୧୦

ରେଖା ଓ କୋଣ

ତୁମ ଟେବୁଲ୍ ବା ଡେସ୍କର ଉପରପାଖକୁ ଦେଖ । ବର୍ତ୍ତମାନ ସେହି ଉପର ପାଖରେ ତୁମ ହାତଟି ବୁଲାଅ । ଏହା ତୁମକୁ ଗୋଟିଏ ସମତଳର ଧାରଣା ଦେବ । ଏହାର ଧାର ଗୁଡ଼ିକ ରେଖାର ଧାରଣା ଦେବ, ଏହାର କଣଗୁଡ଼ିକ ବିନ୍ଦୁର ଧାରଣା ଦେବ ଏବଂ କଣଠାରେ ଧାରଦୁଇଟିର ମିଳନ ସ୍ଥଳକୋଣର ଧାରଣା ଦେବ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠଟି ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ତୁମେ

- ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା, ସମତଳ, ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଏବଂ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ସରଳରେଖା ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ;
- ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ସରଳରେଖାସହ ଏକ ଛେଦକ ଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା କୋଣଯୋଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ;
- ଗୋଟିଏ ରେଖାଉପରେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ ରଶ୍ମିଦ୍ୱାରା ଉତ୍ପନ୍ନ କୋଣ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ବୋଲି ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ;
- ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ରେଖାଦ୍ୱାରା, ଉତ୍ପନ୍ନ ପ୍ରତୀପକୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ ବୋଲି ଦର୍ଶାଇପାରିବ;
- ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକରେ ଛେଦ କଲେ;
  (a) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ;
  (b) ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଅନ୍ତଃସ୍ଥକୋଣ ଦୁଇଟି ପରିପୂରକ ହୁଅନ୍ତି;
  ଏହି ସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ;
- ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ବୋଲି ପ୍ରମାଣ କରିପାରିବ;
- ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ, ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ, ଏହି ସତ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ;
- ଲୋକସ୍ (ସଞ୍ଚାର ପଥ) ଧାରଣାର ବ୍ୟାଖ୍ୟା କରିପାରିବ ଓ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନର ଘଟଣାବଳୀ ମଧ୍ୟରେ ଏହାର ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ ।
- ପାଠ୍ୟଖସଡ଼ାରେ ଥିବା ପରକାଙ୍କିତ ଫଳାଫଳ ଆଧାରିତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳ ଓ ତାରକାଚିହ୍ନିତ ହୋଇନଥିବା ଫଳାଫଳ ଉପରେ ଆଧାରିତ ପ୍ରତ୍ୟକ୍ଷ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀକୁ ସମାଧାନ କରିପାରିବ ।

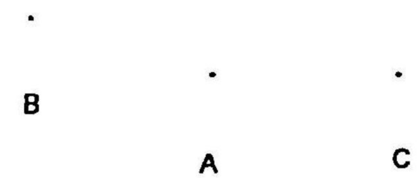
ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା, ସମତଳ, ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ସରଳରେଖା, ରଶ୍ମି ଓ କୋଣ;
- ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା;

10.1 ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା ଓ କୋଣ

ତୁମେ ପୂର୍ବଶ୍ରେଣୀରେ ବିନ୍ଦୁ, ରେଖା, ସମତଳ ଓ କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିଛ । ଆସ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଯଥାଶୀଘ୍ର ମନେ ପକାଇବା ।

ବିନ୍ଦୁ : ଆମେ ଗୋଟିଏ କଲମ ବା ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଅଗ୍ରଭାଗକୁ ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ ଚାପିଦେବ । ତେବେ କାଗଜ ଉପରେ ସୂକ୍ଷ୍ମ ଦାଗଟି ଲାଗିବାର ଦେଖାଯିବ । ସେହି ଦାଗକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

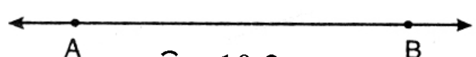


ଚିତ୍ର 10.1

ଗୋଟିଏ ଅବସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ବିନ୍ଦୁର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ଏବଂ ଇଂରାଜୀ ବଡ଼ ଅକ୍ଷର A, B, C ଆଦି ଦ୍ୱାରା ଏହାର ନାମକରଣ କରାଯାଏ ।

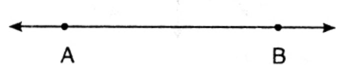
10.1.1 ରେଖା

ବର୍ତ୍ତମାନ ତୁମ ଖାତାର ଗୋଟିଏ ପୃଷ୍ଠାରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଚିହ୍ନଟ କର । ସେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ସ୍କେଲ୍ ବା ରୁଲ୍‌ର ଧାର ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗକରି ଗୋଟିଏ ଗାର ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହାକୁ ଉଭୟ ଦିଗକୁ ବଢ଼ାଅ । ଏହା ହେଉଛି ଏକ ସରଳରେଖା ବା ରେଖା ।



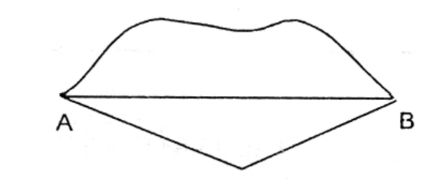
ଚିତ୍ର 10.2

ଜ୍ୟାମିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ବିସ୍ତୃତ ଓ ଏହାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ଏହାର ଉଭୟ ପ୍ରାନ୍ତରେ ତୀରଚିହ୍ନ ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଗୋଟିଏ ରେଖାର ନାମକରଣ କରିବାପାଇଁ ଏହା ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁକୁ ବ୍ୟବହାର କାରାଯାଏ । ଯଥା : ଗୋଟିଏ ରେଖାକୁ AB ରୂପେ ବା ଗୋଟିଏ ଇଂରାଜୀ ଛୋଟ ଅକ୍ଷର *l*, m ଆଦି ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ (ଚିତ୍ର 10.3 ଦେଖ) ।



ଚିତ୍ର 10.3

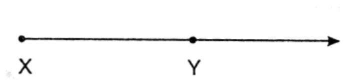
ସରଳରେଖା AB ର A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଅଂଶକୁ ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏହାକୁ AB ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ । ଲକ୍ଷ୍ୟରେ ଯେ AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ହେଉଛି A ଓ B ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଦୂରତା (ଚିତ୍ର 10.4 ଦେଖ)



ଚିତ୍ର 10.4

10.1.2 ରଶ୍ମି :

ଆମେ ଯଦି X ନାମକ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ଓ x ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଏକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ଏହାକୁ ଗୋଟିଏ ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ବଢ଼ାଇବା, ତେବେ ଆମେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟି ପାଇବା ତାହା ହେବ ଏକ ରଶ୍ମି ।

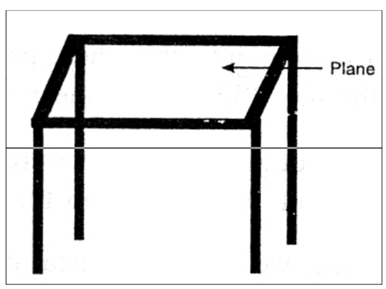


ଚିତ୍ର 10.5

X ବିନ୍ଦୁକୁ XY ରଶ୍ମିର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ବା ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

10.1.3 ସମତଳ

ଆମେ ଯଦି ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ଆମର ହାତପାପୁଲିକୁ ବୁଲାଇବା, ଆମେ ଏକ ସମତଳର ଧାରଣା ପାଇବା ।

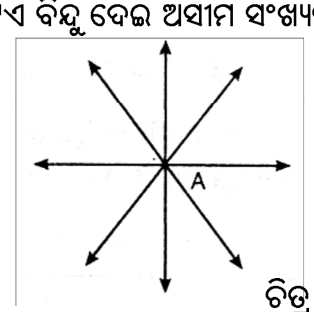


ଚିତ୍ର 10.6

ସହିପରି ଗୋଟିଏ ଘରର ଚଟାଣ ମଧ୍ୟ ଆମକୁ ଗୋଟିଏ ସମତଳର ଏକ ଅଂଶର ଧାରଣା ଦେଇଥାଏ । ଏକ ସମତଳ ମଧ୍ୟ ଏହା ଲମ୍ବଦିଗରେ ତଥା ଏହାର ପ୍ରସ୍ଥ ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବରେ ବିସ୍ତୃତ ।

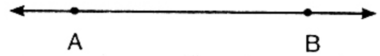
ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ପୃଷ୍ଠା ଉପରେ A ନାମକ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର । ଏହି ବିନ୍ଦୁ ନେଇ କେତୋଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ ? ତୁମେ ଯେତେ ଚାହଁ ସେତେ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବ ।

ବାସ୍ତବତଃ ଆମେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବୁ ।



ଚିତ୍ର 10.7

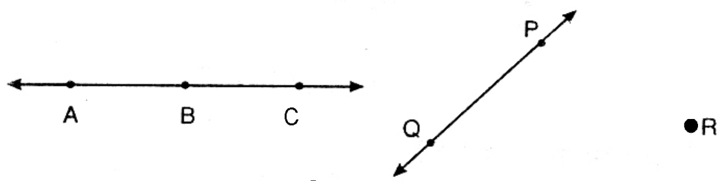
A ଠାରୁ କିଛି ଦୂରରେ ଆଉ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ B ଚିହ୍ନଟ କର । ଆମେ B ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ମଧ୍ୟ ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିପାରିବା ।



ଚିତ୍ର 10.8

ଏହି ରେଖାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେତୋଟି ରେଖା A ଓ B ଉଭୟ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇ ପାରିବ ? A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ରେଖାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେବଳ ଗୋଟିଏ ରେଖା B ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଯାଇପାରିବ । ଏଣୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଦେଇ କେବଳ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରିବା ସମ୍ଭବ । ଆମର ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା ଯେ **ଦତ୍ତଥିବା ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ଓ କେବଳ ଗୋଟିଏ ରେଖାଅଙ୍କନ କରାଯାଇପାରିବ ।**

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଏକ ସମତଳରେ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ ନେବା ।



ଚିତ୍ର 10.9

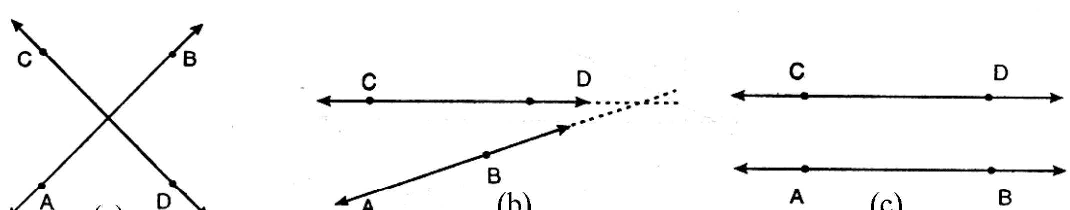
ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ପାରିବା ଯେ ଏକ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରେ ବା ସମ୍ଭବ ନହୋଇପାରେ ।

ତିନୋଟି ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ହେଲେ, ସେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ **ଏକରେଖୀ** ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଚିତ୍ର 10.9 ରେ ଥିବା A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଏକରେଖୀ ।

