$$6x^3 + 6x^2 - 72x = 6x(x^2 + x - 12)$$
$$= 6x(x + 4)(x - 3)$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଗ:ସା:ଗୁ: $= 2x(x - 3)$ ($\because$ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗମାନଙ୍କର ଗ:ସା:ଗୁ: $= 2$)
$= 2x^2 - 6x$

(2) ପଲନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ:

ଗ:ସା:ଗୁ: ପରି ତୁମେମାନେ ମଧ୍ୟ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: (ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ) ସହ ପରିଚିତ । ଏହା ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ଦତ୍ତ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଗୁଣିତକ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 8 ଓ 12 ର ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି 24 , କାରଣ 8 ଓ 12 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ 24 ହେଉଛି କ୍ଷୁଦ୍ରତମ । ନିମ୍ନରେ ଦେଖ-

8 ର ଗୁଣିତକ	: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...
12 ର ଗୁଣିତକ	: 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, ...
8 ଓ 12 ର ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ	: 24, 48, 72, ...

ବୀଜଗଣିତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ବ ଧାରା ଅନୁରୂପ ଦୁଇଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଲଘିଷ୍ଠ ସାଧାରଣ ଗୁଣିତକ (ଲ:ସା:ଗୁ) ହେଉଛି ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ବା ପଲିନୋମିଆଲ୍ ସମୂହର ଏବଂ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗର ଗୁଣଫଳ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $4(x+1)^2$ ଏବଂ $6(x+1)^3$ ର ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି $12(x+1)^3$ ।

ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ)ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: ପାଇବା ପାଇଁ, ଦତ୍ତ ମନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗଗୁଡ଼ିକର ଲ:ସା:ଗୁ: ସହ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ଚଳରାଶି ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କୁ ଗୁଣନ କରାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $12x^2y^2z$ ଓ $18x^2yz$ ହେଉଛି $36x^2y^2z$,ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ x^2, y^2 ଓ z । ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ କେତେକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

ଉଦାହରଣ : 4.17 ଲ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $4x^2y$ and x^3y^2 (ii) $(x-2)^3(2x-3)$ and $(x-2)^2(2x-3)^3$

ସମାଧାନ : (i) ସଂଖ୍ୟା ସହଗ 4 ଓ 1 ର ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି 4 । ଯେହେତୁ x ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ x^3 ଏବଂ y ର ସର୍ବୋଚ୍ଚଘାତ y^2, ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି $4x^3y^2$ ।

(ii) ସାଂଖ୍ୟ ସହଗ 1 ଓ 1 ର ଲ:ସା:ଗୁ: 1

ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କରେ ଗୁଣନୀୟକ $(x-2)$ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ହେଉଛି $(x-2)^3$

ଏବଂ $(2x-3)$ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ହେଉଛି $(2x-3)^3$

ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱୟର ଲ:ସା:ଗୁ: $= 1 \times (x-2)^3 \times (2x-3)^3$

$$= (x-2)^3(2x-3)^3$$

ଉଦାହରଣ 4.17 (ii) ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସମୟରେ, ଯେଉଁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉତ୍ପାଦୀକରଣ ସହଜ, ସେପରି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା । ସାଂଖ୍ୟ ସହଗମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: ସହିତ ଯେକୌଣସି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ହେବ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: । ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା ପାଇବା ପାଇଁ ଉଦାହରଣ 4.18 କୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 4.18 ଲ:ସା:ଗୁ: ନିରୂପଣ କର ।

(i) $(x-2)(x^2-3x+2)$ ଏବଂ x^2-5x+6

(ii) $8(x^3-27)$ ଏବଂ $12(x^5+27x^2)$

ସମାଧାନ :

(i) (i) $(x-2)(x^2-3x+2) = (x-2)(x-2)(x-1)$

$= (x-2)^2(x-1)$

ଏବଂ $x^2-5x+6 = (x-2)(x-3)$

ସାଂଖ୍ୟ ସହଗମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: $=1$

ଅନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: $=(x-2)^2(x-1)(x-3)$

ଏଣୁ ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: $=(x-1)(x-2)^2(x-3)$

(ii) $8(x^3-27) = 8(x-3)(x^2+3x+9)$

$12(x^5+27x^2) = 12x^2(x^3+27)$

$= 12x^2(x+3)(x^2-3x+9)$

ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗମାନଙ୍କର ସହଗ 8 ଓ 12 ର ଲ:ସା:ଗୁ: $=24$ ।

ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: $= x^2(x-3)(x+3)(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$

ଏଣୁ, ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଲ:ସା:ଗୁ: $= 24x^2(x-3)(x+3)(x^2+3x+9)(x^2-3x+9)$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 4.6

1. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $27x^4y^2$ ଓ $3xy^3$

(ii) $48y^7x^9$ ଓ $12y^3x^5$

(iii) $(x+1)^3$ ଓ $(x+1)^2(x-1)$

(iv) x^2+4x+4 ଓ $x+2$

(v) $18(x+2)^3$ ଓ $24(x^3+8)$

(vi) $(x+1)^2(x+5)^3$ ଓ $x^2+10x+25$

(vii) $(2x-5)^2(x+4)^3$ ଓ $(2x-5)^3(x-4)$

(viii) x^2-1 ଓ x^4-1

(ix) x^3-y^3 ଓ x^2-y^2

(x) $6(x^2-3x+2)$ ଓ $18(x^2-4x+3)$

2. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $25x^3y^2$ ଓ $15xy$

(ii) $30xy^2$ ଓ $48x^3y^4$

(iii) $(x+1)^3$ ଓ $(x+1)^2(x-1)$

(iv) x^2+4x+4 ଓ $x+2$

(v) $18(x+2)^3$ ଓ $24(x^3+8)$

(vi) $(x+1)^2(x+5)^3$ ଓ $x^2+10x+25$

(vii) $(2x-5)^2(x+4)^2$ ଓ $(2x-5)^3(x-4)$

(viii) x^2-1 ଓ x^4-1

(ix) x^3-y^3 ଓ x^2-y^2

(x) $6(x^2-3x+2)$ ଓ $18(x^2-4x+3)$

4.5 ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ (ବା ରାଶି)

ତୁମେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ପରିଚିତ ହୋଇସାରିଲଣି । ଯେପରି $\frac{p}{q}$ (ଯେଉଁଠି p ଓ q ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ $q \neq 0$) ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ, $\frac{p}{q}$ (ଯେଉଁଠି p ଓ q ପଲିନୋମିଆଲ୍ ମାତ୍ର q ଶୂନ ନୁହେଁ) ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶିକୁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ (ବା ରାଶି) କୁହାଯାଏ । ଏଣୁ ନିମ୍ନସ୍ଥ

$$\frac{x+1}{x-1}, \frac{x^2-3x+5}{x^2-5}, \frac{\frac{1}{2}a^2+b^2-\frac{5}{6}}{a+b}, \frac{x^2+\sqrt{2}y^2}{\sqrt{3}x-y}$$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଦୁଇଗୋଟି ଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ରାଶି ।

ଟୀକା :

(1) 'x^2+1' ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଟି ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି, କାରଣ ଏହାକୁ $\frac{x^2+1}{1}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା 1 ହେଉଛି ଶୂନଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

(2) ପଲିନୋମିଆଲ୍ 7 ହେଉଛି ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି, କାରଣ ଏହାକୁ $\frac{7}{1}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ ଏବଂ 7 ଓ 1 ପ୍ରତ୍ୟେକ ଶୂନଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଶୂନଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

(3) ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି ସର୍ବଦା ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହୋଇନପାରେ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପରିମେୟ ରାଶି $\frac{1}{x}\left(=x^{-1}\right)$ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ନୁହେଁ । ଅନ୍ୟପକ୍ଷେ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ସର୍ବଦା ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି ।

$\frac{\sqrt{x}+2}{1-x}, x^2+2\sqrt{x}+3, \frac{a^{\frac{2}{3}}-\frac{1}{b}}{a^2+ab+b^2}$ ମଧ୍ୟରୁ କୌଣସିଟି ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି ନୁହେଁ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 4.7

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶି ଏକ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଟେ ?

(i) $\frac{2x-3}{4x-1}$ (ii) $\frac{8}{x^2+y^2}$

(iii) $\frac{2\sqrt{3}x^2+\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$ (iv) $\frac{2x^2-\sqrt{x}+3}{6x}$

(v) $200+\sqrt{11}$ (vi) $\left(a+\frac{1}{b}\right)\div b^{\frac{1}{3}}$

(vii) $y^3+3yz\,(y+z)+z^3$ (vii) $5\div(a+3b)$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲାଗି ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

(i) ଏକ ଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ

(ii) ଦୁଇ ଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ

(iii) ଲବ ଏକ ବାଇନୋମିଆଲ୍ ଏବଂ ହର ଏକ ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍ ହୋଇଥିବା ଏକ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ

(iv) ଲବ ଏକ ଧ୍ରୁବ ଓ ହର ଏକ ଦ୍ୱିଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହୋଇଥିବା ଏକ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ

(v) ଲବ ଏକ ତିନିଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଓ ହର ଏକ ପାଞ୍ଚଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ

(vi) ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ହୋଇନଥିବା ଏକ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶି

4.6 ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥିବା ଭଳି ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଉପରେ ମଧ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ ।

(1) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧରେ ଯୋଗ ବିୟୋଗ ଭିତରେ ଥିବା ସାମଞ୍ଜସ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଲାଗି ଆମେ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଟି ଦେଖିବା । ଏହି ସାମଞ୍ଜସ୍ୟ ମଧ ବିୟୋଗ ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ରହିଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ : 4.19 ଯୋଗ ଫଳ ବାହାର କର ।

(i) $\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x+1}$

ସମାଧାନ : (i) $\frac{5}{6}+\frac{3}{8} = \frac{5\times4+3\times3}{24}$ ← 6 ଓ 8 ର ଲ:ସା:ଗୁ:

$$= \frac{20+9}{24}$$

$$= \frac{29}{24}$$

(ii) $$\frac{2x+1}{x-1}+\frac{x+2}{x+1}=\frac{(2x+1)(x+1)(x+2)(x-1)}{(x-1)(x+1)} \leftarrow (x-1) \text{ ଓ } (x+1) \text{ ର ଲ:ସା:ଗୁ:}$$

$$=\frac{2x^2+3x+1+x^2+x-2}{x^2-1}$$

$$=\frac{3x^2+4x-1}{x^2-1}$$

ଉଦାହରଣ : 4.20 ବିୟୋଗଫଳ ବାହାର କର $\frac{x-1}{x+1}$ from $\frac{3x-2}{3x+1}$

ସମାଧାନ : $$\frac{3x-2}{3x+1}-\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)(3x-2)-(x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x+1)}$$

$$=\frac{3x^2+x-2-(3x^2-2x-1))}{3x^2+4x+1}$$

$$=\frac{3x-1}{3x^2+4x+1}$$

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ରାଶିର ଯୋଗଫଳ ତଥା ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ରାଶିର ବିୟୋଗଫଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ।

ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶର ଯୋଗଫଳ ଓ ବିୟୋଗଫଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ହୋଇଥିବାରୁ $x+\frac{1}{x}(x \neq 0)$ ଏବଂ $x-\frac{1}{x}(x \neq 0)$ ଉଭୟ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ କାରଣ x ଓ $\frac{1}{x}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ । ସେହିପରି $x^2+\frac{1}{x^2}, x^3+\frac{1}{x^3}, x^2-\frac{1}{x^2}, x^3-\frac{1}{x^3}$ ଆଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ । ଆମେ $x+\frac{1}{x}$ ବା $x-\frac{1}{x}$ ର ମୂଲ୍ୟ ଜାଣିଥିଲେ, $x^2+\frac{1}{x^2}, x^2-\frac{1}{x^2}, x^3+\frac{1}{x^3}, x^3-\frac{1}{x^3}$ ଆଦିର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରୁଥିବାରୁ ଏବଂ ଏହାର ବିପରୀତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ସମ୍ଭବ ହୋଇଥିବାରୁ ଉପରୋକ୍ତ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ଆମ ପାଇଁ ଆଗ୍ରହ ସୃଷ୍ଟି କରିଥାନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ : 4.21 ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $x^2+\frac{1}{x^2}$ if $x-\frac{1}{x}=1$ (ii) $x^4+\frac{1}{x^4}$ if $x+\frac{1}{x}=4$

(iii) $x-\frac{1}{x}$ if $x^4+\frac{1}{x^4}=119$ (iv) $x^3+\frac{1}{x^3}$ if $x+\frac{1}{x}=3$

(v) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ if $x - \frac{1}{x} = 5$

ସମାଧାନ :(i) $x - \frac{1}{x} = 1$ (ଦତ୍ତ)

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (1)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 1$$

Hence, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

(ii) $x + \frac{1}{x} = 4$ (ଦତ୍ତ)

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = (14)^2$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 196$$

ତେଣୁ $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$

(iii) $x^4 + \frac{1}{x^4} = 194$ (ଦତ୍ତ)

$$\Rightarrow (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + 2 = 119 + 2 = 121$$

$$\Rightarrow \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=(11)^2$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=11$$ (ଯେହେତୁ x^2 ଓ $\frac{1}{x^2}$ ଉଭୟ ଧନାତ୍ମକ)

$$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}-2=9$$

$$\Rightarrow \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=(3)^2$$

$$\therefore x-\frac{1}{x}=\pm 3$$

(iv) $x+\frac{1}{x}=3$ (ଦତ୍ତ)

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right)^3=(3)^3$$

$$\Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+3\times x\times\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)=27$$

$$\Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}+3(3)=27$$

$$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=18$$

(v) $x-\frac{1}{x}=5$ (ଦତ୍ତ)

$$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^3=(5)^3$$

$$\Rightarrow x^3-\frac{1}{x^3}-3\times x\times\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)=125$$

$$\Rightarrow x^3-\frac{1}{x^3}-3(5)=125$$

$$\therefore x^3-\frac{1}{x^3}=140$$

ଟିପ୍ପଣୀ

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 4.8

1. ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{x^2+1}{x-2}$ ଓ $\frac{x^2-1}{x-2}$ (ii) $\frac{x+1}{x+3}$ ଓ $\frac{x-1}{x-2}$

(iii) $\frac{x-1}{x-2}$ ଓ $\frac{1}{x+1}$ (iv) $\frac{3x+2}{x^2-16}$ ଓ $\frac{x-5}{(x+4)^2}$

(v) $\frac{x-2}{x+3}$ ଓ $\frac{x+2}{x+3}$ (vi) $\frac{x+2}{x-2}$ ଓ $\frac{x-2}{x+2}$

(vi) $\frac{x+1}{x+2}$ ଓ $\frac{x^2-1}{x^2+1}$ (vii) $\frac{3\sqrt{2}+1}{3x^2}$ ଓ $\frac{-2\sqrt{2x}+1}{2x^2}$

2. ବିୟୋଗ କର ।

(i) $\frac{x+4}{x+2}$ ରୁ $\frac{x-1}{x-2}$ (ii) $\frac{2x+1}{2x-1}$ ରୁ $\frac{2x-1}{2x+1}$

(iii) x ରୁ $\frac{1}{x}$ (iv) $\frac{x+1}{x^2-1}$ ରୁ $\frac{2}{x}$

(v) $\frac{2x^2+3}{x-4}$ ରୁ $\frac{x^2+1}{x-4}$ (vi) $\frac{2x^3+x^2+3}{(x^2+2)^3}$ ରୁ $\frac{1}{x^2+2}$

(vii) $\frac{x-2}{(x+3)^2}$ ରୁ $\frac{x+2}{2(x^2-9)}$ (viii) $\frac{4x}{x^2-1}$ ରୁ $\frac{x+1}{x-1}$

3. ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $a^2+\frac{1}{a^2}$ ଯଦି $a+\frac{1}{a}=2$ (ii) $a^2+\frac{1}{a^2}$ ଯଦି $a-\frac{1}{a}=2$

(iii) $a^3+\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a+\frac{1}{a}=2$ (iv) $a^3+\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a+\frac{1}{a}=5$

(v) $a^3-\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ (vi) $8a^3+\frac{1}{27a^3}$ ଯଦି $2a+\frac{1}{3a}=5$

(vii) $a^3+\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a+\frac{1}{a}=\sqrt{3}$ (viii) $a^3+\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a^2+\frac{1}{a^2}=7, a>0$

(ix) $a-\frac{1}{a}$ ଯଦି $a^4+\frac{1}{a^4}=727$ (x) $a^3-\frac{1}{a^3}$ ଯଦି $a^4+\frac{1}{a^4}=34, a>0$

---

(2) ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶର ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା ।

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{5}{7}$ ର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times5}{3\times7}=\frac{10}{21}$

ସେହିପରି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ $\frac{P}{Q}$ ଓ $\frac{R}{S}$ (ଯେଉଁଠି P, Q, R, S ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଏବଂ $Q, S \neq 0$)ର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି $\frac{P}{Q}\times\frac{R}{S}=\frac{PR}{QS}$ ।

ତୁମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବ ଯେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ରାଶିର ଗୁଣଫଳ ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ରାଶି ।

ଉଦାହରଣ : 4.22 ଗୁଣଫଳ ବାହାର କର ।

(i) $\frac{5x+3}{5x-1}\times\frac{2x-1}{x+1}$ (ii) $\frac{2x+1}{x-1}\times\frac{x-1}{x+3}$

(iii) $\frac{x^2-7x+10}{(x-4)^2}\times\frac{x^2-7x+12}{x-5}$

ସମାଧାନ : (i) $\frac{5x+3}{5x-1}\times\frac{2x-1}{x+1}=\frac{(5x+3)(2x-1)}{(5x-1)(x+1)}$

$$=\frac{10x^2+x-3}{5x^2+4x-1}$$

(ii) $\frac{2x+1}{x-1}\times\frac{x-1}{x+3}=\frac{(2x+1)(x-1)}{(x-1)(x+3)}$

$$=\frac{2x+1}{x+3}$$ ← ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ $(x-1)$ କୁ ଲବ ଓ ହରରୁ କାଟି ଦେବାରୁ

(iii) $\frac{x^2-7x+10}{(x-4)^2}\times\frac{x^2-7x+12}{x-5}=\frac{(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)}{(x-4)^2(x-5)}$

$$=\frac{(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)}{(x-4)^2(x-5)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)}$$

ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ $(x-4)$ $(x-5)$ କୁ ଲବ ଓ ହରରୁ କାଟି ଦେବାରୁ

$$= \frac{x^2-5x+6}{x-4}$$

ଟୀକା : ଲବ ଓ ହରରୁ ଗ:ସା:ଗୁ: କୁ କାଟିଦେବା ପରେ ମିଳିଥିବା ଫଳକୁ ଗୁଣଫଳର **ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ ମଧ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା ସହ ପରିଚିତ । ଯଥା $\frac{2}{3}$ କୁ $\frac{5}{7}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଆମେ ଲେଖୁ $\frac{2}{3}\div\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}$ ଯେଉଁଠି $\frac{7}{5}$ ହେଉଛି $\frac{5}{7}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ । ସେହିପରି ପରିମେୟ ରାଶି $\frac{P}{Q}$ କୁ ଏକ ଶୂନ ହୋଇନଥିବା ପରିମେୟ ରାଶି $\frac{R}{S}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟାକୁ ଆମେ ଲେଖୁ $\frac{P}{Q}\div\frac{R}{S}=\frac{P}{Q}\times\frac{S}{R}$ ଯେଉଁଠି P, Q, R, S ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଏବଂ $\frac{S}{R}$ ହେଉଛି $\frac{R}{S}$ ର ବ୍ୟତିକ୍ରମ ରାଶି ।

ଉଦାହରଣ : 4.23 ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ରାଶିର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{x^2+20}{x^3+5x+6}$ (ii) $-\frac{2y}{y^2-5}$ (iii) x^3+8

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{x^2+20}{x^3+5x+6}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\frac{x^3+5x+6}{x^2+20}$

(ii) $-\frac{2y}{y^2-5}$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $-\frac{y^2-5}{2y}=\frac{5-y^2}{2y}$

(iii) ଯେହେତୁ $x^3+8=\frac{x^3+8}{1}$, ତେଣୁ x^3+8 ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\frac{1}{x^3+8}$

ଉଦାହରଣ : 4.24 ଭାଗ କର ।

(i) $\frac{x^2+1}{x-1}$ କୁ $\frac{x-1}{x+2}$ ଦ୍ୱାରା

(ii) $\frac{x^2-1}{x^2-25}$ କୁ $\frac{x^2-4x-5}{x^2+4x-5}$ ଦ୍ୱାରା । ଭାଗଫଳକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : (i) $\frac{x^2+1}{x-1} \div \frac{x-1}{x+2} = \frac{x^2+1}{x-1} \times \frac{x+2}{x-1}$

$$= \frac{(x^2+1)(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{x^3+2x^2+x+2}{x^2-2x+1}$$

