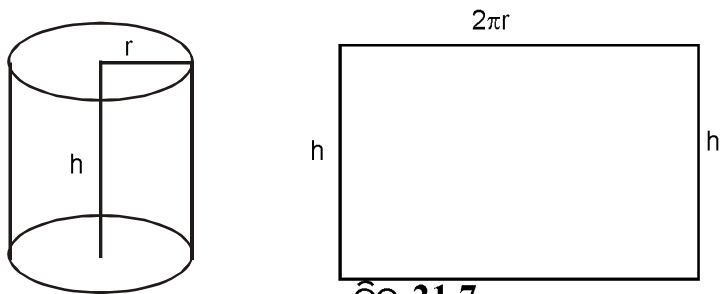
ùMŴG iek aěbčK iőŠee _ŵgŐ(bčþ \Ő iaŐc aě ûPŽâ

21.6ରେ AD=BC ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ସେହି ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର କେନ୍ଦ୍ର ଯଥାକ୍ରମେ A ଓ B । AB ସେହି ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ ।

ଏଠାରେ AD (କିମ୍ବା BC)କୁ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ ଏବଂ ABକୁ ସିଲିଣ୍ଡର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଦେଖାଯାଇପାରେ ଯେ ବୃତ୍ତାକାର ପ୍ରାନ୍ତ ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ତଳ ଦ୍ୱୟ ସମତଳ ଓ ଅନ୍ୟ ତଳଟି ବକ୍ରତଳ ।

ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଚାଲ r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡର ନେବା ଓ ଏହାର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳକୁ ଭୂମିର କେନ୍ଦ୍ରଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ଭାବେ ଯେ କୌଣସି ରେଖାରେ କାଟିବା । (ଚିତ୍ର 21.7 (i) ଦେଖ) । ଚିତ୍ର 21.7 (ii) ରେ ଦର୍ଶାହେଲାପରି $2\pi r$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ h ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ପାଇବା ।



ଚିତ୍ର 21.7

ତେଣୁ, ସିଲିଣ୍ଡର ବକ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= 2\pi r \times h = 2\pi rh$$

ଯେଉଁ ସ୍ଥଳରେ, ସିଲିଣ୍ଡର ଉଭୟମୁଣ୍ଡ ବନ୍ଦ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ସିଲିଣ୍ଡର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= 2\pi rh + 2\pi r^2 \qquad = 2\pi r\,(h + r)$$

ଆୟତନ

ଆୟତଘନ ପାଇଁ ଆମେ ଦେଖିଛେ ଯେ

ଆୟତନ = $\ell \times b \times h$ = ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

ଏହି ନିୟମକୁ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ପାଇଁ ପରିସର ବୃଦ୍ଧ କଲେ (ଗୁଡ଼ିଏ ଛୋଟ ଆୟତଘନର ସମଷ୍ଟି ରୂପେ ଏହାକୁ ଧରାଯାଉ) ଆମେ ପାଇବା ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ

= ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

$$= \pi r^2 \times h = \pi r^2 h$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ସୂତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ ସ୍ପଷ୍ଟ କରିବା । (ଏହି ପାଠରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନ ପାଇଁ π ର ମାନ $\frac{22}{7}$ ନେବା ଯେଉଁଠାରେ ଏହାର ମୂଲ୍ୟ ଦିଆଯାଇନାହିଁ)

ଉଦାହରଣ 21.9 :ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 7ସେ.ମି. ଓ 10ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର -

(i) ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(ii) ସମଗ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(iii) ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i) ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10$ ସେ.ମି.^{2} $= 440$ ସେ.ମି.^{2}

(ii) ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 10 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2\right)$ ସେ.ମି.^{2}

$= (440 + 308)$ ସେ.ମି.^{2}

$= 748$ ସେ.ମି.^{2}

(iii) ଆୟତନ $= \pi r^2 h$ $= \frac{22}{7} \times 7^2 \times 10$ ସେ.ମି.^{3} $= 1540$ ସେ.ମି.^{3}

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୦ : ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ଧାତବ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାରର ପାଇପ୍‌ରେ ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତ ଖୋଲା ଅଛି ଏବଂ ଏହାର ବାହାର ପାର୍ଶ୍ୱର ବ୍ୟାସ 12ସେ.ମି. ଯଦି ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 70ସେ.ମି. ଓ ବ୍ୟବହୃତ ଧାତୁର ମୋଟେଇ 1ସେ.ମି. ହୁଏ, ପାଇପ୍‌ଟି ତିଆରି କରିବା ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥିବା ଧାତୁର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ପାଇପ୍‌ର ବାହାରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = $\frac{12}{2}$ ସେ.ମି. = 6 ସେ.ମି.

ଧାତୁର ମୋଟେଇ = 1ସେ.ମି.

ତେଣୁ, ଭିତର ପାର୍ଶ୍ୱର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = (6 – 1) ସେ.ମି.

= 5 ସେ.ମି.

ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଏଠାରେ ପ୍ରକୃତ ପକ୍ଷେ ଦୁଇଟି ସିଲିଣ୍ଡର ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ଏବଂ ବ୍ୟବହୃତ ଧାତୁର ଆୟତନ = ବାହାର ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ - ଭିତର ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ

$= \pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h$ (ଯେଉଁଠାରେ r_1 ଓ r_2 ଯଥାକ୍ରମେ ବାହାର ଓ ଭିତରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଏବଂ 'h' ପ୍ରତ୍ୟେକ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଚ୍ଚତା ଅଟେ)

$= \left(\frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 70 - \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 70\right)$ ସେ.ମି.^{3}

$= 22 \times 10\,(36 - 25)$ ସେ.ମି.^{3}

$= 2420$ ସେ.ମି.^{3}

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୧ : ଗୋଟିଏ ରୋଡ୍ ରୋଲରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 35ସେ.ମି. ଓ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1ମିଟର । ଯଦି ଏହା ଗୋଟିଏ ଖେଳପଡ଼ିଆକୁ ସମତଳ କରିବା ପାଇଁ 200 ଥର ଘୂରେ ତେବେ ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟରକୁ 3ଟଙ୍କା ଦରରେ ପଡ଼ିଆକୁ ସମତଳ କରିବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ରୋଲର୍‌ଟି ଥରେ ଘୂରିଲେ ପଡ଼ିଆର ସମତଳ କରୁଥିବା ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

= ରୋଲର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 100$ ସେ.ମି.^{2}

($r = 35$ ସେ.ମି., $h = 1$ମି. $= 100$ ସେ.ମି.)