ଯଦି ତିନୋଟି (ବା ଅଧିକ ଗୋଟି) ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଗୋଟିଏ ରେଖା ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ନହୁଏ, ତେବେ ସେ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ **ଅଣରେଖୀ** ବିନ୍ଦୁ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଚିତ୍ର 10.9 ରେ ଥିବା P, Q ଓ R ବିନ୍ଦୁ ତିନୋଟି ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ।

ଯେହେତୁ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥାନ କରନ୍ତି, ଏଣୁ ତିନିଗୋଟି ବା ତା'ଠାରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବିନ୍ଦୁଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ "ଏକରେଖୀ" ଶବ୍ଦ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ।

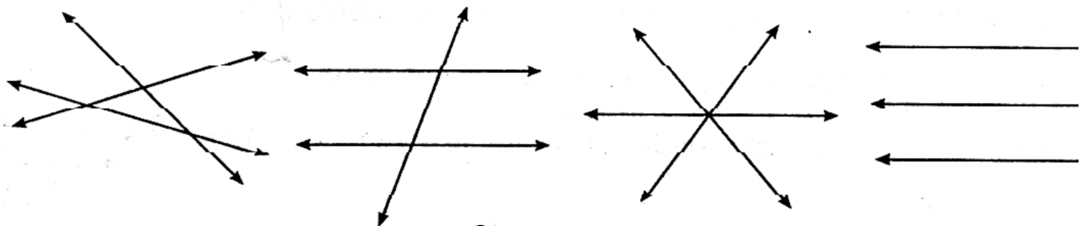
ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ଗୋଟିଏ ସମତଳରେ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ସରଳରେଖା A, B ଓ C, D ନେବା ।



ଚିତ୍ର 10.10

ସେ ରେଖାଦୁଇଟିର କେତେ ଗୋଟି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଥାଇପାରେ ? ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ପାରିବା ଯେ ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର ହୁଏତ (i) ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ରହିବ ଯେପରି ଚିତ୍ର 10.10 (a) । ଏ କ୍ଷେତ୍ରର ସେ ରେଖାଦୁଇଟିକୁ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ରେଖା କୁହାଯାଏ । ଅଥବା ।

ସେ ରେଖା ଦୁଇଟିର କୌଣସି ଛେଦବିନ୍ଦୁ ରହିବ ନାହିଁ ଯେପରି ଚିତ୍ର (i) । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖା । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସମତଳରେ ଥିବା ତିନୋଟି ତିନୋଟି (ବା ଅଧିକ) ସରଳରେଖାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ।



ଚିତ୍ର **10.11**

ସମ୍ଭାବନା ଗୁଡ଼ିକ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ?

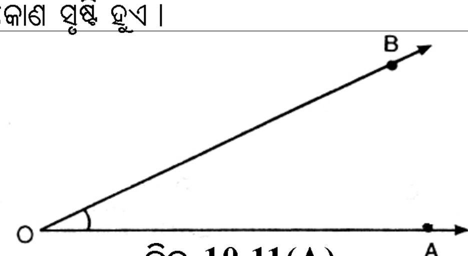
(i) ସେଗୁଡ଼ିକ ଏକାଧିକ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିପାରନ୍ତି ଚିତ୍ର 10.11 (a) ଓ ଚିତ୍ର 10.11 (b) ଭଳି ।

କିମ୍ବା (ii) ସେଗୁଡ଼ିକ କେବଳ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରିପାରନ୍ତି । ଚିତ୍ର 10.11 (c) ଭଳି । ଏପରି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେମାନଙ୍କୁ **ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

କିମ୍ବା (iii) ସେଗୁଡ଼ିକ ଅଣଛେଦୀ ଓ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହୋଇପାରନ୍ତି, ଚିତ୍ର 10.11 (d) ଭଳି ।

10.1.4 କୋଣ

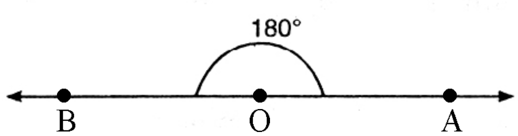
ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ତା'ର ନାମ ଦିଅ O ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁରୁ OA ଓ OB ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର । ଆମେ ଯେଉଁ ଚିତ୍ରଟି ପାଇଲେ, ତାହା ହେଉଛି ଏକ କୋଣ । ଏହିପରି ଗୋଟିଏ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଥିବା ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ।



ଚିତ୍ର **10.11(A)**

ଏହି କୋଣକୁ କୋଣ AOB ଅଥବା BOA କୋଣ O ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ଏହାକୁ $\angle AOB$ ଅଥବା $\angle BOA$ ଅଥବା $\angle O$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.11 (A) ଦେଖ)

ଏହି କୋଣକୁ ଡିଗ୍ରୀ ଏକକରେ ମାପ କରାଯାଏ । ଆମେ ଯଦି ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ O ନେଉ ଏବଂ O ମୂଳବିନ୍ଦୁଥିବା ଦୁଇଟି ରଶ୍ମିକୁ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ଦିଗରେ ଅଙ୍କନ କରୁ, ତେବେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା କୋଣର ପରିମାପକୁ ଆମେ 180^0 ଡିଗ୍ରୀ ବୋଲି ଧରି ନେଉ ଏବଂ ଏହାକ ଆମେ 180^0 ରୂପେ ଲେଖୁ ।

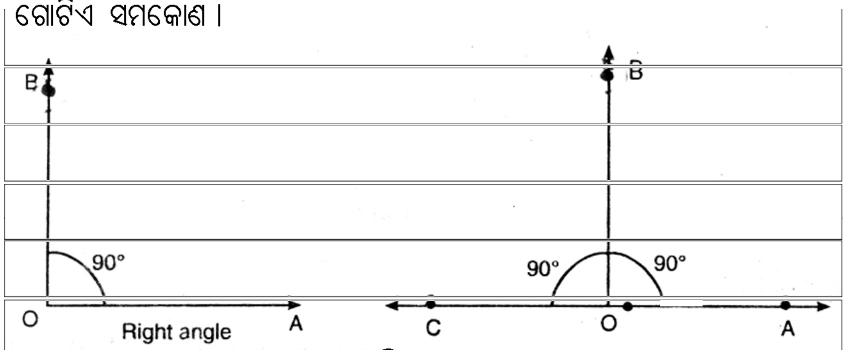


ଚିତ୍ର **10.12**

ଏହି କୋଣର 180ଟି ସମାନ ଭାଗକଲେ ତେବେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ପରିମାଣକୁ ଏକ ଡିଗ୍ରୀ କୁହାଯାଏ ।

ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ରଶ୍ମିଦ୍ୱାରା ଗଠିତ କୋଣକୁ **ସରଳକୋଣ** କୁହାଯାଏ ।

90^0 ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣକୁ ସମକୋଣ କୁହାଯାଏ, ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଚିତ୍ର 10.13 ରେ , ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମକୋଣ ।

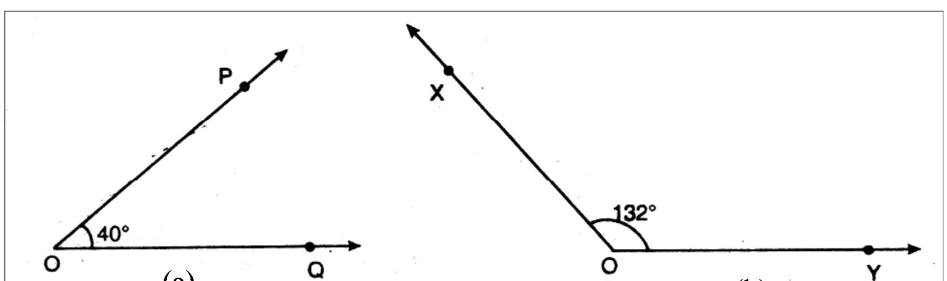


ଚିତ୍ର 10.13

ଦୁଇଟି ରଶ୍ମି ବା ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପର ମଧ୍ୟରେ ସମକୋଣ ଗଠନ କଲେ ଉକ୍ତ ରଶ୍ମି ଦ୍ୱୟ ବା ଉକ୍ତ ରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ପରସ୍ପର ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ବୋଲି କୁହାଯାଏ, ଚିତ୍ର 10.13ରେ OB ପ୍ରତି OA ଲମ୍ବ ବୋଲି ବା OA ପ୍ରତି OB ଲମ୍ବବୋଲି କହିପାରିବା ।

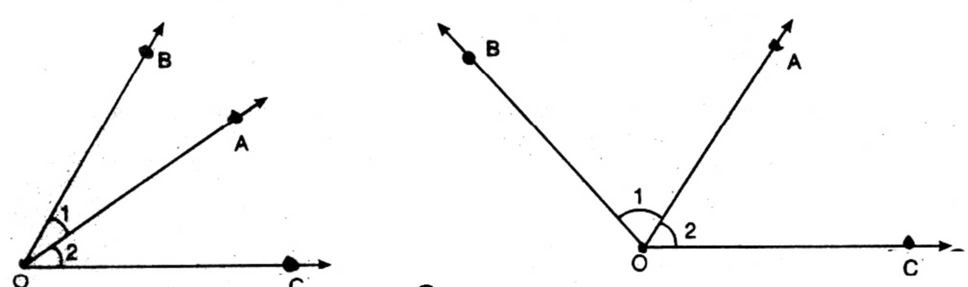
90^0 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣକୁ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଚିତ୍ର 10.14 (a) ରେ ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ।

90^0 ଠାରୁ ବୃହତ୍ତର ଏବଂ 180^0 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣକୁ **ସ୍ଥୂଳକୋଣ** କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଚିତ୍ର 10.14 (b) ରେ ଏକ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ।



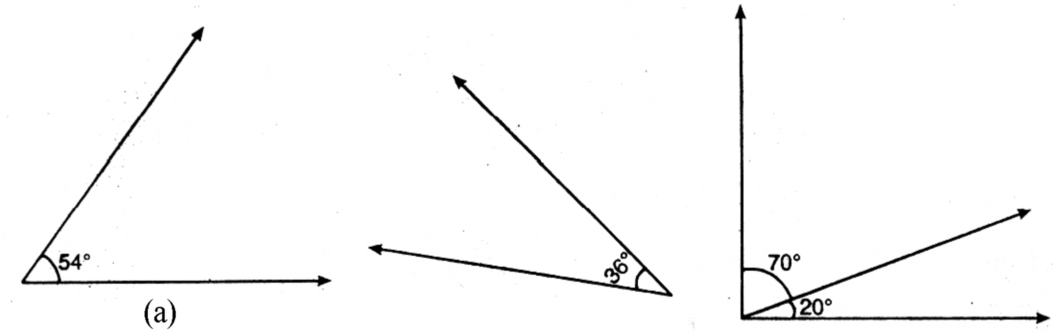
(a) ଚିତ୍ର 10.14 (b)

