୭

ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ

ତୁମର ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଥିବ, ପ୍ରକୃତିରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ବିଭିନ୍ନ ବସ୍ତୁରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସଂରଚନା ଥିବାର ଦେଖାଯାଏ, ଯଥା ଫୁଲର ପାଖୁଡ଼ା, ମହୁଫେଣାରେ ଥିବା କୋଠରୀ, ସପୁରୀ ଉପରେ ଥିବା ଆକୃତି ଆଦି । ଏହି ପାଠରେ ତୁମେ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାରର ସଂଖ୍ୟା ସଂରଚନା ସମ୍ପର୍କରେ ପଢ଼ିବ । ଏପରି ସଂରଚନା ଗଠନ କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାସମୂହକୁ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ (Arithmetic Programme ସଂକ୍ଷେପରେ A.P) କୁହାଯାଏ । ତୁମେ ମଧ୍ୟ ଏକ ସମାନ୍ତ ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ପଦ ଏବଂ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହୁଏ, ତାହା ଶିଖିବ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠଟି ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ତୁମେ

- ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦିଆଯାଇଥିବା ତାଲିକା ମଧ୍ୟରୁ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।
- ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମର ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଧାରଣା
- ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

7.1 କେତେକ ସଂଖ୍ୟା ସଂରଚନା

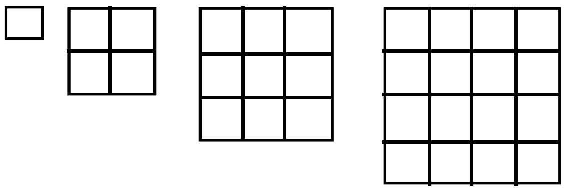
ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା :

(i) ରୀତା ଗୋଟିଏ ବ୍ୟାଙ୍କରେ 10% ସରଳସୁଧ ହାରରେ 1000 ଟଙ୍କା ଜମାକଲା । ପ୍ରଥମ ବର୍ଷ, ଦ୍ୱିତୀୟ ବର୍ଷ, ତୃତୀୟ ବର୍ଷ ଓ ଚତୁର୍ଥ ଶେଷରେ ତା'ର ମୂଳଜମା ଉପରେ ହୋଇଥିବା ସମୂଳସୁଧ (ଟଙ୍କା ଆକାରରେ) ହେବ ।

1100, 1200, 1300, 1400

ଏମାନଙ୍କ ମଧରେ ତୁମେ କିଛି ଧାରା ଥିବାର ଲକ୍ଷ୍ୟ କରୁଛ କି ? ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ ଯେ ପ୍ରତିବର୍ଷ ସମୂଳସୁଧ ପୂର୍ବବର୍ଷର ସମୂଳ ସୁଧ ଅପେକ୍ଷା 100 ଟଙ୍କା ଅଧିକ । ଅର୍ଥାତ୍ ସମୂଳସୁଧ ବର୍ଷକୁ ବର୍ଷ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପରିମାଣ 100 ଲେଖାଏଁ ବଢୁଛି ।

(ii) 1, 2, 3, 4,….. ଏକକ ଦୀର୍ଘବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ଏକକ ବର୍ଗର ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ 1, 4, 9, 16



ପୂର୍ବୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ତାଲିକାରେ କିଛି ସଂରଚନା ଥିବାର ଦେଖୁଛ କି ?

$1 = 1^2, 4 = 2^2, 9 = 3^2, 16 = 4^2, \ldots\ldots$

ଅର୍ଥାତ୍, ଏଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ବର୍ଗ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଆଉ କେତେକ ତାଲିକାକୁ ଦେଖ ଏବଂ ସମ୍ଭବ ହେଲେ ତହିଁରେ ଥିବା ସଂରଚନାକୁ ଚିହ୍ନଟ କର :

1, 3, 5, 7, 9, ……………… (1)

2, 4, 6, 8, 10, ……………… (2)

1, 4, 7, 10, 13, ……………… (3)

5, 3, 1, -1, -3, ……………… (4)

1, 3, 9, 27, 81, ……………… (5)

2, 3, 5, 7, 11, 13 ……………… (6)

ତୁମେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ତାଲିକା (1)ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା । ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି 1, ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 3, ତୃତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି 5 ଇତ୍ୟାଦି । ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ସଂରଚନା ଗଠନ କରନ୍ତି । ଏହି ସଂରଚନାରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା 1କୁ ଛାଡ଼ି ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ତା'ର ପୂର୍ବସଂଖ୍ୟା ଅପେକ୍ଷା 2 ଅଧିକ । ଏଣୁ 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ପାଇବା ପାଇଁ ତା'ର ପୂର୍ବ ପଦ ସହ 2 ଯୋଗ କରାଯାଏ । ତାଲିକା (2), (3) ଓ (4) ଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାପାଇଁ ତା'ର ପୂର୍ବ ସଂଖ୍ୟା ସହ ଯଥାକ୍ରମେ 2, 3 ଓ -2 ଯୋଗ କରିବାକୁ ହେବ ।

ତାଲିକା (5)ରେ ଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ପାଇବା ପାଇଁ ତା'ର ପଦ ସହ 3 ଗୁଣନ କରିବାକୁ ହେବ । ତାଲିକା (6)ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା । ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା ପାଇବା ପାଇଁ ଆଜି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ କୌଣସି ସୂତ୍ର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିନାହିଁ ।

ଗୋଟିଏ ତାଲିକାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନ ମତେ ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots\ldots, a_n, \ldots\ldots\ldots$

ଅଥବା $t_1, t_2, t_3, \ldots\ldots\ldots, t_n, \ldots\ldots\ldots$

ଯେଉଁ ଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ତାଲିକାର ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ, ତୃତୀୟ ଏବଂ nତମ ପଦ ବା ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଆମେ ଅନେକ ସମୟରେ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସଂରଚନା (ପୂର୍ବ ତାଲିକା ଭଳି) କୁ **ଶ୍ରେଣୀ ବା ଅନୁକ୍ରମ** ବୋଲି କହୁ ।