$= 22000$ ସେ.ମି.^{2}

$= \frac{22000}{100 \times 100}$ ମି.^{2}

($\because$ 100 ସେ.ମି. = 1 ମି., ତେଣୁ 100 ସେ.ମି. × 100 ସେ.ମି. = 1 ମି. × 1 ମି.)

ତେଣୁ, ରୋଲ୍‌ରରେ 200 ଥର ଘୂର୍ଣ୍ଣନ 'ଳରେ ପଡ଼ିଆର ସମତଳ ଅଂଶର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2.2 \times 200$ ମି.^{2}

$= 400$ ମି.^{2}

$\because$ ପଡ଼ିଆକୁ ସମତଳ କରିବାକୁ ଖର୍ଚ୍ଚ

= ଟ3 × 440 = ଟ1320

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୨ : 1ମି.^{3} ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଧାତବ ଖଣ୍ଡକୁ ତରଳାଇ ଏଥିରୁ 3.5 ମି.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ତାର ତିଆରି କରାଯାଇଛି । ତେବେ ତିଆରି କରାଯାଇଥିବା ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ମନେକର ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ମି.ମି. ।

ତୁମେ ଏହା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିପାରିବ ଯେ ତାରର ଆକାର ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ।

ତେଣୁ, ତାରର ଆୟତନ = ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ = $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times x$ ମି.ମି.^{3}

କିନ୍ତୁ ତାରଟି 1ମି.^{3} ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ ଧାତୁରୁ ତିଆରି କରାଯାଇଛି ।

$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{x}{1000000000} = 1$ ($\because$ 1 ମି. = 1000 ମି.ମି.)

$\Rightarrow x = \frac{1 \times 7 \times 4 \times 4 \times 1000000000}{22 \times 7 \times 7}$ ମି.ମି.

$$\Rightarrow x = \frac{16000000000}{154}$$

$$\therefore \text{ ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ } = \frac{16000000000}{154} \text{ ମି.ମି.}$$

$$= \frac{1600000000\ 0}{154000} \text{ ମିଟର}$$

$$= \frac{16000000}{154} \text{ ମିଟର}$$

$$= 103896 \text{ ମିଟର}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 21.2

1. 5 ମିଟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ 1.4 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଘନଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନ 3080 ଘନ ସେ.ମି. ଓ ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 7 ସେ.ମି. । ସିଲିଣ୍ଡର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରକୃତି ପାଣି ଟାଙ୍କିର ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 7 ମିଟର ଓ ଉଚ୍ଚତା 2.1 ମିଟର । ତେବେ ଏହି ଟାଙ୍କିରେ କେତେ ଲିଟର ପାଣି ଧରିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଖଣ୍ଡିଏ କାଗଜର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ପ୍ରସ୍ଥ ଯଥାକ୍ରମେ 33 ସେ.ମି. ଓ 16 ସେ.ମି. । ଏହା ମୋଡ଼ି ପ୍ରସ୍ଥଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗକରି ଏକ ସିଲିଣ୍ଡର ତିଆରି କରାଯାଇଛି । ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଭୂମିର ବ୍ୟାସ 28 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 12 ସେ.ମି. ବିଶିଷ୍ଟ ସିଲିଣ୍ଡର ଆକାରର ବାଲ୍‌ଟି ଜଳପୂର୍ଣ୍ଣ ଅଛି । ଏହି ଜଳକୁ 66 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ 28 ସେ.ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତଘନାକାର ଟବ୍‌ରେ ଢଳାଗଲେ ତେବେ ଟବ୍‌ରେ ଜଳ କେତେ ଉଚ୍ଚତା ଉଠିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. 8 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ଧାତବ ସିଲିଣ୍ଡରର ଉଭୟ ମୁଣ୍ଡ ଖୋଲା ଅଛି । ଯଦି ଧାତୁର ମୋଟେଇ 2 ସେ.ମି. ଓ ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 10 ସେ.ମି. ହୁଏ, ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ବକ୍ରତଳର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ସୂଚନା : ସମଗ୍ର ବକ୍ରତଳ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭିତର ବକ୍ରତଳ + ବାହାରର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

21.3 ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ କୋନ୍ (Right Circular Cone)

ଆସ B କୋଣ ସମକୋଣ ଥିବା ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ABCକୁ AB ବାହୁ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବା । ଏହା ଫଳରେ ଯେଉଁ ଘନପଦାର୍ଥ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ତାହାକୁ ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 21.8 ଦେଖ) । ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଆମେ ଏହିପରିକା ଆକାରର ଅନେକ ବସ୍ତୁର ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁ ଯଥା ଜୋକରର ଟୋପି, ତମ୍ବୁ, ଆଇସ୍‌କ୍ରିମ୍ କୋନ୍, ଇତ୍ୟାଦି ।

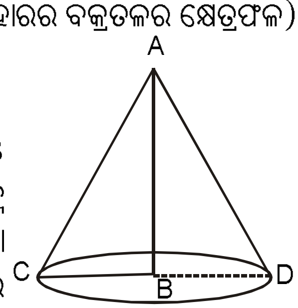


Fig. 21.8

ଏହା ଦେଖାଯାଇପାରିବ ଯେ ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ବୃତ୍ତ । ଚିତ୍ର 21.୫ରେ BC ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, B କେନ୍ଦ୍ର ଓ AB କୋନ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା ଏହା ଭୂମି ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଟେ । ପୁନଶ୍ଚ Aକୁ କୋନ୍‌ର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ ଓ ACକୁ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା କୁହାଯାଏ ।

ପାଇଥାଗୋରାସ୍ ଉପପାଦ୍ୟରୁ ଆମେ ଜାଣିଛୁ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $\sqrt{\text{ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ}^2 + \text{ଉଚ୍ଚତା}^2}$