10.2 କୋଣ ଯୋଡ଼ି



ଚିତ୍ର 10.15

ଚିତ୍ର 10.15ରେ ଥିବା ଚିତ୍ର (a) ଓ ଚିତ୍ର (b) କୁ ଦେଖ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ଓ ଚିହ୍ନିତ କୋଣଦ୍ୱୟର ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ O ଏବଂ ଗୋଟିଏ ସାଧାରଣ ବାହୁ OA, ବାହୁ OB ଏବଂ OC ମଧ୍ୟରେ ରହିଛି । ଏଭଳି ଦୁଇଟି କୋଣକୁ **ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଯୋଡ଼ି** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

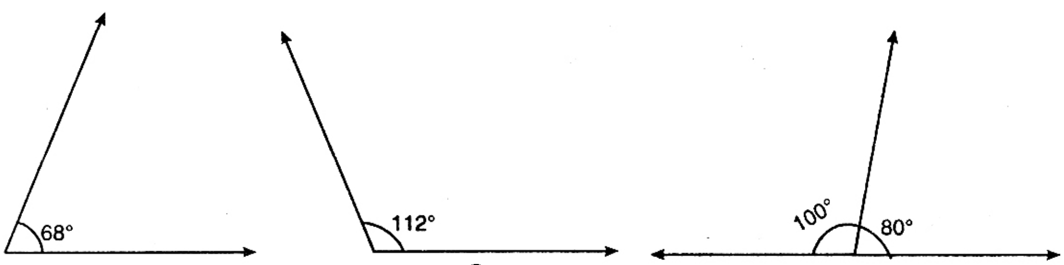


(a) (b)

ଚିତ୍ର **10.16**

ଚିତ୍ର 10.16 [(a) ଓ (b)] ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା କୋଣକୁ ଦେଖ । ସେହି କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0 ।

ଯେଉଁ ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0, ସେ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ *ଅନୁପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ି* ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଏହି ଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଅନ୍ୟଟିର *ଅନୁପୂରକ* ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।



(a) ଚିତ୍ର **10.17** (b)

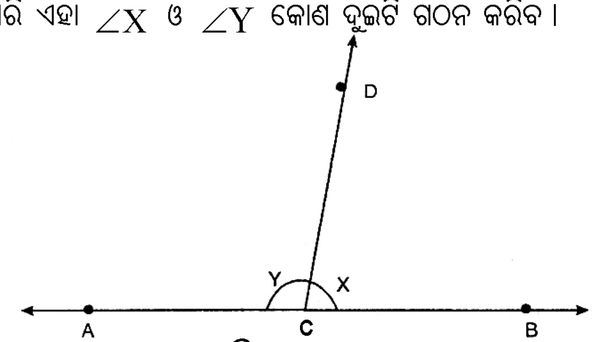
ଚିତ୍ର 10.17 [(a) ଓ (b)] ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଥିବା କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

ଏହି କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

ଯେଉଁ ଦୁଇଟି କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ସେ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ ପରିପୂରକ କୋଣ ଯୋଡ଼ି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଏହି କୋଣ ଯୋଡ଼ି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଅନ୍ୟଟିର **ପରିପୂରକ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ରେଖା AB ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ C ନେଇ, ସେଠାରେ CD ରଶ୍ମି ଅଙ୍କନ କର ଯେପରି ଏହା $\angle X$ ଓ $\angle Y$ କୋଣ ଦୁଇଟି ଗଠନ କରିବ ।



ଚିତ୍ର **10.18**

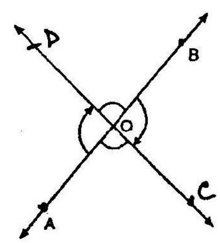
ଟିପ୍ପଣୀ

ଆମେ ଯଦି $\angle X$ ଓ $\angle Y$ କୁ ମାପି ଦୁଇଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା, ତେବେ ସେ ପରିମାଣ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହେବାର ଦେଖିବା । CD ରଶ୍ମିର ଅବସ୍ଥିତି ଯେପରି ହେଉ ପଛେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଫଳାଫଳ ତାହାହିଁ ରହିବ । ତେଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିବା

ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମିର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଏକ ରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତି ଥାଇ ରଶ୍ମିଟି ଉକ୍ତ ରେଖା ସହ ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ କରିବ, ସେ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହେବ ।

ଚିତ୍ର 10.18 ରେ ଥିବା ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଦୁଇଟିକୁ **ସରଳଯୋଡ଼ି** କୁହାଯାଏ ।
ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ସେ କୋଣ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ପରିପୂରକ କୋଣ ।

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରଛେଦୀ ରେଖା AB ଓ CD ଅଙ୍କନ କର ଓ ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O ।



ଚିତ୍ର 10.19

$\angle AOC$ ଓ $\angle BOD$ କୋଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ବିପରୀତ କୋଣ । ଏହି କୋଣଦୁଇଟିକୁ **ପ୍ରତୀପକୋଣ** କୁହାଯାଏ । ସେ ଦୁଇଟିକୁ ମାପି ସେମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ $\angle AOC = \angle DOB$

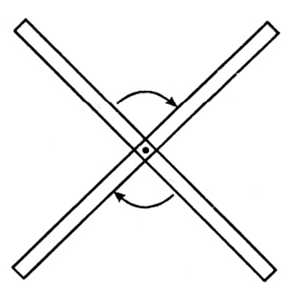
$\angle AOD$ ଏବଂ $\angle BOC$ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ । ସେ ଦୁଇଟିକୁ ମାପିଲେ, ତୁମେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ

ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିବା-

ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କଲେ, ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପକୋଣ ପରସ୍ପର ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

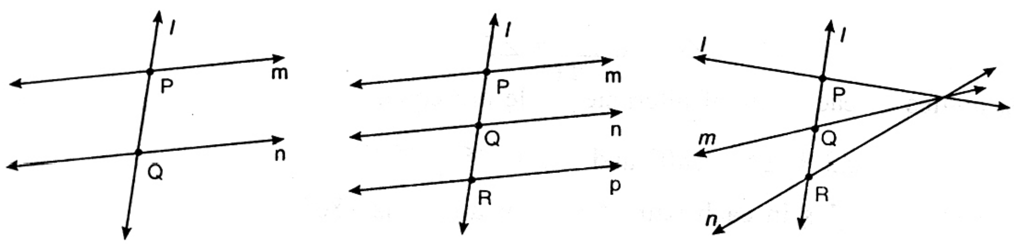
ତୁମ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :

ଦୁଇଟି କାଗଜ ପଟିନେଇ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ଚିତ୍ରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ପରି ପିନ୍ କିମ୍ବା କଣ୍ଟା ଦ୍ୱାରା ଯୋଡ଼ । ଗୋଟିକୁ ନିଜ ସ୍ଥାନରେ ସ୍ଥିର ରଖି ଅନ୍ୟଟିକୁ ଘୁରାଅ । ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ ଯେ ପ୍ରତୀପ କୋଣ ଦୁଇଟି ସର୍ବଦା ସମାନ ପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।



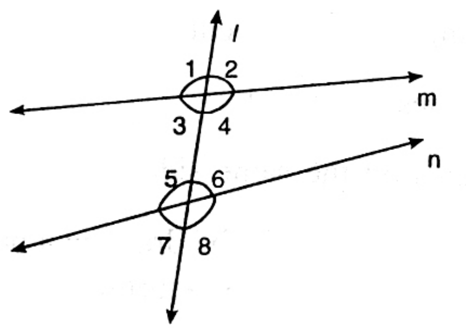
ଚିତ୍ର 10.20

ଗୋଟିଏ ରେଖା ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇରୁ ଅଧିକ ଗୋଟି ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ, ଏହାକୁ ଛେଦକ ରେଖା ବା ଛେଦକ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଚିତ୍ର 10.21ରେ l ନାମକ ରେଖା ହେଉଛି ଏକ ଛେଦକ ।



ଚିତ୍ର 10.21

ଏକ ଛେଦକରେଖା ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଛେଦକଲେ, ଆଠ ଗୋଟି କୋଣ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୁଏ ।



ଚିତ୍ର 10.22

ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାର ଧର୍ମ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପାଠର ଆଲୋଚନା ସମୟରେ ଉପରୋକ୍ତ କୋଣର ଯୋଡ଼ିମାନ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ।

(a) $\angle 1$ ଓ $\angle 5$ ହେଉଛି ଏକ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ । $\angle 2$ ଓ $\angle 6$, $\angle 3$ ଓ $\angle 7$ ଏବଂ $\angle 4$ ଓ $\angle 8$ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ତିନିଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ ।

(b) $\angle 3$ ଓ $\angle 6$ ହେଉଛନ୍ତି ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ । $\angle 4$ ଓ $\angle 5$ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ ।

(c) $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ ହେଉଛି ଛେଦକ ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣ । $\angle 4$ ଓ $\angle 6$ ହେଉଛନ୍ତି ଛେଦକ ରେଖାର ଅନ୍ୟ ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଆଉ ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ।

ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ର 10.22 ରେ ରେଖା m ଓ n ସମାନ୍ତର ନୁହନ୍ତି; ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ବୋକ୍ତ କୋଣ ଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ପ୍ରକାର ସମ୍ପର୍କ ନଥାଇପାରେ । ମାତ୍ର ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ହେଲେ, ଉପରୋକ୍ତ କୋଣ ଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେତେକ ସମ୍ପର୍କଥିବାର ଦେଖିବା ଏବଂ ଏହି ସମ୍ପର୍କ ଅତ୍ୟନ୍ତ ଉପଯୋଗୀ । ନିମ୍ନରେ ସେହି ସମ୍ପର୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦକଲେ ସମାନ୍ତର ରେଖା ଓ ଛେଦକ ରେଖା ଯେ କୌଣସି ଅବସ୍ଥିତିରେ, ଆଠଟି କୋଣ ସୃଷ୍ଟି ହେବ ।

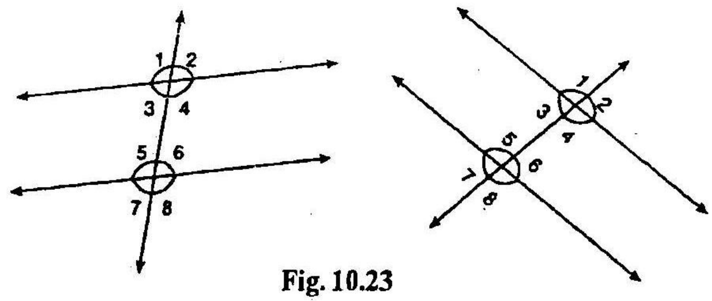


Fig. 10.23

ଆମେ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକ ମାପିଲେ, ଆମେ ସର୍ବଦା ଦେଖିବା

$\angle 1 = \angle 5, \ \angle 2 = \angle 6, \ \angle 3 = \angle 7$ ଏବଂ $\angle 4 = \angle 8$

ଅର୍ଥାତ୍, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ ।

ପୁନଶ୍ଚ, $\angle 3 = \angle 6$ ଏବଂ $\angle 4 = \angle 5$

ଅର୍ଥାତ୍, ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ

ପୁନଶ୍ଚ, $\angle 3 + \angle 5 = 180^0$ ଏବଂ $\angle 4 + \angle 5 = 180^0$ ତେଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିବା :

ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ,

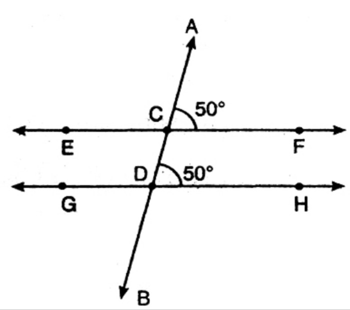
(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ

(ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣର ପରିମାଣ ସମାନ

(iii) ଛେଦକ ରେଖାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ଅନ୍ତସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

ତୁମେ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଅଙ୍କନ କରି (ତୁମ ସ୍କେଲର ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ଧାରର ବ୍ୟବହାର କରି) ଏବଂ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ଯେଉଁ କୋଣ ଗୁଡ଼ିକ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେବ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମାପକରିବା ଦ୍ୱାରା ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଫଳାଫଳ ଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ବିପରୀତ ଉକ୍ତି ମଧ୍ୟ ସତ୍ୟ । ପ୍ରଥମ ଉକ୍ତିର ବିପରୀତ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିବାଲାଗି ଆମେ ଏକ ସରଳରେଖା AB ଅଙ୍କନ କରି ତହିଁରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ C ଓ D ଚିହ୍ନଟ କରିବା (ଚିତ୍ର 10.24 ଦେଖ)



ଚିତ୍ର 10.24

C ଓ D ବିନ୍ଦୁରେ ସମାନମାପ (ମନେକର 50^0) ବିଶିଷ୍ଟ କୋଣ ACF ଓ CDH ଅଙ୍କନ କରିବା । EF ଓ GH ରେଖା ଦୁଇଟିକୁ ଉଭୟ ଦିଗରେ ଯେତେ ବର୍ଦ୍ଧିତ କଲେ ମଧ୍ୟ ସେ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ ନ କରୁଥିବାର ଦେଖିବା ।

ଏଣୁ, ସେ ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର । ସେହିପରି ଭାବରେ ଆମେ ଅନ୍ୟ ଉକ୍ତି ଦୁଇଟିର ବିପରୀତ ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ମଧ୍ୟ ପ୍ରତିପାଦନ କରିପାରିବା ।

ଏଣୁ ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିବା ;

ଦୁଇଟି ରେଖାକୁ ଏକ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦ କଲେ, ଯଦି

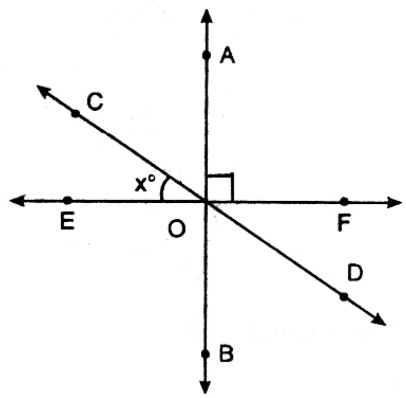
(i) ଯେ କୌଣସି ଅନୁରୂପ କୋଣଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ;

ଅଥବା, (ii) ଯେ କୌଣସି ଏକାନ୍ତର କୋଣଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣ ସମାନ ହୁଏ;

ଅଥବା (iii) ଛେଦକ ରେଖା ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ ଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ହୁଏ । ତେବେ ଅଙ୍କନ କରାଯାଇଥିବା ରେଖାଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ।

ଉଦାହରଣ 10.1 :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ବହୁ ବିକଳ୍ପ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କରେ ଥିବା ବିକଳ୍ପମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛ ।



ଚିତ୍ର 10.25

(i) ଚିତ୍ର 10.25ରେ, $\angle FOD$ ଓ $\angle BOD$ ହେଉଛନ୍ତି

(a) ପରିପୂରକ କୋଣ

(b) ଅନୁପୂରକ କୋଣ

(c) ପ୍ରତୀପ କୋଣ

(d) ସରଳ ଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରୁଥିବା କୋଣ

ଉତ୍ତର : (b)

(ii) ଚିତ୍ର 10.25ରେ, $\angle COE$ ଓ $\angle BOE$ ହେଉଛନ୍ତି

(a) ଅନୁପୂରକ କୋଣ (b) ପରିପୂରକ କୋଣ

(c) ସରଳଯୋଡ଼ି ଗଠନ କରୁଥିବା କୋଣ (d) ସନ୍ନିହିତ କୋଣ

ଉତ୍ତର : (d)

(iii) ଚିତ୍ର 10.25ରେ, ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(a) x^0 (b) $(90+x)^0$

(c) $(90-x)^0$ (d) $(180-x)^0$

ଉତ୍ତର : (c)

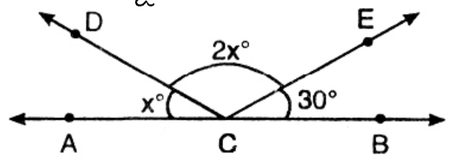
(iv) ଗୋଟିଏ କୋଣ, ତା'ର ପରିପୂରକ କୋଣର 4 ଗୁଣ ହେଲେ, କୋଣଟିର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(a) 39^0 (b) 72^0

(c) 108^0 (d) 144^0

ଉତ୍ତର : (d)

(v) ଚିତ୍ର 10.26 ରେ xର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ ACB ଏକ ସରଳକୋଣ ହେବ



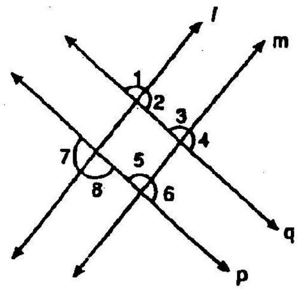
ଚିତ୍ର 10.26

(a) 30^0 (b) 40^0

(c) 50^0 (d) 60^0

ଉତ୍ତର : (c)

ଚିତ୍ର 10.27ରେ l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଏବଂ p ଓ q ରେଖା ସମାନ୍ତର ।



ଚିତ୍ର 10.27

(vi) $\angle 3$ ଓ $\angle 5$ କୋଣଦ୍ୱୟଟି ହେଉଛନ୍ତି

(a) ଏକାନ୍ତର କୋଣ (b) ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ

(c) ପ୍ରତୀପ କୋଣ (d) ଅନୁରୂପ କୋଣ

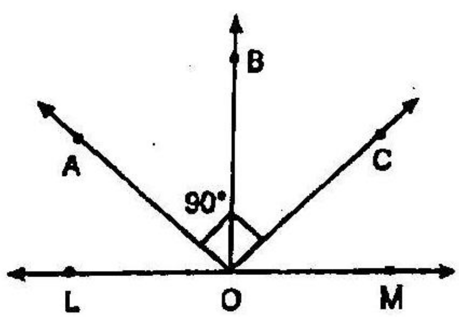
ଉତ୍ତର : (d)

(vii) ଚିତ୍ର 10.27ରେ, $\angle 1 = 80^0$ ହେଲେ, $\angle 6$ ର ପରିମାଣ

(a) 80^0 (b) 90^0

(c) 100^0 (d) 110^0

ଉତ୍ତର : (c)



ଚିତ୍ର 10.28

(viii) ଚିତ୍ର 10.28ରେ, $\angle LOB$ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ହେଉଛି OA, $\angle MOB$ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ହେଉଛି OC ଏବଂ $\angle AOC = 90°$ । ପ୍ରମାଣକର ଯେ L, O, M ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି ।

ସମାଧାନ : $\angle BOL = 2\angle BOA$ ....(i)

ଏବଂ $\angle BOM = 2\angle BOC$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) କୁ ଯୋଗକଲେ ପାଇବା, $\angle BOL + \angle BOM = 2\angle BOA + 2\angle BOC$

$\therefore \angle LOM = 2[\angle BOA + \angle BOC]$

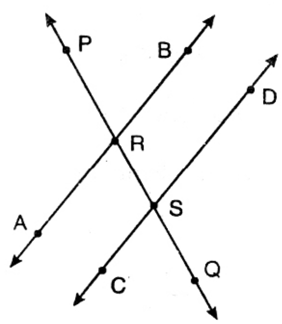
$= 2 \times 90^0$

$= 180^0 =$ ଏକ ସରଳକୋଣ

$\therefore$ L, O ଏବଂ H ଏକରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 10.1

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ବହୁ ବିକଳ୍ପ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କର ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛ :



ଚିତ୍ର 10.29

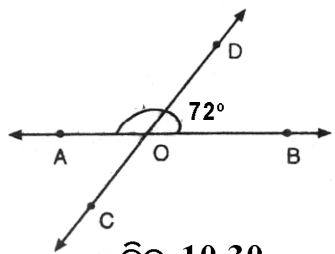
1. ଚିତ୍ର 10.29ରେ, AB II CD ଏବଂ PQ ରେଖା ଉକ୍ତ ରେଖାଦ୍ୱୟଟିକୁ R ଓ S ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି ।

   (i) $\angle ARS$ ଓ $\angle BRS$ ହେଉଛନ୍ତି
   - (a) ଏକଯୋଡ଼ା ଏକାନ୍ତର କୋଣ
   - (b) ଏକ ସରଳଯୋଡ଼ି
   - (c) ଏକ ଯୋଡ଼ା ଅନୁରୂପ କୋଣ
   - (d) ଏକ ଯୋଡ଼ା ପ୍ରତୀପ କୋଣ

   (ii) $\angle ARS$ ଓ $\angle RSD$ ହେଉଛନ୍ତି
   - (a) ଏକାନ୍ତର କୋଣ (b) ପ୍ରତୀପ କୋଣ
   - (c) ଅନୁରୂପ କୋଣ (d) ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣ

   (iii) $\angle PRB = 60^0$ ହେଲେ, $\angle QSC$ ହେଉଛନ୍ତି ଏକ ଯୋଡ଼ ।
   - (a) 120^0 (b) 60^0

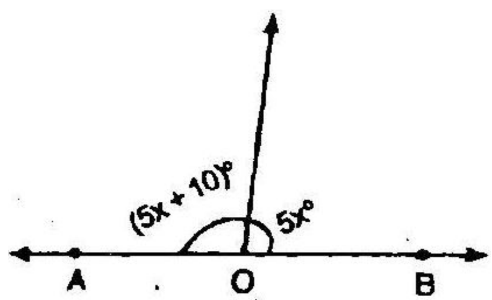
(c) 30^0 (d) 90^0



ଚିତ୍ର 10.30

(iv) ଚିତ୍ର 10.30ରେ, AB ଓ CD ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । $\angle COB$ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

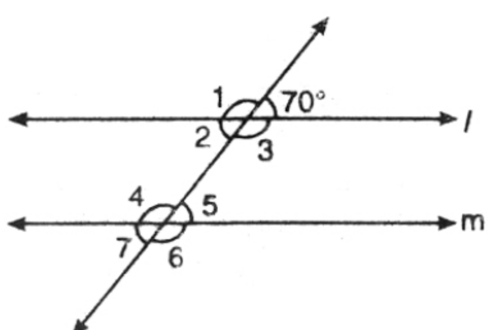
(a) 36^0 (b) 72^0
(c) 108^0 (d) 144^0



ଚିତ୍ର 10.31

2. ଚିତ୍ର 10.31ରେ, AB ଏକ ସରଳରେଖା । xର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

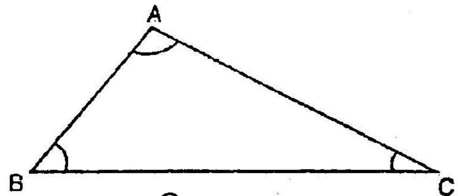
3. ଚିତ୍ର 10.31ରେ, l ଓ m ରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର, 1 ଠାରୁ 7 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନିତ କୋଣଗୁଡ଼ିକର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ଚିତ୍ର 10.32

10.3 ତ୍ରିଭୁଜ, ଏହାର ପ୍ରକାରଭେଦ ଓ ଧର୍ମ

ଏକ ସମତଳରେ ଅଙ୍କନ ସମ୍ଭବ ବହୁଭୁଜମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଉଛି ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ସରଳତମ ବହୁଭୁଜ ।



ଚିତ୍ର 10.33

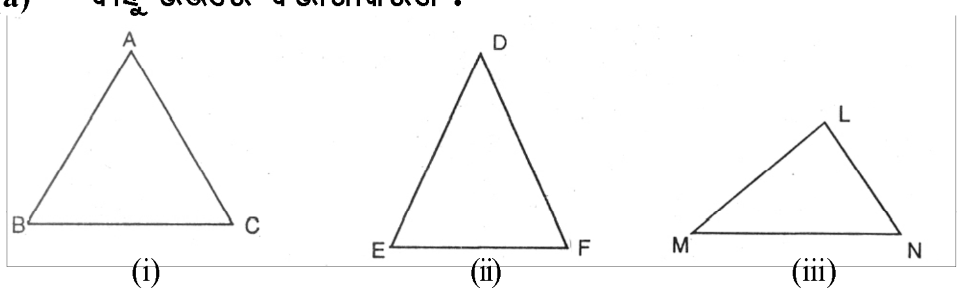
ଏହା ହେଉଛି ତିନୋଟି ରେଖାଖଣ୍ଡଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଏକ ଆବଦ୍ଧ ଚିତ୍ର । ଏହାର ଛଅଗୋଟି ଉପାଦାନ ରହିଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ତିନୋଟି କୋଣ (i) $\angle ABC$ ବା $\angle B$ (ii) $\angle ACB$ ବା $\angle C$ (iii) $\angle CAB$ ବା $\angle A$ ଏବଂ ତିନୋଟି ବାହୁ : (iv) AB (v) BC (vi) CA ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ।

ଏହାକୁ ΔABC ବା ΔBAC ବା ΔCBA ନାମିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ତ୍ରିଭୁଜ ABC ବା ତ୍ରିଭୁଜ BAC ବା ତ୍ରିଭୁଜ CBA ରୂପେ ପଢ଼ାଯାଏ ।

10.3.1 ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ

ତ୍ରିଭୁଜମାନଙ୍କୁ ଦୁଇଟି ପ୍ରକାରରେ ବିଭାଗୀକରଣ କରାଯାଏ ।

(a) ବାହୁ ଭିତ୍ତିରେ ବିଭାଗୀକରଣ :



ଚିତ୍ର 10.34

(i) **ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟିଯାକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାକୁ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.34 (i) ରେ ଥିବା ΔABC)

(ii) **ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସମାନ, ତାକୁ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.34 (ii) ରେ ଥିବା ΔDEF)

(iii) **ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଠାରୁ ଭିନ୍ନ, ତାକୁ ବିଷମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.34 (iii) ରେ ଥିବା ΔLMN)

(b) କୋଣ ଭିତ୍ତିରେ ବିଭାଗୀକରଣ :

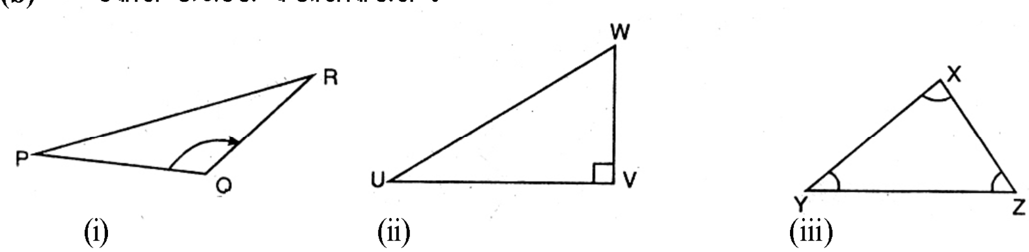


Fig. 10.35

(i) **ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସ୍ଥୂଳକୋଣ, ତାକୁ **ସ୍ଥୂଳକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହାଯାଏ । ସଂକ୍ଷେପରେ ସ୍ଥୂଳ ତ୍ରିଭୁଜ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.35 (i)ରେ ଥିବା ΔPQR)

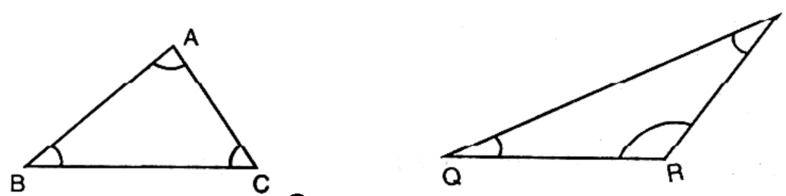
(ii) **ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣ ସମକୋଣ, ତାକୁ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.35 (i)ରେ ଥିବା ΔUVW)

(iii) **ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ :** ଯେଉଁ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନୋଟିଯାକ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ତାକୁ **ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ** କୁହାଯାଏ । (ଚିତ୍ର 10.35 (ii)ରେ ଥିବା ΔXYZ)

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଧର୍ମ ବିଷୟରେ ପଢ଼ିବା ।

10.3.2 ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ-ସମଷ୍ଟି ଧର୍ମ

ଆମେ ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ଅଙ୍କନ କରି ତା'ର କୋଣଗୁଡ଼ିକୁ ମାପିବା ।



ଚିତ୍ର 10.36

ଚିତ୍ର 10.36 (a)ରେ, $\angle A = 80^0, \angle B = 40^0$ ଏବଂ $\angle 60^0$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 80^0 + 40^0 + 60^0 = 180^0$

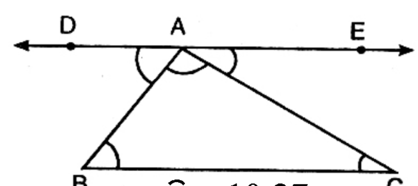
ଚିତ୍ର 10.36 (b)ରେ, $\angle P = 30^0, \angle Q = 40^0, \angle R = 110^0$

$\therefore \angle P + \angle Q + \angle R = 30^0 + 40^0 + 110^0 = 180^0$

ତୁମେ କ'ଣ ଦେଖିଲ ? ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।

ଆମେ ଏହି ଫଳାଫଳକୁ ଯୁକ୍ତି ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରମାଣ କରିବା ଏବଂ ଏହାକୁ ଉପପାଦ୍ୟ ବୋଲି କହିବା ।

ଉପପାଦ୍ୟ : ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି 180^0 ।



ଚିତ୍ର 10.37

ଦତ୍ତ : ABC ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ।

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

ଅଙ୍କନ : A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ BC ସହ ସମାନ୍ତର କରି DE ରେଖା ଅଙ୍କନ କର ।

ପ୍ରମାଣ : ଯେହେତୁ DE ଓ BC ରେଖାଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଏବଂ AB ହେଉଛି ଏକ ଛେଦକ

$\therefore \angle B = \angle DAB$ (ଏକାନ୍ତର କୋଣ ହେତୁ)

ସେହିପରି, $\angle C = \angle EAC$ (ଏକାନ୍ତର କୋଣ ହେତୁ)

$\therefore \angle B + \angle C = \angle DAB + \angle EAC \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (i)$

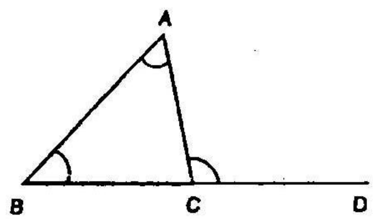
ବର୍ତ୍ତମାନ (1) ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ $\angle A$ କୁ ଯୋଗ କରିବା ଦ୍ୱାରା, ଆମେ ପାଇବା

$\angle A + \angle B + \angle C = \angle A + \angle DAB + \angle EAC = 180^0$

(ସରଳକୋଣ ଗଠନ କରୁଥିବା କୋଣ ହେତୁ)

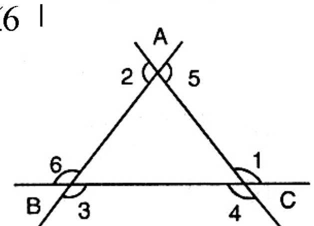
10.3.3 ତ୍ରିଭୁଜର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ

ଆସ ΔABCର ବାହୁ BCକୁ D ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଢ଼ାଇବା ।



ଚିତ୍ର 10.38

ଚିତ୍ର 10.39ରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ΔABCର ଛଅଗୋଟି ବହିଃସ୍ଥକୋଣ ଅଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5$ ଓ $\angle 6$ ।



ଚିତ୍ର 10.39

ଚିତ୍ର 10.38ରେ BC ବାହୁକୁ D ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବଢ଼ାଇବା ଦ୍ୱାରା ଯେଉଁ $\angle ACD$ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଲା, ତାକୁ ΔABCର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ ଆମେ କହିବା :

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁକୁ ବଢ଼ାଇଲେ, ଏହାର ବର୍ଦ୍ଧିତାଂଶ ତ୍ରିଭୁଜର ଅନ୍ୟ ଏକ ବାହୁ ସହ ଯେଉଁ କୋଣ ଅଙ୍କନ କରେ ତାକୁ ସମ୍ପୃକ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସମ୍ପର୍କିତ ଦୁଇଟି ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ ଥାଏ ।

ତ୍ରିଭୁଜର ଯେଉଁ କୋଣଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଏକ ଦତ୍ତ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ସହ ସରଳଯୋଡ଼ି ଗଠନ ନ କରନ୍ତି, ସେହି ଦୁଇଟି କୋଣକୁ ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଦତ୍ତ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଚିତ୍ର 10.38ରେ ΔABCର ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ ACD ସମ୍ପର୍କିତ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦ୍ୱୟ ହେଉଛି $\angle A$ ଓ $\angle B$ । ଆମେ ବହିଃସ୍ଥ $\angle ACD$ ଏବଂ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ $\angle A$ ଓ $\angle B$କୁ ମାପିବା । ମିଳିଥିବା ମାପ ହେଲା :

$\angle A = 60^0, \angle B = 50^0$

ଏବଂ $\angle ACD = 110^0$ ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ $\angle ACD = \angle A + \angle B$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଏହି ଫଳାଫଳ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ସତ୍ୟ । ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା :

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ, ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦ୍ୱୟର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

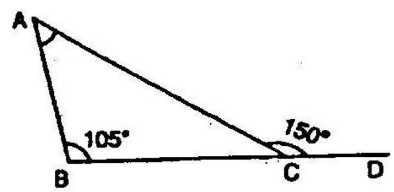
ଉଦାହରଣ : 10.3 ନିମ୍ନ ବହୁ ବିକଳ୍ପ ଉତ୍ତର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ବିକଳ୍ପମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛ :

(i) ନିମ୍ନରେ ଥିବା କେଉଁ କୋଣ ତିନୋଟି ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ହୋଇପାରନ୍ତି ?