7.2 ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ

ତୁମେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା ଦେଖିଛ । କେତେକ ସଂରଚନା ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଗାଣିତିକ ନିୟମକୁ ଅନୁସରଣ କରାଯାଏ । ତୁମେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ସଂରଚନା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିବ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

1, 3, 5, 7, 9, … … … … … … (1)

2, 4, 6, 8, 10, … … … … … … (2)

1, 4, 7, 10, 13 … … … … … … (3)

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିଛ ଯେ (1) ଓ (2) ରେ ପ୍ରଥମ ପଦ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ପାଇବାପାଇଁ ତା'ର ପୂର୍ବ ପଦରେ 2 ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼େ । ତାଲିକା (3) ରେ ପ୍ରଥମ ପଦ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ପାଇବା ପାଇଁ ତା'ପୂର୍ବପଦରେ 3 ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡ଼େ । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ସଂରଚନାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଏହାର ପଦ କୁହାଯାଏ । ଆଗରୁ କୁହାଯାଇଛି ଯେ ଏହି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ

$a_1, a_2, a_3, \dots\dots\dots, a_n, \dots\dots\dots$

ଅଥବା $t_1, t_2, t_3, \dots\dots\dots, t_n, \dots\dots\dots$ ଆଦି

ରୂପେ ସୂଚିତ କରାଯାଏ । a ବା t ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯଥା a_3 ରେ ଥିବା 3 ବା a_n ରେ ଥିବା n, ସମ୍ପୃକ୍ତ ପଦର ସ୍ଥାନକୁ ସୂଚାଏ । ଏହିପରି a_n ବା t_n ଦତ୍ତ ସଂରଚନାର n ତମ ପଦକୁ ସୂଚାଇଥାଏ ।

ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରକାର ସଂରଚନା, ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରଥମ ପଦ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ପାଇବାପାଇଁ ତା'ର ପୂର୍ବପଦ ସହ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା (ଧନାତ୍ମକ ବା ଋଣାତ୍ମକ) ଯୋଗ କରାଯାଇଥାଏ, ତାକୁ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ (A.P.) କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ସାଧାରଣତଃ 'a' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତରକୁ 'd' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଏଣୁ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଉଛି

$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots\dots$

ଉଦାହରଣ 7.1 ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାତାଲିକା ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) 2, 7, 12, 17, 22,… … … … … .

(ii) 4, 0, –4, –8, –12, … … … … … …

(iii) 3, 7, 12, 18, 25,… … … … .

(iv) 2, 6, 18, 54, 162,… … … ..

ସମାଧାନ : (i) ଏହା ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ (A.P.)

କାରଣ, $7 - 2 = 5$, $12 - 7 = 5$, $17 - 12 = 5$ ଏହିଭଳି ପ୍ରଥମ ପଦ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ, ଏହାର ପୂର୍ବପଦ ସହ 5 ଯୋଗକରି ମିଳିଥାଏ । ଏଣୁ ଏହି A.Pରେ $a = 2$ ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = 5$.

(ii) ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟକରି ପାରିବା ଯେ

$0 - 4 = -4,\ -4 - 0 = -4,\ -8 - (-4) = -4,\ -12 - (-8) = -4$

ଏଣୁ ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ A.P. ଏବଂ ଏହାର ପ୍ରଥମ ପଦ $a = 4$ ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = -4$

(iii) ତୁମେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ନିମ୍ନତାଲିକା

3, 7, 12, 18, 25, ……….. କ୍ଷେତ୍ରରେ

7-3 = 4, 12 – 7 = 5, 18 – 12 = 6, 25 – 18 = 7

ଏଣୁ ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପଦର ପାର୍ଥକ୍ୟ ସମାନ ନୁହେଁ । ଫଳରେ ଏହା ଏକ A.P. ନୁହେଁ ।

(iv) ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ତାଲିକା

2, 6, 18, 54, 162, ………… କ୍ଷେତ୍ରରେ

6-2 = 4, 18 – 6 = 12,

ତେଣୁ, ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପଦର ପାର୍ଥକ୍ୟ ସର୍ବଦା ସମାନ ନୁହେଁ । ଫଳରେ ଏହା ଏକ A.P. ନୁହେଁ ।

ଆସ ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା 7.1

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ତାଲିକା A.P ଅଟେ ? ଯେଉଁ ତାଲିକା ଏକ A.P ତା'ର ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

1. –5, –1, 3, 7, 11, ...
2. 6, 7, 8, 9, 10, ...
3. 1, 4, 6, 7, 6, 4, ...
4. –6, – 3, 0, 3, 6, 9, ...

7.3 ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ (n ତମ) ପଦ

ଆସ ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ କଥା ବିଚାର କରିବା ଯାହାର ପ୍ରଥମ ପଦ 'a' ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 'd' ଆମେ ଏହି A.P. ର ପଦଗୁଡ଼ିକୁ t_1, t_2, t_3.... t_n, ରୂପେ ସୂଚିତ କରିବା ଯେଉଁଠି ସେହି *A.P.*ର n ତମ ପଦକୁ ସୂଚାଏ । ପ୍ରଥମ ପଦ 'a' ହୋଇଥିବାରୁ 'a' ସହ 'd' କୁ ଯୋଗକରି ଦ୍ୱିତୀୟପଦ ମିଳିବ । ଏଣୁ ଦ୍ୱିତୀୟପଦ ହେବ $a + d$, $a + d$ ସହ d ଯୋଗକରି ତୃତୀୟ ପଦ ମିଳିବ, ଅର୍ଥାତ୍ ତୃତୀୟପଦ ହେବ $a + 2d$ । ଏହିଭଳି ଅନ୍ୟପଦମାନ ମିଳିବ । ଏଣୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ

ପ୍ରଥମ ପଦ,	$t_1 = a$	$= a + (1 – 1)\ d$
ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ,	$t_2 = a + d$	$= a + (2 – 1)\ d$
ତୃତୀୟ ପଦ,	$t_3 = a + 2d$	$= a + (3 – 1)\ d$
ଚତୁର୍ଥ ପଦ,	$t_4 = a + 3d$	$= a + (4 – 1)\ d$

ଏଠାରେ ଆମେ କୌଣସି ସଂରଚନା ଦେଖି ପାରୁଛନ୍ତି କି ? ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ହେଉଛି a + (ପଦ ରହିଥିବା ସ୍ଥାନର ସଂଖ୍ୟା -1) × d

ତେବେ 10 ମ ପଦଟି କେତେ ହେବ କହିଲ ଦେଖି :

$$t_{10} = a + (10 – 1)\ d = a + 9d$$

କହିପାରିବ କି 'nତମ' ବା ସାଧାରଣ ପଦ କ'ଣ ହେବ ?

ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ $t_n = a + (n – 1)d$

ଉଦାହରଣ 7.2 ନିମ୍ନସ୍ଥ A.P. ର 15 ତମ ପଦ ଓ n ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16, 11, 6, 1, -4, -9

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 16$ ଏବଂ $d = 11-16 = -5$

ଫଳରେ $t_{15} = a + (15-1)d = a + 14d$

$= 16 + 14 (-5) = 16 - 70$

$= -54$

ତେଣୁ 15ତମ ପଦ ଅର୍ଥାତ୍ $t_{15} = - 54$

ବର୍ତ୍ତମାନ $t_n = a + (n - 1) d$

$= 16 + (n-1) \times (-5) = 16 - 5n + 5$

$= 21 - 5n$

ଏଣୁ, nତମ ପଦ, ଅର୍ଥାତ୍ $t_n = 21-5n$

ଉଦାହରଣ 7.3: A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ - 3 ଏବଂ 12ତମ ପଦ 41 ହେଲେ, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : A.P. ର ପ୍ରଥମପଦ 'a' ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d ହେଉ ।

ଏଣୁ $t_{12} = a + (12 - 1) d = 41$

ବା, $-3 + 11d = 41$ (ଯେହେତୁ $a = -3$)

ବା, $11d = 44$

ବା, $d = 4$

ଏଣୁ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = 4

ଉଦାହରଣ 7.4 ଗୋଟିଏ A.P. ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 5 ଏବଂ 10ମ ପଦ 43 । ଏହାର ପ୍ରଥମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ :

$t_{10} = a + (10 - 1) d$

ଏଣୁ $4_3 = a + 9 \times 5$ (ଯେହେତୁ $d = 5$)

ବା, $4_3 = a + 45$

ବା, $a = -2$

ଅତଏବ, ପ୍ରଥମ ପଦ ହେଉଛି – 2

ଉଦାହରଣ 7.5 ଗୋଟିଏ A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ -2 ଏବଂ 11ତମ ପଦ 18 ହେଲେ, ଏହାର 15ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : 15ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାପାଇଁ d କେତେ ତାହା ଜାଣିବା ଆବଶ୍ୟକ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $t_{11} = a + (11 - 1) d$

ଏଣୁ $18 = -2 + 10d$

ବା, $10d = 20$

ବା, $d = 2$

ବର୍ତ୍ତମାନ $t_{15} = a + 14d$

$= -2 + 14 \times 2 = 26$

ଅତଏବ, $t_{15} = 26$

ଉଦାହରଣ 7.6: ଯଦି ଏକ A.P. ର p ତମ ପଦର p ଗୁଣ ସହ q ତମ ପଦର q ଗୁଣ ସମାନ ହୁଏ ଏବଂ $p \neq q$ ହୋଇଥାଏ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $(p + q)$ ତମ ପଦ ଶୂନ୍ ।

ସମାଧାନ : ଆମେ ଜାଣୁ :

$t_p = a + (p-1)d$

$t_q = a + (q-1)d$

ଯେହେତୁ $p \times t_p = q \times t_q$ ଏଣୁ

$p\left[a+(p-1)d\right] = q\left[a+(q-1)d\right]$

ବା, $pa + p(p-1)d - qa + q(q-1)d = 0$

ବା, $(p-q)a + (p^2-q^2)d - pd + qd = 0$

ବା, $(p-q)a + (p^2-q^2)d - (p-q)d = 0$

ବା, $(p-q)a + (p-q)(p+q)d - (p-q)d = 0$

ବା, $(p-q)\left[a+(p+q)d-d\right] = 0$

ବା, $a + (p+q)d - d = 0$ [ଯେହେତୁ $p - q \neq 0$]

ବା, $a + (p+q-1)d = 0$

ଯେହେତୁ ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ହେଉଛି (p+q) ତମ ପଦ, ତେଣୁ $t_{p+q} = 0$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 7.2

୧. ଏକ A.P. ର ପ୍ରଥମପଦ 4 ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର -3 ; ଏହାର 12 ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୨. ଏକ A.P. ର ପ୍ରଥମପଦ 2 ଏବଂ 9 ମ ପଦ 26 ; ଏହାର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

୩. ଗୋଟିଏ A.P. ର 12 ତମ ପଦ - 28 ଏବଂ 18 ତମ ପଦ - 46 ; ଏହାର ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 5, 2, -1 …… କେଉଁ ପଦଟି A.P. ର –22 ଅଟେ ।

5. ଯଦି A.P. ର p ତମ, q ତମ ଓ r ତମ ପଦ ଯଥାକ୍ରମେ x, y ଓ z ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $x(q-r) + y(r-p) + z(p-q) = 0$