କିମ୍ବା $\ell = \sqrt{r^2 + h^2}$ ଯେଉଁଠାରେ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା 'ℓ' h = ଉଚ୍ଚତା ଓ r = ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ)

ତୁମେ ଏହା ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିପାରିବ ଯେ କୋନ୍‌ର ଭୂମି ଦ୍ୱାରା ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ତଳ ଏକ ସମତଳ ।

ପୃଷ୍ଠତଳ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Surface Area)

ଆସ r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଫମ୍ପା ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍ ନେବା । ଏହାକୁ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତାରେ ଏହାକୁ କାଟ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହାକୁ ଖଣ୍ଡିଏ ପେପର ଉପରେ ବିଛାଅ । ତୁମେ ℓ ବାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ $2\pi r$ ଚାପ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତକଳା ପାଇବ ।

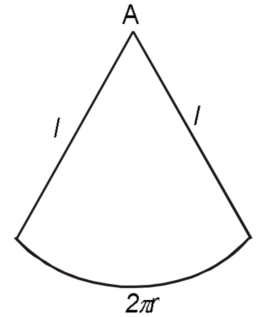


Fig. 21.9

$$\text{ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ} = \frac{\text{ବୃତ୍ତକଳାର ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ}}{l \text{ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର ପରିଧି}} \times \text{ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ}$$

$$= \frac{2\pi r}{2\pi\ell} \times \pi\ell^2 = \pi rl$$

$\Rightarrow$ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ = ବୃତ୍ତକଳାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r\ell$

ଯଦି ଏହା ସହ ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ ଯୋଗ କରାଯାଏ ଏହା କୋନ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ହେବ ।

ତେଣୁ, କୋନ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r\ell + \pi r^2$

$$= \pi r(\ell + r)$$

ଆୟତନ (Volume)

ସମଭୂମି ଓ ସମ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ଏକ କୋନ୍ ନିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ କୋନ୍‌ଟିରେ ବାଲି କିମ୍ବା ଜଳ ଭର୍ତ୍ତି କର ଏବଂ ଏହାକୁ ସିଲିଣ୍ଡର ମଧ୍ୟକୁ ଢାଳ । ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ତିନିଥର କର । ତୁମେ ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ ଯେ ସିଲିଣ୍ଡରଟି ବାଲି କିମ୍ବା ଜଳ ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଛି । ଏହା ସୂଚାଉଛି ଯେ 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତନର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ ।

$$\text{ତେଣୁ, କୋନ୍‌ର ଆୟତନ} = \frac{1}{3} \times \text{ସିଲିଣ୍ଡର ଆୟତନ}$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 h$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆସ ଏହି ସୂତ୍ରଗୁଡ଼ିକର ବ୍ୟବହାର କେତେକ ଉଦାହରଣରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୩: ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 7 ସେ.ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 24 ସେ.ମି. । ଏହାର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ଏଠାରେ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $(r) = 7$ ସେ.ମି.

ଉଚ୍ଚତା $(h) = 24$ ସେ.ମି.

ତେଣୁ ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା $(\ell) = \sqrt{r^2 + h^2}$

$= \sqrt{7^2 + 24^2}$ ସେ.ମି.

$= \sqrt{49 + 576}$ ସେ.ମି. $= 25$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r \ell$

$= \frac{22}{7} \times 25$ ସେ.ମି.^{2}

$= 500$ ସେ.ମି.^{2}

ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r \ell + \pi r^2$

$= \left(550 + \frac{22}{7} \times 7^2\right)$ ସେ.ମି.^{2}

$= \left(550 + \frac{22}{7} \times 49\right)$ ସେ.ମି.^{2}

$= 704$ ସେ.ମି.^{2}

ଆୟତନ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 49 \times 24$ ସେ.ମି.$^3 = 1232$ ସେ.ମି.^{3}

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୪: ଗୋଟିଏ କୋନ୍ ଆକୃତିର ତମ୍ବୁର ଉଚ୍ଚତା 6 ମିଟର ଓ ଏହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 8 ମିଟର । ପ୍ରତି ବର୍ଗମିଟର କାନ୍‌ଭାସ୍‌ର ଦର 120 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଏହି ତମ୍ବୁଟି ତିଆରି କରିବାକୁ ଲାଗୁଥିବା କାନ୍‌ଭାସ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ମନେକର ତମ୍ବୁଟିର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା x ମିଟର ।

ତେଣୁ, ତମ୍ବୁର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $(x) = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$

ତେଣୁ, କୋନ୍‌ର ତମ୍ବୁର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା 10 ମିଟର

ତେଣୁ ଏହାର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \pi r \ell$

$= 3.14 \times 8 \times 10$ ସେ.ମି.^{2}

$= 251.2$ ସେ.ମି.^{2}

ତେଣୁ ଆବଶ୍ୟକ କାନ୍‌ଭାସ୍ ସେ.ମି.^{2}

କାନ୍‌ଭାସ୍ ମୂଲ୍ୟ = ଟ120 × 251.2

= ଟ30144 (ବର୍ଗ ମିଟର କାନ୍‌ଭାସ୍‌ର ଦର 120ଟ)

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 21.3

1. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ 5 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି. ।
2. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 616 ସେ.ମି.^{2} ଓ ଉଚ୍ଚତା 9 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. 10.5ସେ.ମି. ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ଆୟତନ 176 ସେ.ମି.^{3} । କୋନ୍‌ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 9 ମି. ଓ ଉଚ୍ଚତା 12 ମିଟର ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ କୋନ୍ ଆକୃତିର ତମ୍ବୁ ତିଆରି କରିବାକୁ 3 ମିଟର ଓସାରର କେତେ ଲମ୍ବର କାନ୍‌ଭାସ୍ ଲାଗିବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. 12936 ସେ.ମି.^{3} ଆୟତନ ଓ 42 ସେ.ମି. ଭୂମିର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

21.5 ଗୋଲକ (Sphere)