(A) $65^0, 45^0$ ଓ 80^0 (B) $90^0, 30^0$ ଓ 61^0

(C) $60^0, 60^0$ ଓ 59^0 (D) $60^0, 60^0$ ଓ 60^0

ଉତ୍ତର (D)



ଚିତ୍ର **10.40**

(ii) ଚିତ୍ର 10.40ରେ $\angle A$ ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(a) 30^0 (b) 35^0

(c) 45^0 (d) 75^0

ଉତ୍ତର (C)

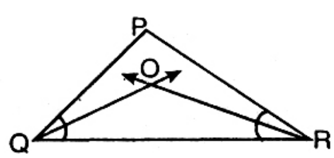
(iii) ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ ଅନ୍ୟ ଏକ କୋଣର ପରିମାଣର ଦୁଇଗୁଣ ଏବଂ ତୃତୀୟ କୋଣର ପରିମାଣ 60^0 । ତେବେ ବୃହତ୍ତମ କୋଣର ପରିମାଣ ହେଉଛି

(A) 60^0 (B) 80^0

(C) 100^0 (D) 120^0

ଉତ୍ତର (B)

ଉଦାହରଣ : 10.4



ଚିତ୍ର **10.41**

ଚିତ୍ର 10.41ରେ $\angle PQR$ ଓ $\angle PRQ$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ପ୍ରମାଣକର ଯେ $\angle QOR = 90^0 + \frac{1}{2}\angle P$ ।

ସମାଧାନ : $\angle QOR = 180^0 - \frac{1}{2}[\angle PQR + \angle PRQ]$

$= 180^0 - \frac{1}{2}[\angle PQR + \angle PRQ + \angle P - \angle P]$

$= 180^0 - \frac{1}{2}[180^0 - \angle P]$

$= 180^0 - 90^0 + \frac{1}{2}\angle P = 90^0 + \frac{1}{2}\angle P$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 10.2

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବହୁ ବିକଳ୍ପ ଉତ୍ତର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ବିକଳ୍ପମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛ ।

   (i) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜରେ

   (A) ଦୁଇଟି ସମକୋଣ ରହିପାରେ (B) ଦୁଇଟି ସ୍ଥୂଳକୋଣ ରହିପାରେ

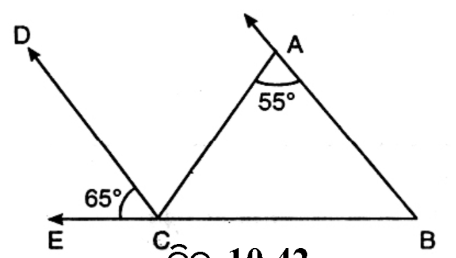
   (C) ଅତିବେଶୀରେ ଦୁଇଟି ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ରହିପାରେ (D) ତିନୋଟିଯାକ କୋଣ ସୂକ୍ଷ୍ମକୋଣ ହୋଇପାରନ୍ତି

   (ii) ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣ 120^0, ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣ ହେଉଛି

   (A) 20^0 (B) 30^0

   (C) 40^0 (D) 60^0

   (iii)



ଚିତ୍ର 10.42

   ଚିତ୍ର 10.42ରେ BA ସହ CD ସମାନ୍ତର । $\angle ACB$ ର ପରିମାଣ ହେଉଛି

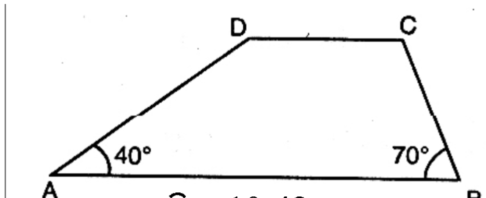
   (A) 55^0 (B) 60^0

   (D) 65^0 (D) 70^0

2. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣତ୍ରୟର ଅନୁପାତ $2:3:5$ ହେଲେ, କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଗୋଟିଏ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

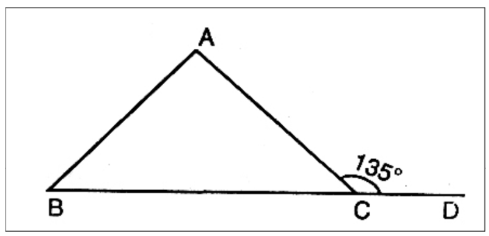
4. ଚିତ୍ର 10.43ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର $AB \parallel CD$ । $\angle D$ ଓ $\angle C$ ର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଚାରିକୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 । ଏହି ଉକ୍ତିର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କର ।



ଚିତ୍ର 10.43

5. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ କୋଣର ପରିମାଣ, ଏହାର ଅନ୍ୟ ଦୁଇ କୋଣର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହା ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜ ।

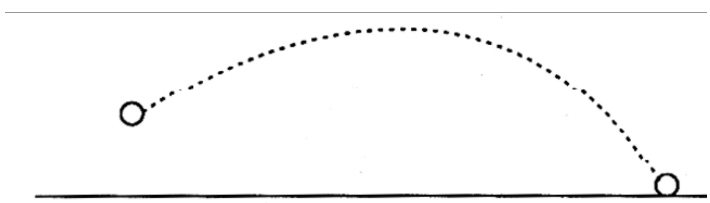
6. ଚିତ୍ର 10.44ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ ABC ତ୍ରିଭୁଜର $\angle ABC = \angle ACB$ । ତ୍ରିଭୁଜଟିର କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ଚିତ୍ର 10.44

10.4 ଲୋକସ୍ (ସଞ୍ଚାର ପଥ)

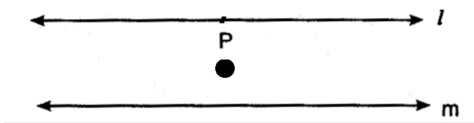
କ୍ରିକେଟ୍ ଖେଳରେ, ଖେଳାଳି ମାରିଥିବା ବଲ୍‌ଟିକୁ ଅନ୍ୟ କେହି ଖେଳାଳି ଧରିବା ପୂର୍ବରୁ ବା ବଲ୍‌ଟି ଭୂମିରେ ପଡ଼ିବା ପୂର୍ବରୁ ତାହା ଏକ ପଥଦେଇ ଗତିକରେ ।


ଚିତ୍ର 10.44

ଗତି କରିଥିବା ପଥକୁ ଲୋକସ୍ (ବା ସଞ୍ଚାର ପଥ) କୁହାଯାଏ । ଜ୍ୟାମିତିରେ ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ର ହେଉଛି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସର୍ତ୍ତ ରକ୍ଷାକରି ଗତିକରୁଥିବା ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ (ବା ଗୋଟିଏ କ୍ଷୁଦ୍ର କଣିକା)ର ଗତିପଥ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

(1) ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା l ଓ m ଦତ୍ତ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ p ପୂର୍ବୋକ୍ତ ଉଭୟ ରେଖାଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ।



ଚିତ୍ର 10.45

ଯଦି ବିନ୍ଦୁଟି ଉଭୟ ରେଖାଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ରହି ଗତିକରେ, ତେବେ ଏହାର ଗତିପଥ କିପରି ହେବ ଆସ ଦର୍ଶାଇବା ।

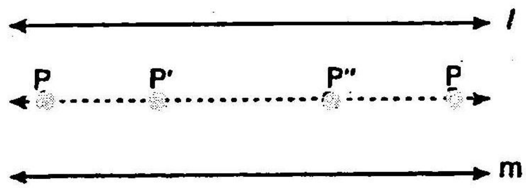
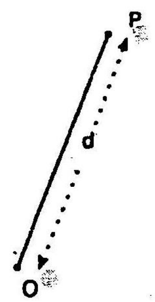


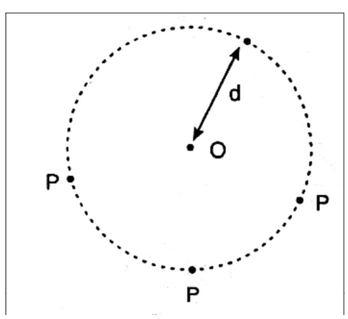
Fig. 10.47

p ଗତିକରିଥିବା ପଥ ହେବ ଏକ ରେଖା ଯାହାକି l ଓ m ଉଭୟ ରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ଉଭୟରେଖାର ଠିକ୍ ମଝିରେ ଅବସ୍ଥିତ (ଚିତ୍ର 10.46ରେ ପ୍ରଦର୍ଶିତ) ।

(2) O ସ୍ଥିରଥିବା ଏକ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ O ଠାରୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦୂରତା d ରେ ଅବସ୍ଥିତ ଥିବା p ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଥାଇ p ବିନ୍ଦୁଟି ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଉପରେ ଗତି କରେ । ତେବେ ଏହାର ଗତିପଥଟି କିପରି ହେବ ?



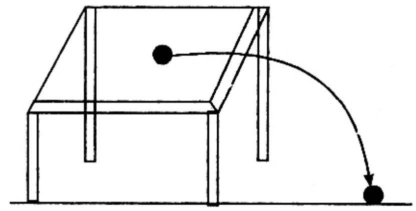
ଚିତ୍ର 10.47



ଚିତ୍ର 10.48

ଗତିଶୀଳ ବିନ୍ଦୁ p ର ଗତିପଥ ହେବ ଏକ ବୃତ୍ତ ଯାହାକି ଚିତ୍ର 10.48ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

(3) ଗୋଟିଏ ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ ଛୋଟ ଚକ୍ ଖଣ୍ଡେ ବା ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ରଖ । ସେଇଟିକୁ ଗୋଟିଏ ପେନ୍ସିଲ୍ ବା ଗୋଟିଏ କାଠି ଦ୍ୱାରା ଜୋର୍‌ରେ ଆଘାତ କର ଯେପରିକି ଏହା ଏକ ବେଗରେ ଗତିକରି ଟେବୁଲ୍‌ର ବାହାରକୁ ଚାଲିଯିବ । ଟେବୁଲ୍‌ର ବାହାରକୁ ଚାଲିଯିବା ପରେ ଏହାର ଗତିପଥକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।



ଚିତ୍ର 10.49

ଗୋଡ଼ିଟିର ଗତି ପଥ ହେବ ଏକ ବକ୍ରରେଖାକୁ (ଯାହାର ଗୋଟିଏ ଅଂଶ ହେଉଛି ଏକ ପାରାବୋଲା) ଚିତ୍ର 10.50ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ।

ଏଣୁ କୌଣସି ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ ରକ୍ଷାକରି ଗତିକରୁଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ (ବା ସଞ୍ଚାର ପଥ) ହେଉଛି ସେହି ପଥ ବା ଜ୍ୟାମିତିକ ଚିତ୍ର ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତ (ବା ସର୍ତ୍ତାବଳୀ)କୁ ପାଳନ କରେ ।