7.4 A.P. ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି

ଜର୍ମାନ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ କାର୍ଲ ଫ୍ରେଡ଼ିକ୍ ଗସ୍ ପ୍ରାଥମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟରେ ଛାତ୍ରଥିବା ବେଳେ ଏକଦା ତାଙ୍କ ଶିକ୍ଷକ ତାଙ୍କ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରମାନଙ୍କୁ ପ୍ରଥମ 100 ଗୋଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ପଚାରିଲେ । ଯେତେବେଳେ ସମସ୍ତ ଛାତ୍ର ପ୍ରଶ୍ନଟିର ସମାଧାନ କରିବା ଚେଷ୍ଟାରେ ଲାଗି ପଡ଼ିଲେ, ସେତେବେଳେ ଗସ୍ ଅତିକମ୍ ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଶ୍ନଟିର ଉତ୍ତର କହି ଦେଇ ପାରିଥିଲେ । ଗସ୍ ଉକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର କିପରି ପାଇଥିଲେ ? ବୋଧହୁଏ ସେ ନିମ୍ନପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରିଥିବେ ।

$S = 1 + 2 + 3 + \ldots\ldots + 99 + 100 \ldots\ldots\ldots (1)$

ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବିପରୀତ କ୍ରମରେ ନେଇ ଯୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$S = 100 + 99 + 98 + \ldots\ldots + 2 + 1 \ldots\ldots\ldots (2)$

(1) ଓ (2) ର ପଦକୁ ପଦ ଯୋଗ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା,

$2S = 101 + 101 + 101 + \ldots\ldots\ldots + 101 + 101$ (100 ଥର)

$= 100 \times 101$

ବା $S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$

ଆମେ ସେହି ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ A.P. ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା

ଏକ A.P.ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦ ହେଉଛି

$a, a + d, a + 2d, \ldots\ldots a + (n - 2) d, a + (n-1) d$

ଏହି n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟିକୁ S_n ରୂପେ ସୂଚିତ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$Sn = a = (a+d)+(a+2d)+\ldots..+[a+(n-2)d]+[a+(n-1)d] \;\ldots\ldots.. (3)$

ଏହି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବିପରୀତ କ୍ରମରେ ଲେଖିଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$S_n = [a+(n-1)d]+[a+(n-2)d]+\ldots\ldots.+(a+d)+a\ldots\ldots...(4)$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ (3) ଓ (4) ର ପଦକୁ ପଦ ଯୋଗକଲେ, ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ (3)ର ଯେକୌଣସଦି ପଦ ସହ, (4)ର ତତ୍‌ସମ୍ପୃକ୍ତ ପଦକୁ ଯୋଗକଲେ $2a + (n - 1) d$ ପାଇବା, ଫଳରେ (3) ଓ (4) ଯୋଗ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ଯୋଗଫଳ ହେବ

$2S_n = [2a+(n-1)d]+[2a+(n-2)d]+\ldots..+[2a+(n-1)d]+[2a+(n-1)d]$ n ଥର

ବା, $2S_n = n[2a+(n-1)d]$

ବା, $S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

ଏହା ହେଉଛି ଗୋଟିଏ A.P.ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ସାଧାରଣ ସୂତ୍ର ।

ଏହି ସୂତ୍ରର ଅନ୍ୟ ରୂପ ହେଲା

$S_n = \frac{n}{2}[a+\{a+(n-1)d\}]$

$= \frac{n}{2}(a+t_n)$ (ଯେହେତୁ n ତମ ପଦ $t_n = a+(n-1)d$)

ସମୟ ସମୟରେ ଆମେ n ତମ ପଦକୁ ଶେଷପଦ ବୋଲି କହୁ ଏବଂ ଏହାକୁ 'l' ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଉ । ଫଳରେ:

$$S_n = \frac{n}{2}(a+\ell)........(5)$$

ଉଦାହରଣ 7.7 ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ A.P. ର ପ୍ରଥମ 12 ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 11, 16, 21, 26, ...

(ii) - 151, - 148, - 145, -142, ...

ସମାଧାନ : (i) ଦତ୍ତ A.P. ହେଉଛି

11, 16, 21, 26, ...

ଏଠାରେ $a = 11$, $d = 16 - 11 = 5$ ଏବଂ $n = 12$

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ ଏକ A.P.ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି

$$Sn = \frac{n}{2}\left[\,2a + (n-1)d\,\right]$$

ଅତଏବ, $Sn = \frac{12}{2}\left[\,2\times 11 + (12-1)\times 5\,\right]$

$$= [22 + 55] = 6 \times 77 = 462$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମଷ୍ଟି = 462

(ii) ଦତ୍ତ A.P. ହେଉଛି

$-151, -148, -145, -142, \dots\dots$

ଏଠାରେ $a = -151$, $d = -148 - (-151) = 3$ ଏବଂ $n = 12$

ଆମେ ଜାଣୁ :

ଏଣୁ ପ୍ରଥମ 12ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି

$$S_{12} = \frac{12}{2}[2 \times (-151) + (12-1)3]$$

$$= 6[-302 + 33] = 6 \times (-269)$$

$$= -1614$$

ତେଣୁ, ଯୋଗଫଳଟି -1614

ଉଦାହରଣ 7.8 2, 4, 6, 8, 10, ... A.P. ର ପ୍ରଥମ କେତୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି 210 ହେବ ?