ଆସ ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧବୃତ୍ତକୁ ଏହାର ବ୍ୟାସ ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ କରିବା । ଏହି ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ଫଳରେ ଯେଉଁ ଘନ ପଦାର୍ଥ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଛି ତାହାକୁ ଗୋଲକ କୁହାଯାଏ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଉପାୟରେ ସଂଜ୍ଞା ଦେଇପାରିବା ଯେ, ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ବିନ୍ଦୁର ସମାହାର ହିଁ ଏକ ଗୋଲକ । ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁକୁ ଗୋଲକର କେନ୍ଦ୍ର ଓ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତାକୁ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ କୁହାଯାଏ । ଫୁଟ୍‌ବଲ୍, କ୍ରିକେଟ୍ ବଲ୍, କାଚଗୁଲି ଇତ୍ୟାଦି ଆମ ଦୈନନ୍ଦିନ ସଂସ୍ପର୍ଶରେ ଆସୁଥିବା ଗୋଲକର କେତେକ ଉଦାହରଣ ଅଟେ ।

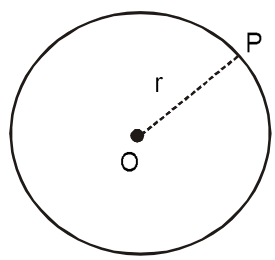


Fig. 21.10

ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ

ଯଦି କେନ୍ଦ୍ରଦେଇ ଯାଇଥିବା ଏକ ସମତଳ ଦ୍ୱାରା ଗୋଲକଟି ସର୍ବସମ ଦୁଇଖଣ୍ଡରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ, ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଖଣ୍ଡକୁ ଏକ "ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ" କୁହାଯାଏ ।

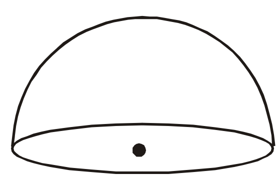
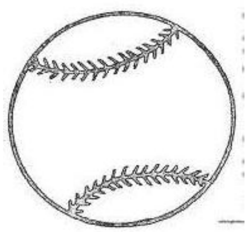


Fig. 21.11

ଗୋଲକ ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଚାଲ ଗୋଟିଏ ଗୋଲାକାର ରବର (କିମ୍ବା କାଠ) ବଲ୍ ନେବା ଓ ଏହାକୁ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଅଂଶ (ଦୁଇଟି ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ)ରେ ବିଭକ୍ତ କରିବା । [ଚିତ୍ର 21.12 (i) ଦେଖ], ମନେକର ବଲ୍‌ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ବର୍ତ୍ତମାନ ବଲ୍ ଉପରେ ଗୋଟିଏ ପିନ୍ (କିମ୍ବା କଣ୍ଟା) ଲଗାଇ, ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁରୁ ଆରମ୍ଭ କରି କୁଣ୍ଡଳାକୃତି ଆକାରରେ ସୂତା ଉପର

ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବୃତ୍ତ କରିବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗୁଡ଼ାଅ । ଚିତ୍ର 21.12 (ii) ରେ ଦର୍ଶାହେଲା ପରି । ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକକୁ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବୃତ୍ତ କରିଥିବା ସୂତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ ।



(i)

(ii)

(iii)

Fig. 21.12

ବର୍ତ୍ତମାନ ‘r’ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବଲ୍‌ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ସହ ସମାନ ଏବଂ ଏହାକୁ ସେହି ଏକାପ୍ରକାର ସୂତା ଦ୍ୱାରା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ଆବୃତ୍ତ କର [ଚିତ୍ର 21.12 (iii) ଦେଖ], ଏହି ବୃତ୍ତକୁ ଆବୃତ୍ତ କରିଥିବା ସୂତାରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । ତୁମେ ଏଥିରୁ କ'ଣ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କରିବ ଯେ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲ୍‌କୁ ଆବୃତ୍ତ କରୁଥିବା ସୂତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବୃତ୍ତକୁ ଆବୃତ୍ତ କରୁଥିବା ସୂତାର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଦୁଇଗୁଣ ହେବ ।

ଯେହେତୁ ବ୍ୟବହୃତ ସୂତାଦ୍ୱୟର ମୋଟେଇ ସମାନ ତେଣୁ

ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 × ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2\pi r^2$ (ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ πr^2 ଅଟେ)

ତେଣୁ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= 2 \times 2\pi r^2 = 4\pi r^2$

ଏଣୁ, ଆମେ ପାଇବା

ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $4\pi r^2$

ନିଦା ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 2\pi r^2 + \pi r^2 = 3\pi r^2$

(ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ଅର୍ଥାତ୍ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r)

ଗୋଲକ ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଆୟତନ

ସମାନ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ସମାନ ଉଚ୍ଚତା (ଧର ‘r’) ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ ଓ ଫମ୍ପା କୋନ୍ ନିଅ । ବର୍ତ୍ତମାନ କୋନ୍‌ଟିରେ ବାଲି (କିମ୍ବା ଜଳ) ଭର୍ତ୍ତିକର ଏବଂ ଏହାକୁ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲ୍ ମଧ୍ୟକୁ ଢାଳ, ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ 2 ଥର କର । ତୁମେ ଏହା ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବ ଯେ ଫମ୍ପା ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକଟି ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ବାଲି (କିମ୍ବା ଜଳ) ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇଛି । ଏହା ସୂଚାଉଛି ଯେ ‘r’ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଆୟତନ r ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଓ r ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ କୋନ୍‌ର ଆୟତନର ଦୁଇଗୁଣ ।

ତେଣୁ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଆୟତନ $= 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= 2 \times \frac{1}{3}\pi r^2 . r \quad (\because h = r)$$

$$= \frac{2}{3}\pi r^3$$

ଏଣୁ 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକର ଆୟତନ

$$= 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi r^3$$

ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଆୟତନ $= \frac{2}{3}\pi r^3$

ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ (କିମ୍ବା ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ) ଜାଣି, ଏହି ସୂତ୍ର ଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟବହାର କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ 21.15 :

21ସେ.ମି. ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $(r) = \frac{21}{2}$ ସେ.ମି.

ତେଣୁ ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ ସେ.ମି.^{2}

$= 1386$ ସେ.ମି.^{2}

ଏହାର ଆୟତନ $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2}$ ସେ.ମି.^{3}

$= 4851$ ସେ.ମି.^{3}.