(ii) $\frac{x^2-1}{x^2-25} \div \frac{x^2-4x-5}{x^2+4x-5} = \frac{(x^2-1)(x^2+4x-5)}{(x^2-25)(x^2-4x-5)}$

$$= \frac{(x-1)(x+1)(x+5)(x-1)}{(x-5)(x+5)(x+1)(x-5)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)}{(x-5)(x-5)}$$

(ଗ:ସା:ଗୁ: $(x+1)(x+5)$କୁ କାଟିଦେଇ)

$$= \frac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$$

ଭାଗଫଳର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ $\frac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 4.9

1. ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ଏହାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $\frac{7x+2}{2x^2+3x+1} \times \frac{x+1}{7x^2-5x-2}$ (ii) $\frac{x^3+1}{x^4+1} \times \frac{x^3-1}{x^4-1}$

(iii) $\frac{3x^2-15x+18}{2x-4} \times \frac{17x+3}{x^2-6x+9}$ (iv) $\frac{5x-3}{5x+2} \times \frac{x+2}{x+6}$

(v) $\frac{x^2+1}{x-1} \times \frac{x+1}{x^2-x+1}$ (vi) $\frac{x^3+1}{x-1} \times \frac{x-1}{2x}$

(vii) $\frac{x-3}{x-4} \times \frac{x^2-5x+4}{x^2-2x-3}$ (viii) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-2x-3} \times \frac{x^2-2x-24}{x^2-16}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ରାଶିର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{x^2+2}{x-1}$ (ii) $-\frac{3a}{1-a}$

(iii) $-\frac{7}{1-2x-x^2}$ (iv) x^4+1

3. ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ଏହାକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $\frac{x^2+11x+18}{x^2-4x-117} \div \frac{x^2+7x+10}{x^2-12x-13}$ (ii) $\frac{6x^2+x-1}{2x^2-7x-15} \div \frac{4x^2+4x+1}{4x^2-9}$

(iii) $\frac{x^2+x+1}{x^2-9} \div \frac{x^3-1}{x^2-4x+3}$ (iv) $\frac{x^2+2x-24}{x^2-x-12} \div \frac{x^2-x-6}{x^2-9}$

(v) $\frac{3x^2+14x-5}{x^2-3x+2} \div \frac{3x^2+2x-1}{3x^2-3x-2}$ (vi) $\frac{2x^2+x-3}{(x-1)^2} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-1}$

ଆମେ ଯାହା ସବୁ ଶିଖିଲେ

- ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଗୁଣଫଳମାନ ବୀଜଗଣିତରେ ବାରମ୍ବାର ଦେଖାଯାଇଥାଏ :

(i) $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ (ii) $(x-y)^2 = x^2-2xy+y^2$

(iii) $(x+y)(x-y) = x^2-y^2$ (iv) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

(v) $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$

(vi) $(x+y)^3 = x^3+3xy(x+y)+y^3$ (vii) $(x-y)^3 = x^3-3xy(x-y)-y^3$

(viii) $(x+y)(x^2-xy+y^2) = x^3+y^3$ (ix) $(x-y)(x^2+xy+y^2) = x^3-y^3$

- ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଦୁଇଟି ବା ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉତ୍ପାଦୀକରଣ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।
- ଯଦି ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗୁଣନୀୟକ ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ଯେପରିକି ମିଳିଥିବା କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକର 1 ବା -1 ନିଜ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ନ ଥାଏ, ସେ ସ୍ଥଳେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଟିର ସମ୍ପୂର୍ଣ୍ଣ ଉତ୍ପାଦୀକରଣ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।
- ଉପରଲିଖିତ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଗୁଣନ ସୂତ୍ର ଉପରେ ଆଧାରିତ ଉତ୍ପାଦୀକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଭିନ୍ନ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପଦମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକକୁ ବଣ୍ଟନ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ ଦ୍ୱାରା ବନ୍ଧନୀ ବାହାରକୁ ନେଇ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ପାଦକରେ ପରିଣତ କରିପାରୁ ।
- ଦୁଇଗୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଉତ୍ପାଦକ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଓ ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ।
- ଦୁଇଗୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣିତକ ହୋଇଥିବା କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଓ ସର୍ବନିମ୍ନ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

- P ଓ Q ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଓ Q ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ହୋଇଥିଲେ $\frac{p}{q}$ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିକୁ ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ (ବା ରାଶି) କୁହାଯାଏ ।
- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ଯେପରି ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାମାନ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ ସେହିପରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିମେୟ ରାଶିମାନଙ୍କ ଉପରେ ମଧ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାମାନ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଏ । ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ରାଶିର ଯୋଗଫଳ, ବିୟୋଗଫଳ, ଗୁଣଫଳ ଓ ଭାଗଫଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ରାଶି ।
- ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ରାଶିର ଲବ ଓ ହରରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକକୁ କାଟିଦେଲେ, ଉକ୍ତ ପରିମେୟ ରାଶିଟି ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ଠିକ୍ ବିକଳ୍ପ ପାଖରେ ଠିକ୍ (✓) ଚିହ୍ନ ଦିଅ ।