10.4.1 ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇଥିବା ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍

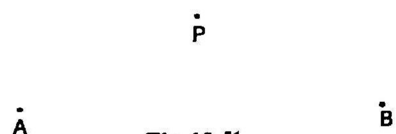
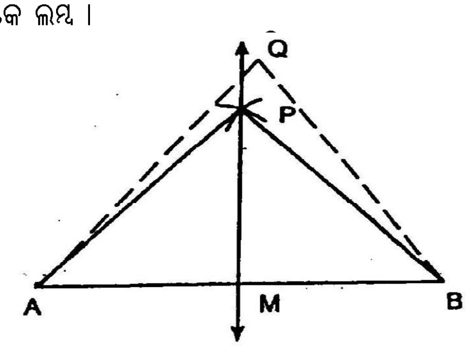


Fig. 10.51

A ଓ B ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ହୁଅନ୍ତୁ । ଆମକୁ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ନେବାକୁ ହେବ ଯାହାକି A ଓ B ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ । AB ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । AB ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କର ଓ ଏହାର ନାମ ଦିଅ M । ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ M ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ B ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ । କମ୍ପାସ ବ୍ୟବହାର କରି p ଲାଗି ଆଉ ଗୋଟିଏ ଅବସ୍ଥିତି ଚିହ୍ନଟ କର ଯେପରି pର ଏହି ଅବସ୍ଥିତିରେ ମଧ୍ୟ $PA = PB$ । P ଓ M ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗକରି ପାଇଥିବା ରେଖାକୁ ଉଭୟ ଦିଗରେ ବର୍ଦ୍ଧିତ କର । ସ୍କେଲ୍ ଅଥବା ଡିଭାଇଡର୍ ବ୍ୟବହାର କରି ଏହା ସହଜରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିହେବ ଯେ PM ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦୁଇଟି ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ । ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ପରୀକ୍ଷାକରି ଦେଖିହେବ ଯେ PM ରେଖାର ବାହାରେ ଥିବା ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ Q ନେଲେ $QA \neq QB$ ହେବ ।

ପୁନଶ୍ଚ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ $\angle AMP = \angle BMP = 90^0$ ଅର୍ଥାତ୍ PM ରେଖା ହେଉଛି AB ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।



ଚିତ୍ର 10.51

ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା :

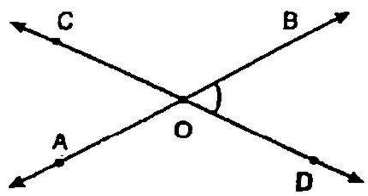
ଦୁଇଟି ଦତ୍ତବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :

ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ସେ ଦୁଇଟିର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଅଙ୍କନ କର । AB ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ପରେ କାଗଜ ଖଣ୍ଡକୁ ଏପରି ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଯେପରି A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଯିବେ । ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଟିକୁ ଭଲଭାବରେ ଚାପିଦିଅ ଯେପରି ଭାଙ୍ଗର ଦାଗଟି ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ । ଏହି ଦାଗଟି ଏକ ସରଳରେଖା । ଏହି ରେଖା ହେଉଛି A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ । ଖୁବ୍ ସହଜରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିହେବ ଯେ ଏହି ଦାଗ ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ।

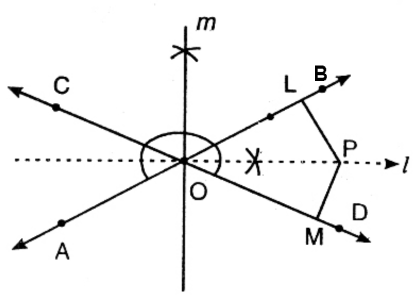
10.4.2 ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖାଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍

AB ଓ CD ନାମକ ଦୁଇଟି ରେଖା ନିଆଯାଇଛି, ଯାହାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ।



ଚିତ୍ର 10.52

AB ଓ CD ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।



ଚିତ୍ର 10.53

$\angle BOD$ ଏବଂ $\angle BOC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଅଙ୍କନ କର ଏବଂ ସେ ଦୁଇଟିକୁ l ଓ m ରୂପେ ନାମିତ କର । ଆମେ ଯଦି l ବା m ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ P ନେଇ, P ଠାରୁ AB ଓ CD ପ୍ରତି ଲମ୍ବ PL ଓ PM ଅଙ୍କନ କରୁ, ତେବେ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ $PL = PM$ । ଆମେ ଯଦି ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ l ବା m କୌଣସିଟି ଉପରେ ନଥିବା ଏକ ବିନ୍ଦୁ Q ନେଉ ଏବଂ l ଓ m ପ୍ରତି ଲମ୍ବ QL ଓ QM ଅଙ୍କନ କରୁ । ତେବେ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ $QL \neq QM$ ।

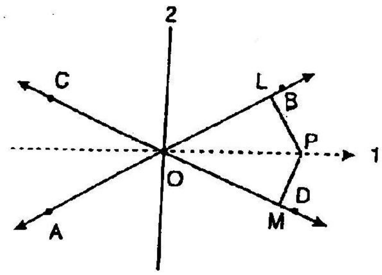
ଏଣୁ ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା:

ଦୁଇଟି ପରସ୍ପରଛେଦୀ ରେଖାଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ରେଖାଦ୍ୱୟ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣମାନଙ୍କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରୁଥିବା ରେଖାଦ୍ୱୟ ।

ତୁମ ପାଇଁ କାର୍ଯ୍ୟ :

ଖଣ୍ଡେ କାଗଜ ଉପରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରୁଥିବା ଦୁଇଟି ରେଖା ଅଙ୍କନ କରି ସେ ଦୁଇଟି ନାମ ଦିଅ AB ଓ CD ଏବଂ ଛେଦବିନ୍ଦୁର ନାମ ଦିଅ O । କାଗଜଖଣ୍ଡିକୁ O ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଏପରି ଭାଙ୍ଗିଦିଅ ଯେପରି AO ଓ CD ଏବଂ OD ଓ OB ପରସ୍ପର ସହ ମିଶିଯିବେ । ଭଙ୍ଗାଯାଇଥିବା କାଗଜଟିକୁ ଭଲ ଭାବରେ ଚାପିଦିଅ । ଏହି ଭଙ୍ଗାଦାଗଟି ହେଉଛି $\angle BOD$ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ । ଏହି ଭଙ୍ଗାଦାଗ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ତାକୁ P ନାମ ଦିଅ । P ବିନ୍ଦୁରୁ AB ଓ CD ପ୍ରତି ଯଥାକ୍ରମେ PL ଓ PM ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିପାରିବ ଯେ

PL = PM

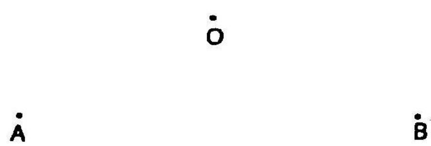


ଚିତ୍ର **10.54**

ପୂର୍ବପରି କାଗଜକୁ ଭାଙ୍ଗି $\angle BOC$ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ (2) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏହି ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ (2) ଉପରିସ୍ଥ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଆମେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିପାରିବା ଯେ ଏହା AB ଓ CD ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ।

ଉଦାହରଣ 10.5 : ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

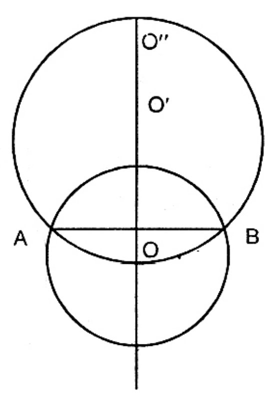
ସମାଧାନ : A ଓ B ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ହୁଅନ୍ତୁ । ଯେଉଁ ବୃତ୍ତଗୁଡ଼ିକ A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦେଇ ଅଙ୍କିତ ହୋଇପାରିବ, ସେମାନଙ୍କର କେନ୍ଦ୍ରର ଅବସ୍ଥିତି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।



ଚିତ୍ର **10.55**

ଯଦି A ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ହୁଏ, O ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟଠାରୁ ନିଶ୍ଚୟ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ହେବ ।

ଆମେ ଆଗରୁ ପଢ଼ିଛେ ଯେ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ । ଏଣୁ କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁ Oର ଲୋକସ୍ ହେବ AB ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।



ଚିତ୍ର **10.56**

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 10.3

1. ତିନୋଟି ଅଣରେଖୀ ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
2. କିଛି ଦୂରତାରେ ଦୁଇଟି ଗ୍ରାମ ଅବସ୍ଥିତ । ଉଭୟ ଗ୍ରାମଠାରୁ ସମଦୂରତାରେ ଗୋଟିଏ କୂଅ ଖୋଳିବାକୁ ହେବ ଯେପରି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗ୍ରାମଠାରୁ ଏହାର ଦୂରତା, ଗ୍ରାମଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା ଠାରୁ ଅଧିକ ହେବ ନାହିଁ । ଗ୍ରାମ ଦୁଇଟିକୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦୁଇଟି ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ ଏବଂ କୂଅଟିକୁ P ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇ ଉକ୍ତ ଚିତ୍ରରେ P ର ଲୋକସ୍ ଦେଖାଅ ।
3. ଦୁଇଟି ସଳଖ ରାସ୍ତା AB ଓ CD ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି । ଏକ ନିରୀକ୍ଷଣ ସ୍ତମ୍ଭ ନିର୍ମାଣ କରିବାକୁ ଯେପରିକି O ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଏହାର ଦୂରତା 1 କି.ମି. ଏବଂ ଏହା AB ଓ CD ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ । ଗୋଟିଏ ଚିତ୍ରରେ ଉକ୍ତ ସ୍ତମ୍ଭର ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଅବସ୍ଥିତି ଦର୍ଶାଅ ।
4. ଏକ ଦତ୍ତ ସରଳରେଖା AB ଠାରୁ 5 ସେ.ମି. ଦୂରତାରେ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

- ଗୋଟିଏ ରେଖା ଉଭୟ ଦିଗରେ ଅସୀମ ଭାବେ ବିସ୍ତୃତ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡ ହେଉଛି ଗୋଟିଏ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଉକ୍ତ ରେଖାର ଅଂଶ ।
- ଗୋଟିଏ ସମତଳ ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନରେଖା ହୁଏତ ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ଅଥବା ସମାନ୍ତର ।
- ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ବିନ୍ଦୁଗାମୀ ସରଳରେଖା କୁହାଯାଏ ।
- ସାଧାରଣ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ରଶ୍ମିଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ କୋଣ ଗଠିତ ହୁଏ ।
- ଯେଉଁ କୋଣଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 90^0, ତାକୁ ଅନୁପୂରକ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।
- ଯେଉଁ କୋଣଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0, ତାକୁ ପରିପୂରକ କୋଣ କୁହାଯାଏ ।
- ଗୋଟିଏ ରଶ୍ମିର ମୂଳବିନ୍ଦୁ ଗୋଟିଏ ରେଖାଉପରେ ଥାଇ ଯେଉଁ ସନ୍ନିହିତ କୋଣ ଦୁଇଟି ଗଠିତ ହୁଏ, ସେ ଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।
- ଦୁଇଟି ରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବା ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ହୋଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରତୀପ କୋଣଯୋଡ଼ାର ପରିମାଣ ସମାନ ।
- ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାକୁ ଗୋଟିଏ ଛେଦକ ରେଖା ଛେଦକଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା
  (i) ଅନୁରୂପ କୋଣଯୋଡ଼ି ଗୁଡ଼ିକ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ
  (ii) ଏକାନ୍ତର କୋଣଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ସମପରିମାଣ ବିଶିଷ୍ଟ
  (ii) ଛେଦକ ରେଖାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପାଖରେ ଥିବା କୋଣଯୋଡ଼ିଗୁଡ଼ିକ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ
- ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 180^0 ।
- ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ବହିଃସ୍ଥ କୋଣର ପରିମାଣ, ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଦୂରବର୍ତ୍ତୀ କୋଣଦୁଇଟିର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।
- ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ହେଉଛି ଉକ୍ତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ।

- ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ରେଖାଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ହେଉଛି ଏହି ରେଖାଦ୍ୱୟ ଅନ୍ତର୍ଗତ କୋଣମାନଙ୍କର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖାଦ୍ୱୟ ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ଚିତ୍ର 10.58ରେ $x = 42$ ହେଲେ, ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର (a)y (b)$\angle AOD$ ।

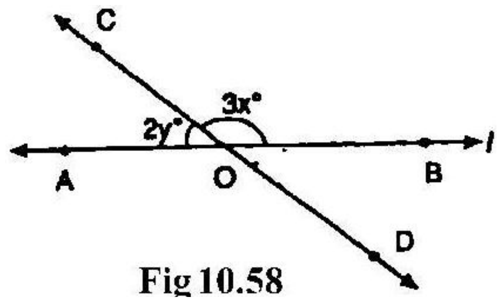


Fig 10.58

2.

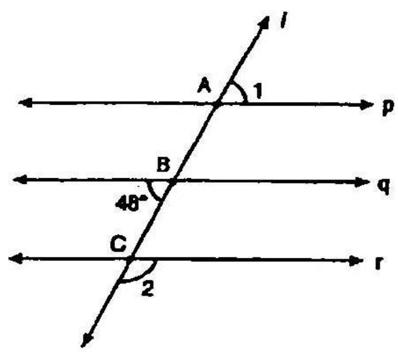


Fig. 10.59

ଚିତ୍ର 10.59ରେ, ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା p, q, r କୁ ଛେଦକ ରେଖା l ଯଥାକ୍ରମେ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛି । $\angle 1$ ଓ $\angle 2$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଦୁଇଟି କୋଣର ସମଷ୍ଟି ତୃତୀୟ କୋଣ ସହ ସମାନ । ତୃତୀୟ କୋଣଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ଏଇଟି କି ପ୍ରକାର ତ୍ରିଭୁଜ ?

4.

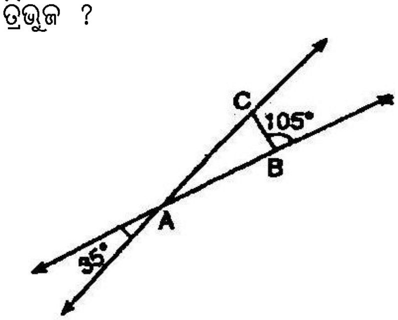
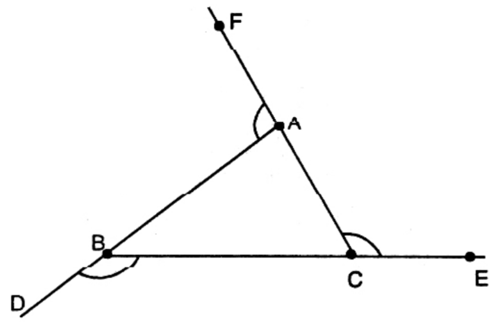


Fig. 10.60

ଚିତ୍ର 10.60ରେ, ΔABC ର ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରାଯାଇଛି । ତ୍ରିଭୁଜଟିର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.



ଚିତ୍ର **10.61**

ଚିତ୍ର 10.61ରେ ଥିବା ΔABC ର ବାହୁ AB, BC ଓ CAକୁ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରମାଣକର ଯେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହୋଇଥିବା ବହିଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 360^0 ।

6.

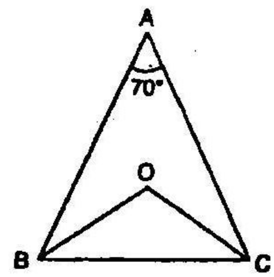
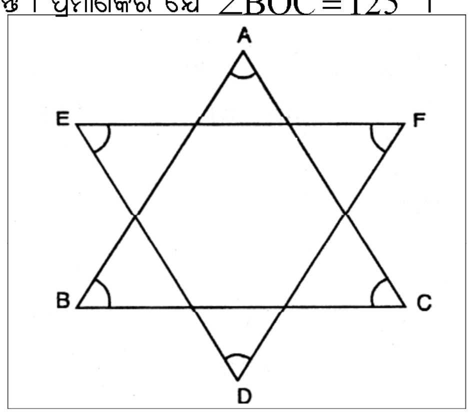


Fig. 10.62

ଚିତ୍ର 10.62ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ΔABC ର $\angle B$ ଓ $\angle C$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି । ପ୍ରମାଣକର ଯେ $\angle BOC = 125^0$ ।

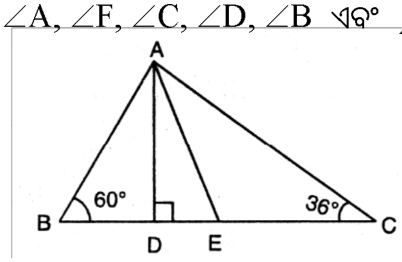
7.



ଚିତ୍ର **10.63**

ଚିତ୍ର 10.63ରେ ଥିବା $\angle A, \angle F, \angle C, \angle D, \angle B$ ଏବଂ $\angle E$ ର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8.



ଚିତ୍ର **10.64**

ଚିତ୍ର 10.64ରେ ଥିବା ΔABC ରେ AD, BC ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଏବଂ $\angle BAC$ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ AE । $\angle DAE$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9.

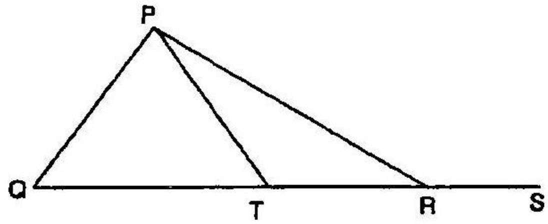


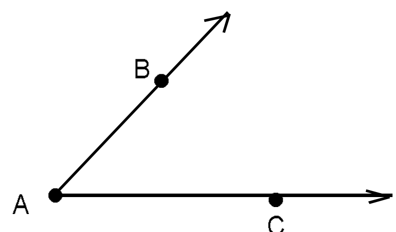
Fig. 10.65

ଚିତ୍ର 10.65ରେ ଥିବା ΔPQR ର $\angle P$ କୁ PT ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରେ ଏବଂ OR ବାହୁକୁ S ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବର୍ଦ୍ଧିତ କରାଯାଇଛି । ପ୍ରମାଣକର ଯେ $\angle PQR + \angle PRS = 2\angle PTR$ ।

10. ପ୍ରମାଣକର ଯେ ଏକ ପଞ୍ଚଭୁଜର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ କୋଣମାନଙ୍କର ପରିମାଣର ସମଷ୍ଟି 540^0 ।

11. ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା l ଓ m ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଦୂରତା 5 ସେ.ମି. । ସେହି ରେଖା l ଓ m ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଚିତ୍ର 10.66ରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ A ଓ B ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ଏବଂ AB ଓ AC ରଶ୍ମିଦ୍ୱୟ ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁର ଲୋକସ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



ଚିତ୍ର **10.66**

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

10.1

1. (i) B (ii) A (iii) B (iv) c

2. $x = 17^0$

3. $\angle 1 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 6 = 110^0$ ଏବଂ $\angle 2 = \angle 5 = \angle 7 = 70^0$

10.2

1. (i) D (ii) B (iii) B

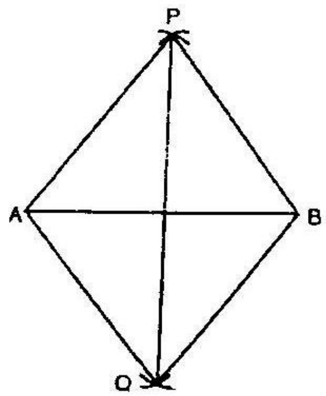
2. 36^0, 54^0 ଏବଂ 90^0

4. $\angle D = 140^0$ ଏବଂ $\angle C = 110^0$

6. $\angle ABC = 45^0$, $\angle ACB = 45^0$ ଏବଂ $\angle A = 90^0$

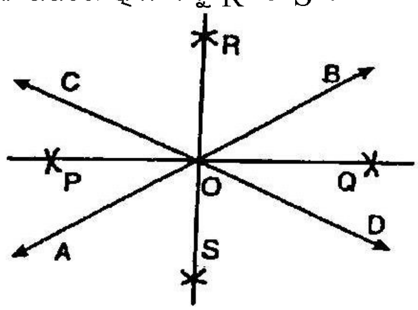
10.3

1. କେବଳ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଯେଉଁଟି AB ଓ BC ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବଦ୍ୱୟର ଛେଦବିନ୍ଦୁ।
2. ଗ୍ରାମ ଦୁଇଟି A ଓ B ହୁଅନ୍ତୁ, ତେବେ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଲୋକସ୍ ହେଉଛି AB ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ PQ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଯେପରିକି
   AP = BP = QA = QB = AB।



ଚିତ୍ର **10.67**

3. ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଚାରୋଟି ସ୍ଥାନ ହେଉଛି $\angle AOC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ P ଓ Q ଏବଂ $\angle BOC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ R ଓ S ।



ଚିତ୍ର **10.68**

4. AB ସହ ସମାନ୍ତର ଏବଂ AB ଠାରୁ 5 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଏବଂ AB ସହ ସମାନ୍ତର ହୋଇଥିବା ଏକ ଯୋଡ଼ା ସରଳରେଖା ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (a) y = 27 (b) $= 126^0$
2. $\angle 1 = 48^0$ ଏବଂ $\angle 2 = 132^0$
3. ତୃତୀୟ କୋଣ $= 90^0$, ସମକୋଣ ।
4. $\angle A = 35^0, \angle B = 75^0, \angle C = 70^0$
7. 360^0 ।
8. 12^0 ।
11. ଲୋକସ୍ ହେଉଛି l ଓ m ଉଭୟ ସରଳରେଖା ସହ ସମାନ୍ତର ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଠାରୁ 25 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ସରଳରେଖା ।
12. AB ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ଲମ୍ବ ଏବଂ $\angle BAC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ ରେଖାର ଛେଦବିନ୍ଦୁ ।