ଉଦାହରଣ ୨୧.୧୬: ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲାକାର ପାତ୍ରର ଆୟତନ 2425.5 ସେ.ମି.^{3} । ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ: ମନେକର, ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲାକାର ପାତ୍ରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି.

ତେଣୁ, $\frac{2}{3}\pi r^3 = 2425.5$

କିମ୍ବା $\frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times r^3 = 2425.5$

କିମ୍ବା $r^3 = \frac{3 \times 2425.5 \times 7}{2 \times 22} = \frac{21 \times 21 \times 21}{8}$, ତେଣୁ $r = \frac{21}{2} = 10.5$

$\therefore$ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 10.5 ସେ.ମି.

ବର୍ତ୍ତମାନ, ପାତ୍ରର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ପାତ୍ରର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$$= 2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} \text{ ସେ.ମି.}^2 = 693 \text{ ସେ.ମି.}^2$$

ମନ୍ତବ୍ୟ : ଯେହେତୁ ପାତ୍ରର ଉପର ଖୋଲାଅଛି ତେଣୁ ଏହାର ଉପର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ πr^2 ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । ଏହାର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରେ ଅନ୍ତଃର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯିବ ନାହିଁ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 21.4

1. 14 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ଆୟତନ 38808 ସେ.ମି.^{3} । ଏହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
3. ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲାକାର ଖେଳନାର ବ୍ୟାସ 56 ସେ.ମି. ହେଲେ ଏହାର (i) ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ii) ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ (iii) ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. 28 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟେ ଧାତବ ନିଦା ବଲ୍‌କୁ ତରଳାଇ, 7 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଛୋଟ ନିଦା ବଲ୍‌ରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି । ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଛୋଟ ବଲ୍ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ କ'ଣ ଶିଖିଲେ

- ଯେଉଁ ବସ୍ତୁଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ରୂପେ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ରହେ ନାହିଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଘନବସ୍ତୁ କୁହାଯାଏ । (ତ୍ରିମାତ୍ରିକ)

- ଘନବସ୍ତୁଟି ଯେଉଁ ତଳମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆବଦ୍ଧ ହୋଇଥାଏ ସେମାନଙ୍କର ମାପକୁ ଏହା ପୃଷ୍ଠତଳ କ୍ଷେତ୍ର'ଳ କୁହାଯାଏ ।
- ଘନବସ୍ତୁଟି ଅଧିକାର କରୁଥିବା ସ୍ଥାନର ମାପକୁ ଆୟତନ କୁହାଯାଏ ।
- କେତେକ ଘନବସ୍ତୁର କେବଳ ସମତଳ ଥାଏ । କେତେକଙ୍କର କେବଳ ବକ୍ରତଳ ଥାଏ ଏବଂ ଆଉ କେତେକଙ୍କର ଉଭୟ ସମତଳ ଓ ବକ୍ରତଳ ଥାଏ ।
- ଆୟତଘନର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 2(\ell b + bh + h\ell)$ ଯେଉଁଠାରେ ଆୟତଘନର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ ℓ, b ଓ h ।
- ଉପରିସ୍ଥ ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣ = $= \sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$
- ସମଘନ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଆୟତଘନ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଧାର ସମ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ।
- 'a' ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $6a^2$ ଓ ଆୟତନ a^3 ।
- ଉପରିସ୍ଥ ସମଘନର କର୍ଣ୍ଣ = $\sqrt{3}.a$ ।
- ℓ, b ଓ h ଆକାର ଗୃହର ଚାରିକାନ୍ଥର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= 2(\ell + b)h$
- ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସରଳ ସିଲିଣ୍ଡର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh$ । ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $2\pi rh + \pi r^2$ ଓ ଆୟତନ $= \pi r^2 h$, ଯେଉଁଠାରେ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ $= r$ ଓ ଉଚ୍ଚତା $= h$ ।
- ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\pi r\ell$ । ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ $= \pi r\ell + \pi r^2$ ଓ ଆୟତନ $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$, ଯେଉଁଠାରେ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ଉଚ୍ଚତା ଓ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ r, h ଓ ℓ ।
- ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ $= 4\pi r^2$ ଓ ଏହାର ଆୟତନ $= \frac{4}{3}\pi r^3$, ଯେଉଁଠାରେ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ r ।
- 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $2\pi r^2$, ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $3\pi r^2$, ଓ ଏହାର ଆୟତନ $= \frac{2}{3}\pi r^3$ ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।
   (i) ଦୈର୍ଘ୍ୟ ℓ, ପ୍ରସ୍ଥ b ଓ ଉଚ୍ଚତା h ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ... ।
   (ii) ଦୈର୍ଘ୍ୟ , ପ୍ରସ୍ଥ b ଓ ଉଚ୍ଚତା h ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣ = ... ।
   (iii) 'a' ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ଆୟତନ = ... ।

(iv) ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱ ଖୋଲାଥିବା ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ..., ଯେଉଁଠାରେ ସିଲିଣ୍ଡର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଉଚ୍ଚତା ଯଥାକ୍ରମେ r ଓ h ।

(v) 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସିଲିଣ୍ଡର ଆୟତନ = ... ।

(vi) କୋନ୍‌ର ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ..., ଯେଉଁଠାରେ r ଓ ଯଥାକ୍ରମେ କୋନ୍‌ର .... ଓ .... ।

(vii) 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ... ।

(viii) 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକର ଆୟତନ = ... ।

2. ଦିଆଯାଇଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଚାରୋଟି ଉତ୍ତର ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ଲେଖ ।

(i) 63 ସେ.ମି. × 56 ସେ.ମି. × 21 ସେ.ମି. ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଆୟତଘନର ସମ ଆୟତନ ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ

(A)21ସେ.ମି. (B)28ସେ.ମି. (C)36ସେ.ମି. (D)42ସେ.ମି.

(ii) ଯଦି ଏକ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧକୁ ଦ୍ୱିଗୁଣ କରାଯାଏ ତେବେ ଏହାର ଆୟତନ ମୂଳ ଆୟତନର କେତେ ଗୁଣ ହେବ ?