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ A.P. ର $a = 2$, $d = 2$, $S_n = 210$

ଆମେ ଜାଣୁ : $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

ବା, $210 = \frac{n}{2}[2 \times 2 + (n-1)2]$

ବା, $420 = n[2n + 2]$

ବା, $420 = 2n^2 + 2n$

ବା, $2n^2 + 2n - 420 = 0$

ବା, $n^2 + n - 210 = 0$

ବା, $n^2 + 15n - 14n - 210 = 0$

ବା, $n(n + 15) - 14(n + 15) = 0$

ବା, $(n + 15)(n - 14) = 0$

ବା, $n = -15$ ବା $n = 14$

ଯେହେତୁ n ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇପାରିବ ନାହିଁ, ଏଣୁ $n = 14$

ଅତଏବ ଦତ୍ତ A.P. ର ପ୍ରଥମ 14 ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି 210 ।

ଉଦାହରଣ 7.9 ନିମ୍ନ ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

$2 + 5 + 8 + 11 + \ldots\ldots\ldots + 59$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ, 2, 5, 8, 11, ... ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଏକ A.P. ଗଠନ କରନ୍ତି ଏବଂ ଏହାର $a = 2$, $d = 3$ ଏବଂ $t_n = 59$. ଯୋଗ ଫଳ ବାହାର କରିବାକୁ ହେଲେ, ତୁମକୁ nର ମୂଲ୍ୟ ବାହାର କରିବାକୁ ହେବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $t_n = a + (n-1)d$

ଏଣୁ, $59 = 2 + (n-1)3$

ବା, $59 = 3n - 1$

ବା, $60 = 3n$

ଅତଏବ $n = 20$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

ବା, $S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 2 + (20-1)3]$

ବା, $S_{20} = 10[4 + 57] = 610$

ଅତଏବ, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମଷ୍ଟି = 610

ଉଦାହରଣ 7.10: 1 ରୁ 100 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗଣନସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 7, 7 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ଶେଷ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି 994 । ଏଣୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛନ୍ତି 7, 14, 21, ……….., 994 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକ ଏକ A.P. ଗଠନ କରନ୍ତି ।

ଏଠାରେ $a = 7$, $d = 7$ ଏବଂ $t_n = 994$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $t_n = a + (n – 1)d$

ବା, $994 = 7 + (n – 1)7$

ବା, $994 = 7n$

ଏଥିରୁ ମିଳେ, $n = 142$.

ବର୍ତ୍ତମାନ, $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$

$= \frac{142}{2}[7 + 994] = 71 \times 1001$

$= 71071$

ଅତଏବ, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମଷ୍ଟି = 71071

ଉଦାହରଣ 7.11: ଗୋଟିଏ A.P. ର ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି 36 ଏବଂ ଏଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ 1620 । A.P.ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଆମେ A.P. ର ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ପଦକୁ a, a+d ଓ a+2d ବୋଲି ନେଇପାରିବା । ମାତ୍ର ଏହାଦ୍ୱାରା ଗୁଣ'ଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଜଟିଳ ହେବା ଏବଂ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ସମୀକରଣ ଦୁଇଟିର ସହସମାଧାନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଜଟିଳ ତଥା ଅଧିକ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ହେବ । ସମାଧାନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ସହଜ କରିବାପାଇଁ ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ପଦଲାଗି a – d, a, a + d ନେବା ଓ ଏହାଫଳରେ ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ହେବ 3a ।

ମନେ କରାଯାଉ ଯେ ସମ୍ପୃକ୍ତ A.P. ର ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ହେଉଛନ୍ତି a – d, a, a + d

ଅତଏବ, $a – d + a + a + d = 36$

ବା, $3a = 36$

ଏଥିରୁ ମିଳିଲା, $a = 12$

ଯେହେତୁ ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି 1620 ଏଣୁ ପାଇବା

$(a – d)\, a\, (a + d) = 1620$

ବା, $(12 – d)\, 12\, (12 + d) = 1620$

ବା, $12^2 – d^2 = 135$

ବା, $144 - d^2 = 135$

ବା, $d^2 = 9$

ଅତଏବ, $d = 3$ ବା -3

ଯଦି $d = 3$ ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ହେବେ $12 - 3$, 12 ଏବଂ $12 + 3$

ଅର୍ଥାତ୍, 9, 12 ଓ 15 (ଯେହେତୁ $a = 12$)

ଯଦି $d = -3$, ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ହେବେ, 15, 12 ଓ 9

ଅତଏବ, A.P.ର ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ପଦ 9, 12, 15 ଏବଂ 15, 12, 9 ଦତ୍ତ ସର୍ତ୍ତକୁ ସିଦ୍ଧ କରନ୍ତି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 7.3

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ A.P.ର ପ୍ରଥମ 15 ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (i) 11, 6, 1, –4, –9 ...

   (ii) 7, 12, 17, 22, 27 ...

2. 25, 28, 31, 34,... ... .. A.P. ର ପ୍ରଥମ କେତୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି 1070 ହେବ ?

3. ନିମ୍ନ ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   $1 + 4 + 7 + 10 + \ldots\ldots + 118$

4. 100 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା 3 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଗୋଟିଏ A.P.ର ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପଦର ସମଷ୍ଟି 21 ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ 231 । A.P. ର ଉକ୍ତ ପଦ ତିନୋଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

6. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ l, a, n, d ଓ S_n ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଦିଆଯାଇନାହିଁ, ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର :

   (i) $a = -2$, $d = 5$, $S_n = 568$

   (ii) $l = 8$, $n = 8$, $S_8 = -20$

   (iii) $a = -3030$, $l = -1530$, $n = 5$

   (iv) $d = \frac{2}{3}$, $l = 10$, $n = 20$

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

- ଯେଉଁ ଅନୁକ୍ରମର ପ୍ରଥମ ପଦ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ପାଇବା ପାଇଁ ତା'ର ପୂର୍ବପଦ ସହ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ କରିବାକୁ ହୁଏ, ତାକୁ A.P. (ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ) କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ A.P. ର ପ୍ରଥମବିନ୍ଦୁକୁ 'a' ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତରକୁ 'd' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