(i) ଯଦି $120^2 - 20^2 = 25p$, ତେବେ p ର ମୂଲ୍ୟ ହେବ

(A) 16 (B) 140 (C) 560 (D) 14000

(ii) $(2a^2+3)^2 - (2a-3)^2$ ସହ ସମାନ ହେବ

(A) $24a^2$ (B) $24a^4$ (C) $72a^2$ (D) $72a^4$

(iii) $(a^2+b^2)+(a^2-b^2)^2$ ସହ ସମାନ ହେବ

(A) $2(a^2+b^2)$ (B) $4(a^2+b^2)$

(C) $4(a^4+b^4)$ (D) $2(a^4+b^4)$

(iv) ଯଦି $m - \frac{1}{m} = -\sqrt{3}$ ତେବେ $m^2 - \frac{1}{m^2}$ ର ମୂଲ୍ୟ ହେବ

(A) 0 (B) $6\sqrt{3}$ (C) $-6\sqrt{3}$ (D) $-3\sqrt{3}$

(v) $\frac{327\times327-323\times323}{327+323}$ ସହ ସମାନ ହେବ

(A) 650 (B) 327 (C) 323 (D) 4

(vi) $8m^3 - n^3$ ସହ ସମାନ ହେବ

(A) $(2m-n)(4m^2-2mn+n^2)$ (B) $(2m-n)(4m^2+2mn+n^2)$

(C) $(2m-n)(4m^2-4mn+n^2)$ (D) $(2m-n)(4m^2+4mn+n^2)$

(vii) $\frac{467\times467\times467+533\times533\times533}{467\times467-467\times533+533\times533}$ ସହ ସମାନ ହେବ

(A) 66 (B) 198 (C) 1000 (D) 3000

(viii) $36a^5b^2$ ଓ $90a^3b^4$ ର ଗ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି

(A) $36a^3b^2$ (B) $18a^3b^2$

(C) $90a^3b^4$ (D) $180a^5b^4$

(ix) $x^2 - 1$ ଓ $x^2 - 1 - 2$ ର ଲ:ସା:ଗୁ: ହେଉଛି

(A) $(x^2 - 1)(x - 2)$ (B) $(x^2 - 1)(x + 2)$

(C) $(x - 1)^2 (x + 2)$ (D) $(x + 1)^2 (x - 2)$

(x) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଟି ପରିମେୟ ପରିପ୍ରକାଶ ନୁହେଁ

(A) $\sqrt{33}$ (B) $x + \dfrac{1}{\sqrt{5x}}$

(C) $8\sqrt{x} + 6\sqrt{y}$ (D) $\dfrac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $(a^m + a^n)(a^m - a^n)$ (ii) $(x + y + 2)(x - y + 2)$

(iii) $(2x + 3y)(2x + 3y)$ (iv) $(3a - 5b)(3a - 5b)$

(v) $(5x + 2y)(25x^2 - 10xy + 4y^2)$ (vi) $(2x - 5y)(4x^2 + 10xy + 25y^2)$

(vii) $\left(a + \dfrac{5}{4}\right)\left(a + \dfrac{4}{5}\right)$ (viii) $(2z^2 + 3)(2z^2 - 5)$

(ix) $99 \times 99 \times 99$ (x) $103 \times 103 \times 103$

(xi) $(a + b - 5)(a + b - 6)$ (xii) $(2x + 7z)(2x + 5z)$

3. $x = a - b$ ଏବଂ $y = b - c$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ

$(a - c)(a + c - 2b) = x^2 - y^2$

4. $64x^3 - 125z^3$ ଯଦି $4x - 5z = 16$ ଓ $xy = 12$ ହୁଏ, $64x^3 - 125z^3$ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5. ଉତ୍ପାଦକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $x^7 y^6 + x^{22}y^{20}$ (ii) $3a^5b - 243ab^5$

(iii) $3a^6 + 12a^4b^2 + 12a^2b^4$ (iv) $a^4 - 8a^2b^3 + 16b^6$

(v) $3x^4 + 12y^4$ (vi) $x^8 + 14x^4 + 81$

(vii) $x^2 + 16x + 63$ (viii) $x^2 - 12x + 27$

(ix) $7x^2 + xy - 6y^2$ (x) $5x^2 - 8x - 4$

(xi) $x^6 - 729y^6$ (xii) $125a^6 + 64b^6$

6. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $x^3 - x^5$ ଓ $x^4 - x^7$

(ii) $30(x^2 - 3x + 2)$ ଓ $50(x^2 - 2x + 1)$

7. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଲ:ସା:ଗୁ: ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $x^3 + y^3$ ଓ $x^2 - y^2$

(ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4$ ଓ $x^2 + xy + y^2$

8. ସୂଚିତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କର ।

(i) $\dfrac{x+1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x+1}$

(ii) $\dfrac{2x^2+2x-7}{x^2+x-6} - \dfrac{x-1}{x-2}$

(iii) $\dfrac{x-1}{x-2} \times \dfrac{3x+1}{x^2-4}$

(iv) $\dfrac{x^2-1}{x^2-25} \div \dfrac{x^2-4x-5}{x^2+4x-5}$

9. $\dfrac{2}{a-1} - \dfrac{2}{a+1} - \dfrac{4}{a^2+1} - \dfrac{8}{a^4+1}$ ସରଳ କର ।

(ସୂଚନା : $\dfrac{2}{a-1} - \dfrac{2}{a+1} = \dfrac{4}{a^2-1}$; ବର୍ତ୍ତମାନ ପରବର୍ତ୍ତୀ ପଦକୁ ଏକାଠି କର)