(A) 2 ଗୁଣ (B)3 ଗୁଣ (C)4 ଗୁଣ (D)8 ଗୁଣ

(iii) ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ସମଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ସମ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସିଲିଣ୍ଡରର ଆୟତ

(A) କୋନ୍‌ର ଆୟତନ ସହ ସମାନ (B)କୋନ୍‌ର ଆୟତନର ଦୁଇଗୁଣ ।

(C)କୋନ୍ର ଆୟତନର $\frac{1}{3}$ ଅଂଶ । (D)କୋନ୍‌ର ଆୟତନର 3 ଗୁଣ ।

3. ଯଦି ଗୋଟିଏ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ସେ.ମି.^{3} ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 3 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 2.5 ମି. ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 1.5 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. 1.6 ସେ.ମି. ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. 6 ସେ.ମି. × 8 ସେ.ମି. × 10 ସେ.ମି. ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ଆୟତଘନର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. 8 ସେ.ମି. ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ସମଘନର ତିନି ସନ୍ନିହିତ ତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ A, B ଓ C ବର୍ଗ ଏକକ ଓ ଏହାର ଆୟତନ v ଘନ ଏକକ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $V^2 = ABC$ ।

9. ଯଦି ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତ ଖୋଲାଥିବା ଗୋଟିଏ ଫମ୍ପା ସିଲିଣ୍ଡର ଆକୃତିର ନଳର ଉଚ୍ଚତା 10 ସେ.ମି., ବହିଃ ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 10 ସେ.ମି. ଓ ମୋଟେଇ 12 ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi = 3.14)$

10. ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ଆୟତନ 12936 ଘନ ସେ.ମି. ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 21 ସେ.ମି. । ଆଉ ମଧ୍ୟ ଏହାର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. 5.6 ମିଟର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ 20 ମିଟର ଗଭୀର କୂଅଟିଏ 150 ମି. × 70 ମି. ଆକାରର ଏକ ଆୟତାକାର ପଡ଼ିଆରେ ଖୋଳାଯାଇ,ସେଥିରୁ ବାହାରିଥିବା ମାଟିକୁ ପଡ଼ିଆରେ ଅବଶିଷ୍ଟ ଅଂଶରେ ସମାନ ଭାବରେ ବିଛାଇଲେ, ପଡ଼ିଆର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ଆୟତନ 606.375 ମି.^{3} ।

13. 12 ମିଟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 4 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 3 ମିଟର ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କୋଠରୀରେ 2 ମିଟର × 1 ମିଟର ଆକାରର ଦୁଇଟି ଝରକା ଓ 2.5 ମିଟର × 2 ମିଟର ଆକାରର ଗୋଟିଏ କବାଟ ଅଛି । ବର୍ଗମିଟର ପ୍ରତି ଟ30 ଦରରେ କାନ୍ଥଗୁଡ଼ିକୁ କାଗଜ ମଡାଇବାକୁ କେତେ ଖର୍ଚ୍ଚ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଏକ ଘନସେ.ମି. ସୁନାକୁ 0.2 ମିଲିମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ତାର ଟଣାଯାଇଛି । ତାରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi = 3.14)$

15. ଯଦି ଗୋଟିଏ ଗୋଲକର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ତିନିଗୁଣିତ ହୁଏ, ତେବେ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର –

    (i) ମୂଳ ଗୋଲକର ଆୟତନ ଓ ନୂତନ ଗୋଲକର ଆୟତନ

    (ii) ମୂଳ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ ଓ ନୂତନ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ

16. ଗୋଟିଏ କୋନ୍, ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡର ଓ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକ ସମଭୂମି ଓ ସମ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ । ଏମାନଙ୍କର ଆୟତନର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତ ଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଯଥାକ୍ରମେ 25 ସେ.ମି. ଓ 7 ସେ.ମି. । ଏହାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର –

    (i) ବକ୍ରତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

    (ii) ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

    (iii) ଆୟତନ

18. ପ୍ରତ୍ୟେକର ଧାର 5 ସେ.ମି. ବିଶିଷ୍ଟ ଚାରୋଟି ସମଘନକୁ ପ୍ରାନ୍ତକୁ ପ୍ରାନ୍ତ ଯୋଡ଼ାଯାଇଛି । ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ଆୟତଘନ ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

19. ଦୁଇଟି ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ 3 : 2 ଓ ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 7 : 4, ସେମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର-

    (i) ଆୟତନ

    (ii) ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

20. ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଭୁଲ୍ ଦର୍ଶାଅ ।

    (i) 'a' ଧାର ବିଶିଷ୍ଟ ସମଘନର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $6a^2$ ।

    (ii) ଗୋଟିଏ କୋନ୍‌ର ସମଗ୍ର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ର'ଳ $\pi r\ell$, ଯେଉଁଠାରେ r ଓ ℓ ଯଥାକ୍ରମେ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା ।

    (iii) ଯଦି କୋନ୍‌ର ଓ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହୁଅନ୍ତି ତେବେ ଅର୍ଦ୍ଧ ଗୋଲକର ଆୟତନ କୋନ୍‌ର ଆୟତନର ତିନିଗୁଣ ।

    (iv) 'ℓ' ଦୈର୍ଘ୍ୟ, 'b' ପ୍ରସ୍ଥ ଓ h ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ କୋଠରୀ ମଧ୍ୟର ରଖାଯାଇ ପାରୁଥିବା ସବୁଠାରୁ ବୃହତ୍ତମ ବାଡ଼ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $\sqrt{\ell^2 + b^2 + h^2}$ ।

    (v) 'r' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $2\pi r^2$ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

21.1

1. 81 ମି.^{2}, 45 ମି.^{3}
2. 77.76ସେ. ମି.^{2}, 46.656 ସେ.ମି.^{3}
3. 15ସେ.ମି. 1350ସେ.ମି.^{3}
4. 30000 ସେ.ମି.^{3}
5. 384
6. 15 ମିଟର, 117 ମି.^{2}
7. 896ସେ.ମି.^{2}, 1536 ସେ.ମି.^{3}
8. ଟ 460.80
9. $\sqrt{61}$ ମି

21.2

1. 44ମି.^{2}, $201\frac{1}{7}$ ମି.^{2}, 110ମି.^{3}
2. 880 ସେ.ମି.^{2}
3. 80850 ଲିଟର
4. 1386 ସେ.ମି.^{3}
5. 4 ସେ.ମି.
6. 401.92 ସେ.ମି.^{2}