- ଏକ A.P. ର nତମ ପଦ $t_n = a + (n - 1)d$.
- ଏକ A.P.ର ପ୍ରଥମ nଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
- ଯେଉଁ A.P.ର ପ୍ରଥମ ପଦ 'a', ଶେଷପଦ l ଏବଂ ପଦସଂଖ୍ୟା 'n', ତା'ର ସମଷ୍ଟି $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂରଚନାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ ଅଟନ୍ତି ?
   (i) 2, 5, 8, 12, 15, ...
   (ii) – 3, 0, 3, 6, 9 .....
   (iii) 1, 2, 4, 8, 16, ...
2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମର n ତମ ପଦ ଲେଖ ।
   (i) 5, 9, 13, 17, ...
   (ii) – 7, – 11, – 15, – 19
3. ଗୋଟିଏ A.P. ର ଚତୁର୍ଥପଦଟି ଏହାର ପ୍ରଥମପଦର ତିନିଗୁଣ ସହ ସମାନ ଏବଂ ସପ୍ତମ ପଦଟି ତୃତୀୟପଦର ଦୁଇଗୁଣଠାରୁ 1 ଅଧିକ । ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
4. ଗୋଟିଏ A.P. ର ପଞ୍ଚମପଦ ହେଉଛି 23 ଏବଂ 12ତମ ପଦ ହେଉଛି 37 । ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
5. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ A.P. ଗଠନ କରନ୍ତି । ଯଦି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ କୋଣର ପରିମାଣ, ବୃହତ୍ତମ କୋଣର ପରିମାଣର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ତିନୋଟିର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
6. ନିମ୍ନ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ପଦଟି A.P. ?
   (i) 100, 95, 90, 85, ……….. ର କେଉଁ ପଦଟି - 25 ?
   (
   (i) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}$..... is $\frac{25}{4}$?
7. ଗୋଟିଏ ଅନୁକ୍ରମର nତମ ପଦ $t_n = a + b_n$ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହି ଅନୁକ୍ରମଟି ଏକ A.P. । ଏହାର ପ୍ରଥମ ପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
8. ଯଦି ଗୋଟିଏ A.P.ର 7ମ ପଦର 7ଗୁଣ ଏହାର 11ତମ ପଦର 11ଗୁଣ ସହ ସମାନ ହୁଏ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହାର 18ତମ ପଦ ଶୂନ ।
9. ଯେଉଁ A.P.ର ପ୍ରଥମପଦ a ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d, ତାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଦୁଇଗୁଣ କଲେ ଯେଉଁ ସଂରଚନା ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ ତାହା କ'ଣ ଏକ A.P. କି? ଯଦି ତାହା ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ପ୍ରଥମପଦ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
10. ଯଦି ଗୋଟିଏ A.P.ର ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପଦ K + 2, 4K - 6 ଓ 3K - 2 ହୁଏ ତେବେ Kର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ A.P.ର ପଦସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯେପରିକି

(i) 1, 4, 7, 10, … … … .. ର ସମଷ୍ଟି 715 ହେବ ?

(ii) -10, -7, -4, -1 … … … .. ର ସମଷ୍ଟି 104 ହେବ ?

12. ପ୍ରଥମ 100 ଗୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ A.P.ର a = 2 ଏବଂ ପ୍ରଥମ ପାଞ୍ଚଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଞ୍ଚଟି ପଦର ସମଷ୍ଟିର ଏକ ଚତୁର୍ଥାଂଶ ସହ ସମାନ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏହା 20 ତମ ପଦ ହେଉଛି -12 ।

[**ସୂଚନା :** ଯଦି A.P.ଟି a, a+d, a+2d, … … … ହୁଏ, ତେବେ $S_5 = \frac{5}{2}[a + (a + 4d)]$

ପରବର୍ତ୍ତୀ ପାଞ୍ଚଟି ପଦ ମଧ୍ୟରେ ପ୍ରଥମ ପଦ ହେଉଛି a+5d ଏବଂ ଶେଷ ପଦ ହେଉଛି a+9d

14. ଯଦି ଗୋଟିଏ A.P. ର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି $2n+n^2$ ହୁଏ, ତେବେ ଉକ୍ତ A.P.ର nତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [**ସୂଚନା :** $t_r = S_r - S_{r-1}$]

15. ଯେଉଁ ତିନି ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ 1 ଭାଗଶେଷ ରହେ, ସେହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

[**ସୂଚନା :** ପ୍ରଥମ ପଦ 101 ଓ ଶେଷ ପଦ 997]

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

7.1.

1. a = – 5, d = 4
2. a = 6, d = 1
3. A.P. ନୁହେଁ ।
4. A = - 6 , d = 3

7.2.

1. – 29,   2. 3   3. 5, -3   4. 10 ମ ପଦ

7.3.

1. (i) – 360, (ii) 630,
2. 20
3. 2380
4. 1689
5. 3, 7, 11 ବା 11, 7, 3
6. (i) $n = 16, l = 73$ (ii) $a = -3, d = 3$

   (iii) $d = 375, S_n = -11400$ (iv) $a = -\frac{3}{8}, S_n = \frac{220}{3}$

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (ii)
2. (i) $t_n = 4n + 1$ (ii) $t_n = -4n - 3$
3. 3, 2
4. 15, 2
5. $30^o, 60^o, 90^o$
6. (i) 26 ତମ ପଦ, (ii) 25 ତମ ପଦ,
7. (a+b), b
9. ହଁ, ପ୍ରଥମ ପଦ = 2a, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = 2d
10. 3
11. (i) 22 ଗୋଟି ପଦ (ii) 13 ଗୋଟି ପଦ
12. 10,000
14. 6r –1
15. 123525

ମାଧ୍ୟମିକ ପାଠ୍ୟଖସଡ଼ା
ଗଣିତ
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟ– ବୀଜଗଣିତ