10. ଯଦି $m = \dfrac{x+1}{x-1}$ and $n = \dfrac{x-1}{x+1}$ ହୁଏ ତେବେ $m^2 + n^2 - mn$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

'ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା'ର ଉତ୍ତର

4.1

1. (i) $25x^2 + 20xy + y^2$ (ii) $x^2 - 6x + 9$ (iii) $a^2b^2 + 2abcd + c^2d^2$

(iv) $4x^2 - 20xy + 5y^2$ (v) $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{2}{3}x + 1$ (vi) $\dfrac{z^2}{4} - \dfrac{1}{3}z + \dfrac{1}{9}$

(vii) $a^4 - 25$ (viii) $x^2y^2 - 1$ (ix) $x^2 + \dfrac{25}{12}x + 1$

(x) $\frac{4}{9}x^4 - \frac{25}{9}x^2 - 1$ (xi) $6x^2 + 13xy + 6y^2$ (xii) $21x^2 + 8xy - 5y^2$

2. (i) $40x^2$ (ii) $2a^6 + 18$ (iii) $2(a^2x^2 + b^2y^2)$ (iv) $32p^2q^2$

3. (i) 10404 (ii) 11664 (iii) 4761 (iv) 996004
   (v) 6384 (vi) 22451 (vii) 89964 (viii) 249936
   (ix) 11445 (x) 5621 (xi) 8930 (xii) 989028

4.2

1. (i) $27x^3 + 36x^2y + 36xy^2 + 64y^3$ (ii) $p^3 - 3p^2qr + 3pq^2r^2 - q^3r^3$

   (iii) $a^3 + a^2b + \frac{ab^2}{3} + \frac{b^3}{27}$ (iv) $\frac{a^3}{27} - \frac{a^2b}{3} + ab^2 - b^3$

   (v) $\frac{a^6}{8} + \frac{1}{2}a^4b^2 + \frac{2}{3}a^2b^4 + \frac{8}{27}b^6$ (vi) $\frac{a^6x^9}{27} - \frac{2}{3}a^4b^3x^6y^2 + 4a^2b^6x^3y^4 - 8b^9y^6$

2. (i) 512 (ii) 1728 (iii) 5832 (iv) 12167 (v) 148877
   (vi) 110592 (vii) 357911 (viii) 328509 (ix) 912663 (x) 970299

3. (i) $8x^3 + y^3$ (ii) $x^3 - 8$ (iii) $x^3 + 1$

   (iv) $8y^3 - 27z^6$ (v) $64x^3 + 27y^3$ (vi) $27x^3 - \frac{1}{343}y^3$

4. (i) 100 (ii) 1115

5. (i) 15616 (ii) $\frac{27027}{125}$

6. (i) $120x^2 + 250$ (ii) $1000y^3$ (iii) $19x^3 - 19y^3$ (iv) $-117x^3 - 126$

7. (i) 1000 (ii) 444

4.3

1. $5x(2y - 3z)$
2. $abc\,(c - b)$
3. $3p(2p - 5q + 9)$
4. $(b - c)\,(a^2 - b)$
5. $(4x - y)^2\,(8ax - 2ay - b)$
6. $x\,(x + y)\,(x^2 - xy + y^2)$
7. $25(2 + 5p)\,(2 - 5p)$
8. $(1 + 16y^4)\,(1 + 4y^2)\,(1 + 2y)\,(1 - 2y)$
9. $(5x + 1)\,(1 - x)$
10. $(a^2 + bc + ab + ac)\,(a^2 + bc - ab - ac)$

11. $(5x + 6y - 1)(5x - 6y - 1)$ 12. $(7x - y + 1)(7x - y - 1)$
13. $(m + 7)^2$ 14. $(2x - 1)^2$
15. $(6a + 5)^2$ 16. $(x^3 - 4)^2$
17. $(a^4 + 7a^2 + 1)(a^2 + 3a + 1)(a^2 - 3a + 1)$
18. $(2a^2 + 6ab + 9b^2)(2a^2 - 6ab + 9b^2)$
19. $(x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$
20. $(3a^2 + 5a + 4)(3a^2 - 5a + 4)$ 21. (i) 40 (ii) 57200

4.4

1. $(a + 6b)(a^2 - 6ab + 36b^2)$ 2. $(a - 7)(a^2 + 7a + 49)$
3. $(x + 4y)^3$ 4. $(2x - 3y)^3$
5. $(2x - 5y)^3$ 6. $(4k - 3)^3$
7. $(9x^2 - 2)(81x^4 + 18x^2 + 4)$ 8. $x^2(1 + y^2)(1 - y^2 + y^4)$
9. $2a(2a^2 - 3b^2)(4a^2 + 6a^2b^2 + 9b^4)$ 10. $(3b - a - 1)(9b^2 + 3ab + 3b + a^2 + a + 1)$
11. $(2a - 3b + 4c)(4a^2 + 9b^2 - 6ab - 8ac + 12bc + 16c^2$
12. $(4x - 2y + 1)(16x^2 + 8xy - 4x + 4y^2 - 4y + 1)$

4.5

1. $(x + 3)(x + 8)$ 2. $(x - 6y)(x - 9y)$ 3. $(x + 3)(2x - 1)$
4. $2(x - 2y)(3x + y)$ 5. $(2x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$ 6. $(x + 15y)(x - 2y)$
7. $(x + 2)(2x + 7)$ 8. $(2y - 3)(5y - 2)$ 9. $(x - 1)(2x + 1)$
10. $(12 - m)(m + 9)$ 11. $(2a - b - 6)(2a - b + 5)$ 12. $(9y - 7)(5x + y)$