21.3

1. $\frac{1430}{7}$ ସେ.ମି.^{2}, $\frac{2200}{7}$ ସେ.ମି.^{3}
2. 1848 ସେ.ମି.^{3}
3. 2 ସେ.ମି
4. 141.3 ମି
5. 2310 ସେ.ମି.^{2}

21.4

1. 2464 ସେ.ମି.^{2}, $11498\frac{2}{3}$ ସେ.ମି.^{3}
2. 21 ସେ.ମି., 5544 ସେ.ମି.^{2}
3. (i) 9928 ସେ.ମି.^{2} (ii) 14892 ସେ.ମି.^{2} (iii) $92661\frac{1}{3}$ ସେ.ମି.^{3}
4. 64

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (i) $2(\ell b + bh + h\ell)$ (ii) $2(\ell^2 + b^2 + h^2)$ (iii) a^3
 (iv) $2\pi rh + \pi r^2$ (v) $\pi r^2 h$

(vi) $\pi r\ell$, ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ, ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା (vii) $4\pi r^2$ (viii) $\frac{2}{3}\pi r^3$

2. (i) D (ii) D (iii) D

3. 64 ସେ.ମି.^{3} 4. 31.5ମି.^{2}, 11.25ମି.^{3} 5. 11.76 ସେ.ମି.^{2}, .136ସେ.ମି.^{3}

6. $10\sqrt{2}$ ସେ.ମି. 7. $8\sqrt{3}$ ସେ.ମି. 8. [ସୂଚନା $A = \ell \times h$ $B = b \times h$ ଓ $C = h \times \ell$]

9. 621.72ସେ.ମି.^{2} 10. 35ସେ.ମି. 3696 ସେ.ମି.^{2} 11. 8.95 ସେ.ମି.

12. 21ମି. 5544ମି.^{2} 13. ଟ2610 14. 31.84ମି.

15. (i) 1 : 27 (ii) 1 : 9

16. 1 : 3 : 2

17. (i) 550 ସେ.ମି.^{2} (ii) 704 ସେ.ମି.^{2} (iii) 1232 ସେ.ମି.^{3}

18. 350 ସେ.ମି.^{2}, 375 ସେ.ମି.^{3}

19. (i) 63 : 16 (ii) 21 : 8

20. (i) ଠିକ୍ (ii) ଭୁଲ୍ (iii) ଭୁଲ୍ (iv) ଠିକ୍ (v) ଭୁଲ୍

ମାଧ୍ୟମିକ ଗଣିତ ପାଠ୍ୟକ୍ରମ

ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ : ପରିମିତି

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା : 25 *ସମୟ : 45 ମିନିଟ୍*

ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ :

1. ଅନ୍ୟ ଏକ କାଗଜ ଫର୍ଦ୍ଦରେ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।
2. ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ତଥ୍ୟ ଗୁଡ଼ିକ ତୁମ ଉତ୍ତର ଫର୍ଦ୍ଦରେ ଦିଅ ।

   ନାମ

   ଏନ୍‌ରୋଲ୍‌ମେଣ୍ଟ ନଂ -

   ଇିଷୟ -

   ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟର ଆଲୋଚ୍ୟ ବିଷୟ -

   ଠିକଣା -
3. ତୁମ ଅଧ୍ୟୟନ କେନ୍ଦ୍ରର ଗଣିତ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଠାରୁ ତୁମ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟଟିକୁ ସଂଶୋଧନ କରି ନିଅ, ଏଥିରୁ ତୁମେ ତୁମର ଅଗ୍ରଗତି ପାଇଁ ସକାରାତ୍ମକ ପ୍ରୋତ୍ସାହନ ପାଇପାରିବ ।

ଜାତୀୟ ମୁକ୍ତ ବିଦ୍ୟାଳୟ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନକୁ ଅଭ୍ୟାସକାର୍ଯ୍ୟକୁ ପଠାଅ ନାହିଁ ।

1. ଗୋଟିଏ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ମାପ ଯାହା କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\sqrt{3}$ ସେ.ମି.^{2} ତାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ମାପ । [1]

   (a) 8ସେ.ମି.

   (b) 4ସେ.ମି.

   (c) 2ସେ.ମି.

   (d) 16ସେ.ମି.

2. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଅନୁପାତ 3 : 5 : 7 ଯଦି ତ୍ରିଭୁଜର ପରିସୀମା 60 ସେ.ମି. ହୁଏ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ - [1]

   (a) $60\sqrt{3}$ ସେ.ମି.^{2}

   (b) $30\sqrt{3}$ ସେ.ମି.^{2}

(c) $15\sqrt{3}$ ସେ.ମି.^{2}

(d) $120\sqrt{3}$ ସେ.ମି.^{3}

3. ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 96 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଯଦି ଏହାର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ସେ.ମି., ତେବେ ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ [1]

(a) 5 ସେ.ମି.

(b) 6 ସେ.ମି.

(c) 8 ସେ.ମି.

(d) 10 ସେ.ମି.

4. ଗୋଟିଏ ଆୟତଘନର ତିନୋଟି ସନ୍ନିହିତ ତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଯଥାକ୍ରମେ a, b, c ହେଲେ ଏହାର ଆୟତନ [1]

(a) $\sqrt[3]{abc}$

(b) $\sqrt{abc}$

(c) ab

(d) $a^3b^3c^3$

5. 3.5 ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଅର୍ଦ୍ଧଗୋଲାକାର ପାତ୍ରର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ [1]

(a) 38.5 ମି.^{2}

(b) 77 ମି.^{2}

(c) 115.5 ମି.^{2}

(d) 154 ମି.^{2}

6. ଗୋଟିଏ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 20 ମିଟର ଓ 16 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 11 ମିଟର । ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

7. 3 ମିଟର ଓସାରର ଏକ ରାସ୍ତା ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତାକାର ପାର୍କର ଚତୁଃପାର୍ଶ୍ୱରେ ଯାଇଛି ଯାହାର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 9 ମିଟର । ରାସ୍ତାଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