ସର୍ବାଧିକ ନମ୍ବର : ୨୫ **ସମୟ : ୪୫ ମିନିଟ**

ନିର୍ଦ୍ଦେଶାବଳୀ :

୧. ଭିନ୍ନ କାଗଜରେ ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

୨. ତୁମ ଉତ୍ତର ପତ୍ର ଉପରେ ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟମାନ ଉଲ୍ଲେଖ କର-
ନାମ
ପଞ୍ଜିକରଣ ସଂଖ୍ୟା (Enrolment Number)
ବିଷୟ
ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟର ପ୍ରସଙ୍ଗ
ଠିକଣା

୩. ତୁମ ଶିକ୍ଷାକେନ୍ଦ୍ର (Study Centre) ରେ ଥିବା ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ତୁମ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ନିରୀକ୍ଷଣ କରାଇ ନିଅ । ଏହାଦ୍ୱାରା ତୁମ କାର୍ଯ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଯଥାଯଥ ମତାମତ ପାଇପାରିବ ।

ତୁମର ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟକୁ National Institute of Open Schooling କୁ ପଠାଅ ନାହିଁ ।

1. ଯଦି ର x-a ଗୋଟିଏ ଗୁଣନୀୟକ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ a ର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି [1]

(a) $a = 1$

(b) $a = -1$

(c) $a = 2$

(d) $a = -2$

2. $\frac{1}{(-3/5)^{-2}}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି [1]

(A) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

(B) $\left(\frac{-5}{3}\right)^2$

(C) $(-5/3)^{-2}$

(D) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

3. ଗୋଟିଏ A.P.ର ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 15 ଏବଂ ସେପଦ ତିନୋଟିର ଗୁଣଫଳ 45 ତେବେ ସେ ସଂଖ୍ୟା ତିନୋଟି ହେଉଛନ୍ତି [1]

(A) 1, 3, 15

(B) 2, 4, 9

(C) 1, 5, 9

(D) 0, 5, 9

4. ଯଦି $y = \frac{x-1}{x+1}$ ହୁଏ, ତେବେ $2y - \frac{1}{2y}$ ର ମୂଲ୍ୟ ହେଉଛି [1]

(A) $\frac{3x^2 - 10x - 3}{2(x^2 - 1)}$

(B) $\frac{3x^2 - 10x + 1}{x^2 - 1}$

(C) $\frac{3x^2 + 10x + 3}{2(x^2 - 1)}$

(D) $\frac{3x^2 - 10x + 3}{2(x^2 - 1)}$

5. $\frac{4x^2 - 25}{2x^2 + 11x = 15}$ ରାଶିର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକୃତି ହେଉଛି [1]

(A) $\frac{2x-5}{x+3}$

(B) $\frac{2x+5}{x+3}$

(C) $\frac{2x-5}{x-3}$

(D) $\frac{2x-5}{x-3}$

6. $\left(\frac{7}{8}\right)^{-3} \times \left(\frac{8}{7}\right)^{-11} = \left(\frac{7}{8}\right)^{x}$ ହୁଏ, ତେବେ xର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

7. $\sqrt{3}$ ର $\sqrt{8}$ ମଧ୍ୟରେ ତିନିଗୋଟି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

8. ଦୁଇଟି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗ:ସା:ଗୁ (x–2) ଏବଂ ସେ ଦୁଇଟିର ଲ:ସା:ଗୁ $x^4 + 2x^3 - 8x - 16$ ଯଦି ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ $x^3 - 8$ ହୁଏ ତେବେ ଅନ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

9. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତା'ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମର ଯୋଗଫଳ $\frac{50}{7}$ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

10. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ତାର ପ୍ରସ୍ଥର ଦୁଇଗୁଣରୁ 5 ସେ.ମି. କମ୍ । ଯଦି ଏହାର ପରିସୀମା 110 ସେ.ମି. ହୁଏ, ତେବେ ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2]

11. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଯେଉଁ A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ 'a', ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ 'b' ଏବଂ ଶେଷ ପଦ 'c', ତାର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି $\frac{(a+c)(b+c-2a)}{2(b-a)}$ । [4]

12. ଅଜୟ ଦେଇଥିବା ପରୀକ୍ଷାର ମୋଟ ନମ୍ବର ଥିଲା 30 । ସେ ଯଦି ସେହି ପରୀକ୍ଷାରେ 10 ନମ୍ବର ଅଧିକ ରଖିଥା'ନ୍ତା, ତେବେ ତା'ର ନୂତନ ନମ୍ବରର 9 ଗୁଣ ସହ ସେ ପାଇଥିବା ପ୍ରକୃତ ନମ୍ବରର ବର୍ଗ ସମାନ ହୋଇଥାନ୍ତା । ତେବେ ସେ ପ୍ରକୃତରେ ପରୀକ୍ଷାରେ କେତେ ନମ୍ବର ରଖିଥିଲା । [6]

ମଡ୍ୟୁଲ ୨

ବ୍ୟାବସାୟିକ ଗଣିତ

ସାଧାରଣତଃ ବୟସ୍କମାନେ କହିଥାନ୍ତି ଯେ ତୁମର ଆୟଠାରୁ ବ୍ୟୟ କମ୍ କର । ଏହାର ଅନ୍ତର୍ନିହିତ ଅର୍ଥ ହେଉଛି ଯେ ଦୁର୍ଦ୍ଦିନ ପାଇଁ କିଛି ସଞ୍ଚୟ କରି ରଖ । ପକ୍ଷୀ ଏବଂ ଜୀବଜନ୍ତୁମାନେ ବର୍ଷାଦିନ ପାଇଁ ନିଜର ବସା ବା ଗୁମ୍ଫାରେ ଖାଦ୍ୟ ସଞ୍ଚୟ କରି ରଖିବା ତୁମେ ଦେଖିଥିବ । ଏହି ସବୁ ଉଦାହରଣରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ଏହି ମଡ୍ୟୁଲ୍‌ରେ ସଞ୍ଚୟର ଗୁରୁତ୍ୱ ଓ ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କୁହାଯାଇଛି ।