4.6

1. (i) $3xy^2$ (ii) $12y^3x^5$ (iii) $(x + 1)^2$ (iv) $x + 2$ (v) $6(x + 2)$
(vi) $(x + 5)^2$ (vii) $(2x - 5)^2$ (viii) $x^2 - 1$ (ix) $x - y$ (x) $6(x - 1)$
2. (i) $75x^3y^2$ (ii) $240x^3y^4$ (iii) $(x - 1)(x + 1)^3$
(iv) $x^2 + 4x + 4$ (v) $72(x + 2)^3(x^2 - 2x + 4)$ (vi) $(x + 1)^2(x + 5)^3$
(vii) $(x - 4)(x + 4)^2(2x - 5)^3$ (viii) $x^4 - 1$ (ix) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)$
(x) $18(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

4.7

1. (i), (ii), (iii), (v), (vii) and (viii)

4.8

1. (i) $\frac{2x^2}{x-2}$ (ii) $\frac{2x^2+2x-7}{x^2+x-6}$ (iii) $\frac{2x^2+2}{x^3-x^2-x+1}$

(iv) $\frac{4x^2+5x+28}{x^3+4x^2-16x+64}$ (v) $\frac{2x}{x+3}$ (vi) $\frac{2x^2+8}{x^2-4}$

(vii) $\frac{2x^3+3x^2-1}{x^3+2x^2+x+2}$ (viii) $\frac{5}{6x^2}$

2. (i) $\frac{x-6}{x^2-4}$ (ii) $\frac{8x}{4x^2-1}$ (iii) $\frac{x^2-1}{x}$

(iv) $\frac{2-x}{x^2-x}$ (v) $\frac{x^2+2}{x-4}$ (vi) $\frac{2x^3+1}{(x^2+2)^2}$

(vii) $\frac{x^2-15x+16}{2(x^3+3x^2-9x-27)}$ (viii) $\frac{1-x}{1+x}$

3. (i) 2 (ii) 6 (iii) 2 (iv) 110 (v) $8\sqrt{15}$

(vi) 115 (vii) 0 (viii) 18 (ix) ± 5 (x) 14

4.9

1. (i) $\frac{1}{2x^2-x-1}$ (ii) $\frac{x^4+x^2+1}{x^6+x^4+x^2+1}$ (iii) $\frac{51x+9}{2x-6}$

(iv) $\frac{5x^2+7x-6}{5x^2+32x+12}$ (v) $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^3-2x^2+2x-1}$ (vi) $\frac{x^3+1}{2x}$

(vii) $\frac{x-1}{x+1}$ (viii) $\frac{x-6}{x+1}$

2. (i) $\frac{x-1}{x^2+2}$ (ii) $\frac{a-1}{3a}$ (iii) $\frac{x^2+2x-1}{7}$ (iv) $\frac{1}{x^4+1}$

3. (i) $\frac{x+1}{x+5}$ (ii) $\frac{6x^2-11x+3}{2x^2-9x-5}$ (iii) $\frac{1}{x+3}$

(iv) $\frac{x+6}{x+2}$ (v) $\frac{2x^2+11x+5}{x^2-1}$ (vi) 1

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (i) C (ii) A (iii) D (iv) A (v) D (vi) B (vii) C (viii) B (ix) A (x) C
2. (i) $a^{2m} - a^{2n}$ (ii) $x^2 - y^2 + 4x + 4$ (iii) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

   (iv) $9a^2 - 30ab + 25b^2$ (v) $125x^3 + 8y^3$ (vi) $8x^3 - 125y^3$

   (vii) $a^2 + \frac{41}{20}a + 1$ (viii) $4z^4 - 4z^2 - 15$ (ix) 970299

   (x) 1092727 (xi) $a^2 + 2ab - 11a + 30$ (xii) $4x^2 + 24xz + 35z^2$
4. 15616
5. (i) $x^7y^6(1 + x^{15}y^{14})$ (ii) $3ab(a - 3b)(a + 3b)(a^2 + 9b^2)$

   (iii) $3a^2(a^2 + 2b^2)^2$ (iv) $(a^2 - 4b^3)^2$

   (v) $3(x^2 + 2xy + 2y^2)$ (vi) $(x^4 - 2x^2 + 9)(x^4 + 2x^2 + 9)$

   (vii) $(x+9)(x+7)$ (viii) $(x-3)(x-9)$

   (ix) $(x+y)(7x-6y)$ (x) $(x-2)(5x+2)$

   (xi) $(x - 3y)(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)(x^2 + 3xy + 9y^2)$

   (xii) $(5a^2 + 4b^2)(25a^4 - 20a^2b^2 + 16b^4)$
6. (i) $x^3(1 - x)$ (ii) $10(x - 1)$
7. (i) $(x^2 - y^2)(x^2 - xy + y^2$ (ii) $x^4 + x^2y^2 + y^4$
8. (i) $\frac{2x^2+2}{x^3-x^2-x+1}$ (ii) $\frac{x+2}{x+3}$

   (iii) $\frac{3x^2-2x-1}{x^3+2x^2-4x-8}$ (iv) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-10x+25}$
9. $\frac{16}{a^8-1}$
10. $\frac{x^4+14x^2+1}{x^4-2x^2+1}$