8. ଦୁଇଟି ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ ସିଲିଣ୍ଡରର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ଅନୁପାତ 4 : 5 ଓ ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 5 : 3 । ସେମାନଙ୍କର ଆୟତନର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

9. ଗୋଟିଏ ନିଦା କାଠ କୋନ୍‌ର ଭୂମିର ପରିଧି 44 ମିଟର ଓ ଉଚ୍ଚତା 9 ମିଟର । କୋନ୍‌ର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

10. 41 ମିଟର ବ୍ୟାସ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଲକର ପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଓ ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

11. ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଅନୁପାତ 5 : 12 । ଯଦି ଏହାର ଆୟତନ 3/4 ବର୍ଗମିଟର ହୁଏ, ଏହାର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $(\pi\ 3.14)$ [2]

12. ଗୋଟିଏ ପଡ଼ିଆର ଲମ୍ବ 200 ମିଟର ଓ ଓସାର 75 ମିଟର । 40 ମିଟର ଲମ୍ବ, 20 ମିଟର ପ୍ରସ୍ଥ ଓ 10 ମିଟର ଗଭୀରତାର ଏକ ପୋଖରୀ ଖୋଳାଯାଇ ଏଥିରୁ ବାହାରୁଥିବା ମାଟିକୁ ପଡ଼ିଆ ଉପରେ ସବୁଆଡ଼େ ସମାନ ଭାବରେ ବିଛାଯାଇଛି । ପଡ଼ିଆର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ପାଇବ ? [6]

ମଡ୍ୟୁଲ୍ ୫

ତ୍ରିକୋଣମିତି

ଅନୁମାନ କର ଯେ, ଜଣେ ଗୋଟିଏ ପାହାଡ଼ର ପାଦଦେଶରେ ଠିଆହୋଇ ପାହାଡ଼ର ଶୀର୍ଷଭାଗରେ ଥିବା ଏକ ମନ୍ଦିରକୁ ଚାହିଁଛି । ପାହାଡ଼ ଚଢ଼ିବା ଆରମ୍ଭ କରିବା ପାଇଁ ନିଷ୍ପତ୍ତି ନେବା ପୂର୍ବରୁ ନିଜର ଓ ମନ୍ଦିର ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୂରତାର ଏକ ଆକଳନ କରିବା ପାଇଁ ଇଚ୍ଛାକରେ । ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏହି ସମସ୍ୟା ଏବଂ ଏଥିସହିତ ସଂପର୍କିତ ସମସ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ କେବଳ ଏକ ବିଜ୍ଞାନର ସହାୟତାରେ ସମାଧାନ କରିହେବ ଯାହାକୁ ତ୍ରିକୋଣମିତି (Trigonometry) କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରଥମେ ଏହି ବିଷୟଟି ଖ୍ରୀ:ପୂ: ୧୪୦ରେ ହିପାର୍କସ୍‌ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଆରମ୍ଭ କରାଯାଇଥିଲା । ଅପହଞ୍ଚ ବସ୍ତୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସମ୍ଭାବନାକୁ ସେ ସୂଚାଇଥିଲେ । ୧୫୦ ଖ୍ରୀ:ଅ:ରେ ଟଲେମି ପୂନର୍ବାର ସେହି ସମ୍ଭାବନାକୁ ଉତ୍‌ଥାପନ କରିଥିଲେ ଏବଂ ଏଥିନିମିତ୍ତ ଏକ ସମକ୍ଷେତ୍ରକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ ପ୍ରସ୍ତାବ କରିଥିଲେ । କିନ୍ତୁ ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ (୪୭୬ ଖ୍ରୀ:ଅ:) ପ୍ରଥମେ 'ଜ୍ୟା'ର ନାମ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥିଲେ ଯାହା ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣର 'sine' କୁ ବୁଝାଉଥିଲା । ଏହି ବିଷୟଟି ପୂର୍ଣ୍ଣାକାର ଧାରଣ କରିଥିଲା ଯେତେବେଳେ ଭାସ୍କରାଚାର୍ଯ୍ୟ (୧୧୧୪ ଖ୍ରୀ:ଅ:) 'ଗୋଲାଧ୍ୟାୟ' ଉପରେ ନିଜର କାର୍ଯ୍ୟ ରଚନା କରିଥିଲେ । ସେଥିରେ ସେ 'ଜ୍ୟା', 'କୋଟି ଜ୍ୟା' ଏବଂ 'ସ୍ପର୍ଶ ଜ୍ୟା' ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ଯାହା ଯଥାକ୍ରମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବା ଏକ କୋଣର sine, cosine ଏବଂ tangent ସହ ସମାନର୍ଥ । କିନ୍ତୁ ଏଥିନିମିତ୍ତ ନୀଳକଣ୍ଠ ସୋମସ୍ତୁବାହନ (୧୫୦୦ ଖ୍ରୀ:ଅ:)ଙ୍କୁ ଶ୍ରେୟ ଦିଆଯାଇଥାଏ ଯିଏ ଏହି ବିଜ୍ଞାନର ପ୍ରଭୁତ ବିକାଶ କରିଥିଲେ ଏବଂ କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ଓ ଅବନତି ଭଳି ପଦର ବ୍ୟବହାର କରିଥିଲେ ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା ସଂପର୍କୀୟ ସମସ୍ୟାମାନଙ୍କର ଉଦାହରଣ ଦେଇଥିଲେ ।

ଏହି ଅଧ୍ୟାୟରେ ଆମେ ଏକ ରଶ୍ମିର ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ଥାନରୁ ପରିଶେଷ ସ୍ଥାନକୁ ଘୂର୍ଣ୍ଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ ଋଣାତ୍ମକ କୋଣର ସଂଜ୍ଞା ନିରୂପଣ କରିବା । ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମ କୋଣର ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତମାନ ସଂଜ୍ଞା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ଅନୁପୂରକ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଏବଂ ସର୍ବାଧିକ ଦୁଇଟି ସମକୋଣ ଏବଂ 30^0, 45^0 ଏବଂ 60^0 ପରିମିତ କୋଣ ବ୍ୟବହାର କରି ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତାର ସରଳ ପ୍ରଶ୍ନମାନ ସମାଧାନ କରିବା ।