ବହୁ ଭାରତୀୟ ଗଣିତଜ୍ଞମାନେ ବ୍ୟବସାୟିକ ଗଣିତ ବିଷୟରେ ଅନେକ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଛନ୍ତି । ୟୋଦୋକ୍ସ୍ସୁ (ଖ୍ରୀ:ପୂ: ୩୭୦) ଭଗ୍ନାଂଶ ଏବଂ ଅନୁପାତ ଓ ସମାନୁପାତ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥିଲେ । ଅଶୋକ ଏବଂ ଚନ୍ଦ୍ରଗୁପ୍ତଙ୍କର ରାଜୁତି ସମୟରେ କର ଆଦାୟର ବିବରଣୀ ମିଳେ । ବହୁ ଗଣିତଜ୍ଞ ଅନୁପାତ ଏବଂ କର ହିସାବ ଉପରେ କାର୍ଯ୍ୟ କରିଥିବାର ବିବରଣୀ ମିଳେ (ଆର୍ଯ୍ୟଭଟ୍ଟ, ମହାବୀର, ବ୍ରହ୍ମଗୁପ୍ତ, ଶ୍ରୀଧରାଚାର୍ଯ୍ୟଙ୍କ ଭଳି) । ଆବିଷ୍କୃତ ୯୦୦ ଖ୍ରୀ:ଅ:ର ବକ୍‌ସାନୀ ପାଣ୍ଡୁଲିପିରେ ବ୍ୟାବାହରିକ ଗଣିତ ଉପରେ ଅନେକ ସମସ୍ୟାର ଉଲ୍ଲେଖ ଅଛି ।

ତୁମର ସଞ୍ଚୟକୁ ନିରାପଦରେ ରଖିବା ହେଉଛି ଅନ୍ୟ ଏକ କଠିନ ସମସ୍ୟା । ବ୍ୟାଙ୍କ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ଅର୍ଥ ସଂସ୍ଥାମାନ ସେମାନଙ୍କର ଉପଭୋକ୍ତାମାନଙ୍କର ଅର୍ଥ ଜମା ରଖନ୍ତି ଏବଂ କିଛି ସମୟ ଅବଧି ପରେ ଗଚ୍ଛିତ ରଖାଯାଇଥିବା ଅର୍ଥ ଉପରାନ୍ତେ କିଛି ଅଧିକ ଅର୍ଥ (ଯାହାକୁ 'ସୁଧ' କୁହାଯାଏ) ପ୍ରଦାନ କରନ୍ତି । ଏହା ନାଗରିକମାନଙ୍କୁ ଅର୍ଥ ସଞ୍ଚୟ କରିବା ଓ ତାକୁ ନିରାପଦରେ ରଖିବା ପାଇଁ ପ୍ରୋତ୍ସାହିତ କରିଥାଏ । ସେଥିପାଇଁ ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଗଚ୍ଛିତ ଅର୍ଥ ଉପରେ ସୁଧ ହିସାବ ଶିକ୍ଷାଦାନର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇଛି ।

ସରକାର ନାଗରିକମାନଙ୍କୁ ଅନେକ ସୁବିଧା ଯୋଗାଇ ଦେଇଥାନ୍ତି । ସେଥିପାଇଁ ନାଗରିକମାନଙ୍କ ଉପରେ କେତେକ କର ଧାର୍ଯ୍ୟ କରିଥା'ନ୍ତି । ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବିକ୍ରିକର ଅନ୍ୟତମ ଯାହା ସହିତ ଏହି ମଡ୍ୟୁଲରେ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପରିଚିତ ହେବେ । କ୍ରୟ ଓ ବିକ୍ରୟରେ କରାଯାଉଥିବା ଆର୍ଥିକ କାରବାର ସାଧାରଣତଃ ଲାଭ ପାଇଁ କରାଯାଇଥାଏ । ସାମଗ୍ରୀମାନଙ୍କର ମାତ୍ରାଧିକ ଯୋଗାଣ ବା ନିମ୍ନମାନର ସାମଗ୍ରୀ ଯୋଗାଣ ହେତୁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ଷତିରେ ବିକ୍ରୟ କରାଯାଇଥାଏ । ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ଅର୍ଥ ଅଭାବରୁ କେତେକ ସମୟରେ ଆମକୁ କିସ୍ତିରେ ଜିନିଷ କ୍ରୟ କରିବାକୁ ପଡ଼ିଥାଏ । ଏହି କାରଣରୁ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ କିସ୍ତି ଯୋଜନାରେ କ୍ରୟ କରୁଥିବା ସମୟରେ ସୁଧର ହିସାବ କରିବା ଶିକ୍ଷା ଦିଆଯାଇଥାଏ । ଋଣ କରିଥିବା ଅର୍ଥ ଯଥା ସମୟରେ ଫେରସ୍ତ ନ ଦେଲେ ଅର୍ଥ ଯୋଗାଣକାରୀ ସୁଧ ଉପରେ ମଧ୍ୟ ସୁଧ ଆଦାୟ କରିଥାନ୍ତି ଯାହାକୁ 'ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ' କୁହାଯାଏ । ଏଥିପାଇଁ ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧର ହିସାବ ଏହି ମଡ୍ୟୁଲରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ କରାଯାଇଛି । ଚକ୍ରବୃଦ୍ଧି ସୁଧ ସୂତ୍ରକୁ ସାମଗ୍ରୀମାନଙ୍କର ଦରରେ ହ୍ରାସ ଓ ବୃଦ୍ଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଏହା "ଦରବୃଦ୍ଧି ଓ ମୂଲ୍ୟହ୍ରାସ"ରେ ଶିକ୍ଷାଦେବାର ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଛି ।