୩

ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଓ ପଲିନୋମିଆଲ୍

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆଲୋଚ୍ୟ ବିଷୟ ମଧ୍ୟରେ ପାଟୀଗଣିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଥିଲା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଆଦି ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଉପରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଉଥିବା ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଏହି ପାଠରେ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅନ୍ୟ କେତେକ ବୀଜଗଣିତୀୟ ଧାରଣା ଯଥା, ଧ୍ରୁବକ, ଚଳ, ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ, ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯାହାକି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ନାମରେ ନାମିତ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କ ଉପରେ ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରାଯିବ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠ ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ, ତୁମେ

- ଗୋଟିଏ ରାଶିରେ ଥିବା ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଚଳକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ବୀଜଗଣିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶର ଉଦାହରଣ ନେଇପାରିବୁ ଓ ସେଥିରେ ଥିବା ପଦକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବା
- କେଉଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ବୀଜଗଣିତୀୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ ତାହା ଆମେ ବୁଝିପାରିବୁ ଓ ତାକୁ ଆମେ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ଗୋଟିଏ ବା ଦୁଇଟି ଚଳରାଶି ସମ୍ପୃକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।
- ଚଳ ବା ଚଳମାନଙ୍କର ଦତ୍ତ ମୂଲ୍ୟ ବସାଇ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବେ ଏବଂ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ ନିରୂପଣ କରିପାରିବ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ ।

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- **ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ମୌଳିକ ଚାରିସୂତ୍ରର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଜ୍ଞାନ ।**
- **ପ୍ରାଥମିକ ଓ ଉଚ୍ଚ ପ୍ରାଥମିକ ସ୍ତରରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଅନ୍ୟାନ୍ୟ ମୌଳିକ ଗାଣିତକ ଧାରଣା ।**

3.1 ବୀଜଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଉପକ୍ରମଣିକା

ତୁମେ ୦, ୧, ୨, ୩, ... , $\frac{୧}{୨}$, $\frac{୩}{୪}$, ... $\sqrt{୨}$ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ (+) , ବିୟୋଗ (–), ଗୁଣନ(×)ଏବଂ ଭାଗ (÷)ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିଛ । ସମୟ ସମୟରେ ଅକ୍ଷର-ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ସଙ୍କେତ ରୂପେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇଥାଏ । ଧରିନିଆଯାଉ, ଆମେ କହିବୁ 'ଗୋଟିଏ ବହିର ଦାମ କୋଡ଼ିଏ ଟଙ୍କା' । ପାଟୀଗଣିତରେ ଆମେ ଲେଖୁ : ଗୋଟିଏ ବହିର ଦାମ = ଟ ୨୦, ବୀଜଗଣିତରେ ଆମେ ଲେଖୁ : ଟଙ୍କା ଏକକରେ ଗୋଟିଏ ବହିର ଦାମ ହେଉଛି x । ଏହିଭଳି x ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଏ । ସେହିପରି ଭାବରେ, a, b, c, x, y, z ଆଦିକୁ ଚଉକି ସଂଖ୍ୟା, ଟେବୁଲ ସଂଖ୍ୟା, ମାଙ୍କଡ଼ଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, କୁକୁରଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, ଗାଈଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା, ଗଛ ସଂଖ୍ୟା ଆଦି ଲାଗି ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇପାରିବ । ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷର-ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରିବା ଦ୍ୱାରା ଆମର ଚିନ୍ତାଧାରା ଅଧିକ ବ୍ୟାପକ ଓ ସାଧାରଣ ହେବ ।

ଆସ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣକୁ ବିଚାର କରିବା ।

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ ଗୋଟିଏ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ୩ ଏକକ ହୁଏ, ଏହାର ପରିସୀମା ହେଉଛି $4x$ ଏକକ । ବୀଜଗଣିତରେ ଆମେ ଏହି କଥାକୁ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରୁ ।

$$\mathbf{P = 4S}$$

ଯେଉଁଠି p କୁ ପରିସୀମାରେ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ s କୁ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟରେ ଥିବା ଏକକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇଥାନ୍ତି ।

ପାଟୀଗଣିତ ଓ ବୀଜଗଣିତରେ ବ୍ୟବହୃତ ଭାଷା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କଲେ ଦେଖିବା ଯେ ବୀଜଗଣିତର ଭାଷା

(କ) ପାଟୀଗଣିତ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ।

(ଖ) ପାଟୀଗଣିତ ତୁଳନାରେ ଅଧିକ ବ୍ୟାପକ ବା ସାଧାରଣ ।

(ଗ) ସହଜରେ ବୋଧଗମ୍ୟ ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନକୁ ସହଜ କରିଥାଏ ।

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ତୁଳନାତ୍ମକ ଆମର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସିଦ୍ଧାନ୍ତକୁ ଦୃଢ଼ୀଭୂତ କରିବ :

	ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି	ବୀଜଗଣିତୀୟ ଉକ୍ତି
(i)	ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ 3 ବଢ଼ାଇଲେ 8 ହୁଏ	$a + 3 = 8$
(ii)	ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିଜ ସହ ସମାନ ପରିମାଣରେ ବଢ଼ାଇଲେ 12 ହୁଏ	$x + x = 12$ ବା $2x = 12$
(iii)	ଦୂରତା = ବେଗ×ସମୟ	$d = sxt$ ବା $d = st$
(iv)	ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିଜ ସହ ଗୁଣି ଗୁଣଫଳ ସହ ୫ ମିଶାଇଲେ ୧୨ ହୁଏ	$b \times b + 5 = 9$ ବା $b^2 + 5 = 9$
(v)	ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି ୩୦	$y(y+1) = 30$ ବା ଯେଉଁଠି y ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

ପାଟୀଗଣିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା ବଦଳରେ ଅକ୍ଷର-ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିବାର, ପ୍ରକ୍ରିୟା ଚିହ୍ନ +, -, × ଓ ÷ ଗୁଡ଼ିକର ପାଟୀଗଣିତରେ ଯେପରି ବ୍ୟବହାର ହୁଏ ବୀଜଗଣିତରେ ମଧ୍ୟ ସେହିପରି ହୋଇଥାଏ । ବୀଜଗଣିତରେ ଗୁଣନ ଚିହ୍ନ ଅନେକ ସମୟରେ ବ୍ୟବହାର କରାଯାଏ ନାହିଁ । ଯେପରି 5 × a କୁ a × b କୁ ab ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

3.2 ଚଳ ଓ ଧ୍ରୁବକ

2009 ବର୍ଷର ଜାନୁଆରୀ, ଫେବୃୟାରୀ, ମାର୍ଚ୍ଚ ..... ମାସଗୁଡ଼ିକ କଥା ଚିନ୍ତାକର । ଯଦି ଆମେ '2009 ବର୍ଷ'କୁ a ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଉ ଏବଂ 'ଗୋଟିଏ ମାସ'କୁ x ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଉ, ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ a (2009 ବର୍ଷ) ଏକ ସ୍ଥିର ପରିସ୍ଥିତିକୁ ସୂଚାଏ ମାତ୍ର x ସଙ୍କେତ ଜାନୁୟାରୀ, ଫେବୃୟାରୀ, ମାର୍ଚ୍ଚ ଆଦି ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ମାସକୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ ଏହା ପରିବର୍ତ୍ତନଶୀଳ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ କହୁ, 'a' ଏକ ଧ୍ରୁବକ **ଏବଂ x ଏକ ଚଳ ।**

ସେହିପରି ଆମେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ (class – X)ର ପିଲାମାନଙ୍କ କଥା ବିଚାର କଲାବେଳେ 'ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ' ଲାଗି ସଙ୍କେତ b ଓ ଏକ ଛାତ୍ରକୁ y ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇଲେ, b ଏକ **ଧ୍ରୁବକ** ଏବଂ y (ଏକ ଛାତ୍ର) ଏକ **ଚଳ** କାରଣ y ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପିଲାକୁ ସୂଚାଯାଇପାରେ ।

ଆସ ଆଉ ଗୋଟିଏ ପରିସ୍ଥିତି କଥା ବିଚାର କରିବା । ହଷ୍ଟେଲରେ ରହୁଥିବା ଗୋଟିଏ ପିଲାକୁ ରହିବା ଘର ଲାଗି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଘରଭଡ଼ା 1000 'ଦେବାକୁ ପଡ଼େ । ଦିନକୁ 100 ' ହାରରେ ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ ଦେବାକୁ ହେଲେ, ତା'ର ମୋଟ୍ ଖାଇବା ଖର୍ଚ୍ଚ ସେ ଖାଉଥିବା ଦିନ ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଘରଭଡ଼ା ଏକ ଧ୍ରୁବକ ଏବଂ ସେ ଯେଉଁ ଦିନମାନଙ୍କରେ ହଷ୍ଟେଲରେ ଖାଏ, ତା'ର ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଚଳ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ କଥା ବିଚାର କର :

$$4, -14, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{4}{15}, 3x, \frac{21}{8}y, \sqrt{2}z$$

ତୁମେ ଜାଣ ଯେ ୪, −୧୪, √୨, √୩୨ ଏବଂ −୪/୫ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ରହିଛି । ଅନ୍ୟପକ୍ଷେ $3x, \frac{21}{8}y$ ଏବଂ $\sqrt{2}z$ ରେ ଯଥାକ୍ରମେ x, y ଓ z ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ଏଣୁ x, y, z ହେଉଛନ୍ତି ଚଳ ।

ଆମେ ଜାଣିଲୁ, ଏକ ଅକ୍ଷର-ସଙ୍କେତରେ ଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି ଏକ ଚଳ ଯାହାଲାଗି ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ନିଆଯାଇପାରେ, ମାତ୍ର ଏକ ଧ୍ରୁବକର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଥାଏ ।

ବୀଜଗଣିତରେ ସାଧାରଣତଃ ଧ୍ରୁବକ ଗୁଡ଼ିକୁ a, b, c ଦ୍ୱାରା ଏବଂ ଚଳକୁ x, y, z ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଯାହାହେଉ ପରିସ୍ଥିତିରୁ ଏକ ଅକ୍ଷର-ସଙ୍କେତରେ ଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଧ୍ରୁବକକୁ ସୂଚାଏ ଅଥବା ଏକ ଚଳକୁ ସୂଚାଏ ତାହା ଜଣାପଡ଼ିବ ।

3.3 ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଓ ପଲିନୋମିଆଲ୍

ପାଟୀଗଣିତୀୟ ସଂଖ୍ୟା, ଚଳ ଓ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଚିହ୍ନ ସମ୍ବଳିତ ରାଶିକୁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶି କୁହାଯାଏ । 3 + 8, 8x + 4, 5y, 7x – 2y +6, $\frac{1}{\sqrt{2}x}, \frac{x}{\sqrt{y}-2}$ ଓ $\frac{ax+by+cz}{x+y+z}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶି । ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାର ଯେ ଏକ ପାଟୀଗଣିତୀୟ ତଥା ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ।

ପାଟୀଗଣିତୀୟ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଓ ଚଳମାନଙ୍କୁ ନେଇ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଗଠିତ ।

ଯୋଗ ଚିହ୍ନ + ଓ ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନ – ଦ୍ୱାରା ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଏକାଧିକ ଅଂଶରେ ପରିଣତ ହୁଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶ (ତା' ପୂର୍ବରେ ଥିବା ଚିହ୍ନ ସହ)କୁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶିର ଗୋଟିଏ ପଦ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରଥମ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ଆମେ $+x = 5y + 4$ ସ୍ଥାନରେ $x - 5y + 4$ ଲେଖିଥାଉ । ଏଠାରେ $x, -5xy$ ଓ 4 (ବା $+4$) ହେଉଛି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ତିନୋଟି ପଦ ।

$\frac{1}{3}xy$ ରେ $\frac{1}{3}$ କୁ ଉକ୍ତ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ କୁହାଯାଏ (xy ର ସହଗ ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ) । ସେହି ପଦରେ ଥିବା x ର ସହଗ ହେଉଛି $\frac{1}{3}y$ ଏବଂ y ର ସହଗ ହେଉଛି $\frac{1}{3}x$. ଗୋଟିଏ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ $+1$ ବା -1 ହେଲେ, 1 କୁ ସାଧାରଣତଃ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପଦ ସହିତ ଲେଖାଯାଏ ନାହିଁ । ଯେପରି x^2y ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି $+1$ ଏବଂ $-x^2y$ ର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମ ସହଗ ହେଉଛି -1 ।

ଯେଉଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିର ହରରେ ଚଳ ନ ଥାଏ, ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦରେ ଥିବା ଚଳର ଘାତାଙ୍କ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ତାକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।

ଅନ୍ୟ କଥାରେ -

(i) ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା କୌଣସି ପଦର ହରରେ ଚଳ ନଥାଏ ।

(ii) ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ଥିବା ଚଳର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଅଣ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ । ଏବଂ

(iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $5, 3x - y, \frac{1}{3}a - b + \frac{7}{2}$ ଏବଂ $\frac{1}{4}x^3 - 2y^2 + xy - 8$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

ମାତ୍ର $x^3 - \frac{1}{x}$, ଏବଂ $\sqrt{x + y}$ କୌଣସିଟି ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ନୁହେଁ ।

$x^2 + 8$ କେବଳ ଗୋଟିଏ ଚଳ x ଥିବା ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଏବଂ $2x^2 + y^3$ ଦୁଇଟି ଚଳ x ଓ y ଥିବା ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ । ଏହି ପାଠରେ ଆମେ ଆଲୋଚନାକୁ ଦୁଇଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ମଧ୍ୟରେ ସୀମିତ ରଖିବୁ ।

ଗୋଟିଏ ଚଳ x ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ସାଧାରଣ ରୂପ ହେଉଛି : $a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ ଯେଉଁଠାରେ ସହଗ $a_0, a_1, a_2, ... a_n$ ହେଉଛି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା, x ଏକ ଚଳ ଏବଂ n ଏକ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ।

$a_0, a_1x, a_2x^2, ... a_nx^n$ ହେଉଛି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର n ଗୋଟି ପଦ ।

ଗୋଟିଏ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଅଥବା ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ପଦ ଥିଲେ ଏହାକୁ ଏକପଦୀ ବା ମନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ । ଯଥା :$2, 3y, -5x^2, xy, \frac{1}{2}x^2y3$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ୍ ।

ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ବା ପଲିନୋମିଆଲ୍ କେବଳ ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥିଲେ, ଏହାକୁ ଦ୍ୱିପଦୀ ବା ବାଇନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ । ଯଥା $5 + x, y^2 - 8x, x^3 - 1$

ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ତିନିପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥିଲେ, ତାକୁ ତ୍ରିପଦୀ ବା ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।

$x + y + 1$, $x^2 + 3x + 2$, $x^2 + 2xy + y^2$ ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ।

ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ପ୍ରକାର ଚଳ (ଏକ ବା ଏକାଧିକ) ରହିଥା'ନ୍ତି,ସେହି ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

$$3xy + 9x + 8xy - 7x + 2x^2$$

ରାଶିରେ $3xy$ ଏବଂ $8xy$ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ପଦ ଏବଂ $9x$ ଏବଂ $-7x$ ପଦଗୁଡ଼ିକ ଅସଦୃଶ ପଦ । $3xy$ ଏବଂ $-7x$ ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଅସଦୃଶ ପଦ ।

ମନେରଖ ଯେ ପାଟୀଗଣିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶପଦ ଅଟନ୍ତି । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ପଲିନୋମିଆଲ୍ $x^2 + 2x + 3$ ଏବଂ $x^3 - 5$ ରେ 3 ଓ -5 ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶପଦ ରୂପେ ବିଚାର କରାଯାଏ, କାରଣ $3 = 3x^0$ ଏବଂ $-5 = -5x^0$ ।

$2x^2 - 3xy + 9y^2 - 7y + 8$ ରାଶିରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପଦ ଅସଦୃଶ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ଏହି ରାଶିରେ ଥିବା କୌଣସି ଦୁଇଟି ପଦ ସଦୃଶ ନୁହନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ ୩.୧

$2x^2y + 5$ ରେ ଥିବା ଚଳ ଓ ଧ୍ରୁବକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନାଅ ।

ସମାଧାନ :

ଚଳ : x ଓ y

ଧ୍ରୁବକ : 2 ଓ 5

ଉଦାହରଣ ୩.୨

$8x^2y^3$ ରେ

(i) x^2y^3 ର ସହଗ (ii) x^2ର ସହଗ (iii) y^3ର ସହଗ ଲେଖ ।

ସମାଧାନ :

(i) $8x^2y^3 = 8 \times (x^2y^3)$

$\therefore x^2y^3$ ର ସହଗ 8 ।

(ii) $8x^2y^3 = 8y^3 \times (x^2)$

$\therefore x^2$ର ସହଗ ହେଉଛି $8y^3$ ।

(iii) $8x^2y^3 = 8x^2 \times (y^3)$

$\therefore y^3$ ର ସହଗ ହେଉଛି $8x^2$ ।

ଉଦାହରଣ ୩.୩

ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି $3x^2y - \frac{5}{2}x - \frac{1}{3}y + 2$ ରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

ସମାଧାନ :

ଦତ୍ତ ରାଶିରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ $-3x^2y$, $-\frac{5}{2}x$, $-\frac{1}{3}y$, 2

ଉଦାହରଣ 3.4 ନିମ୍ନ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ବାଛି ଲେଖ ।

(i) $\frac{1}{2} + x^3 - 2x^2 + \sqrt{6}x$ (ii) $x + \frac{1}{x}$

(iii) $2x^2 + 3x - 5\sqrt{x} + 6$ (iv) $5 - x - x^2 - x^3$

ସମାଧାନ : (i) ଓ (iv) ରେ ଥିବା ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

(ii)ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ ହେଉଛି $\frac{1}{x} = x^{-1}$, ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦରେ ଥିବା ଚଳର ଘାତାଙ୍କ ଋଣାତ୍ମକ ହୋଇଥିବାରୁ, ଦତ୍ତ ରାଶିଟି ପଲିନୋମିଆଲ୍ ନୁହେଁ ।

(iii) ରେ ଥିବା ତୃତୀୟ ପଦ ହେଉଛି $-x\sqrt{5} = -x^{\frac{1}{2}}$ । ତୃତୀୟ ପଦରେ ଥିବା ଚଳର ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହେତୁ, ଏହି ରାଶି ମଧ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ନୁହେଁ ।

ଉଦାହରଣ 3.5 ନିମ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିରେ ଯଦି ସଦୃଶ ପଦ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

(i) $x + y + 2$ (ii) $x^2 - 2y - \frac{1}{2}x^2 + \sqrt{3}y - 8$

(iii) $1 - 2xy + 2x^2y - 2xy^2 + 5x^2y^2$ (iv) $\frac{2}{\sqrt{3}}y - \frac{1}{3}z + \frac{\sqrt{5}}{3}y + \frac{1}{3}$

ସମାଧାନ :

(i) ରେ ସଦୃଶ ପଦ ନାହାନ୍ତି

(ii) ରେ x^2 ଓ $-\frac{1}{2}x^2$ ସଦୃଶ ପଦ, $-2y$ ଓ $\sqrt{3}y$ ମଧ୍ୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଯୋଡ଼ା ସଦୃଶ ପଦ ।

(iii) ଦତ୍ତ ରାଶିରେ, କୌଣସି ସଦୃଶ ପଦ ନାହାନ୍ତି ।

(iv) ଦତ୍ତ ରାଶିରେ, $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ଓ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ସଦୃଶ ପଦ ଅଟନ୍ତି ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 3.1

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକରେ ଥିବା ଚଳ ଓ ଧ୍ରୁବକ ବାଛି ଲେଖ ।

(i) $1 + y$ (ii) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + 7$ (iii) $\frac{4}{5}x^2y^3$

(iv) $\frac{2}{5}xy^5 + \frac{1}{2}$ (v) $2x^2 + y^2 - 8$ (vi) $x + \frac{1}{x}$

2. $2x^2y$ ରେ (i) x^2y, (ii) x^2, (iii) y ର ସହଗ କ'ଣ ଲେଖ ।

3. ଚଳ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଚିହ୍ନ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର :
(i) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତିନି କମାଇଦେଲେ ଏହା ପନ୍ଦର ସହ ସମାନ ହୁଏ ।
(ii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପାଞ୍ଚ ବଢ଼ାଇଦେଲେ ବାଇଶି ମିଳେ ।

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିରେ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

(i) $2+abc$ (ii) $a+b+c+2$

(iii) $x^2y-2xy^2-\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}x^3y^2$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିରେ ଯଦି କୌଣସି ସଦୃଶ ପଦ ଥାଏ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ବାଛି ଲେଖ ।

(i) $-xy^2+x^2y+y^2+\frac{1}{3}y^2x$ (ii) $6a+6b-3ab+\frac{1}{4}a^2b+ab$

(iii) $ax^2+by^2+2c-a^2c-b^2y-\frac{1}{3}c^2$

6. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପଲିନୋମିଆଲ ?

(i) $\frac{1}{3}x^3+1$ (ii) 5^2-y^2-2 (iii) $4x^{-3}+3y$

(iv) $5\sqrt{x+y}+6$ (v) $3x^2-\sqrt{2}y^2$ (vi) $y^2-\frac{1}{y^2}+4$

7. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ୍), ଦ୍ୱିପଦୀ (ବାଇନୋମିଆଲ୍) ଓ ତ୍ରିପଦୀ (ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍) ଚିହ୍ନଟ କରି ଲେଖ ।

(i) x^3+3 (ii) $\frac{1}{3}x^3y^3$ (iii) $2y^2+3yz+z^2$

(iv) $5-xy-3x^2y^2$ (v) $7-4x^2y^2$ (vi) $-8x^3y^3$

3.4 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ

ଗୋଟିଏ ପଦରେ ଥିବା ଚଳମାନଙ୍କର ଘାତାଙ୍କର ସମଷ୍ଟିକୁ ଉକ୍ତ ପଦର **ଘାତ** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\frac{1}{2}x^2y$ ର ଘାତ ହେଉଛି 3, କାରଣ x ଓ y ର ଘାତାଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି $2+1=3$ । ସେହିପରି $2x^5$ର ଘାତ ହେଉଛି 5 । ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଧ୍ରୁବ ସଂଖ୍ୟା, ଯଥା 3ର ଘାତ 0, କାରଣ 3କୁ $3\times1=3\times x^0$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ (ଯେହେତୁ $x^0=1$) ।

ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ + ବା − ଚିହ୍ନଦ୍ୱାରା ପରସ୍ପର ଠାରୁ ପୃଥକ ଠାରୁ ପୃଥକ୍ ହୋଇ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପଦ ରହିଥା'ନ୍ତି । ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଅଣଶୂନ ସହଗ ବିଶିଷ୍ଟ ପଦ ବା ପଦମାନଙ୍କର ଘାତ ସର୍ବାଧିକ, ସେହି ପଦ ବା ପଦମାନଙ୍କର ଘାତକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ କଥା ବିଚାର କରାଯାଉ :

$3x^4y^3 + 7xy^4 - 5x^3y^2 + 6xy$

ଏଥିରେ ଥିବା ପଦମାନଙ୍କ ଘାତ ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ $7, 6, 5$ ଓ 2 ଏବଂ ସେଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ 7 ହେଉଛି ସର୍ବାଧିକ । ଏଣୁ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ହେଉଛି 7 ।

ଯେଉଁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ 2, ତାକୁ **ଦ୍ୱିଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍** ବୋଲି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $3 - 5x + 4x^2$ ଏବଂ $x^2\ xy + y^2$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିଘାତୀ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ।

ମନେରଖ : *କେବଳ ଅଣଶୂନ୍ୟ ଧ୍ରୁବକକୁ ନେଇ ଗଠିତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତକୁ ଶୂନ ବୋଲି ଧରାଯାଏ ।*

ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ସମସ୍ତ ପଦରେ ଥିବା ଚଳ ବା ଚଳମାନଙ୍କର ସହଗ ଶୂନ ହୋଇଥିଲେ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ **ଶୂନ-ପଲିନୋମିଆଲ** କୁହାଯାଏ । **ଗୋଟିଏ ଶୂନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ ।**

3.5 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟାୟନ

ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଚଳର ଦତ୍ତ ମାନ ପାଇଁ ଆମେ ସେହି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟାୟନ କରିପାରିବା । $3x^2 - x + 2$ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଚଳ x ର ମାନର ନେଇ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କରିବାର ପାଦଗୁଡ଼ିକୁ ଆସ ବୁଝିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଚଳ ବା ଚଳଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥାନରେ ସେହି ଚଳ ବା ଚଳମାନଙ୍କ ଲାଗି ନିଆଯାଇଥିବା ମାନକୁ ବସାଇବା । ଏଠାରେ $x = 2$ ନେଇ ଆମେ ପାଇବା $3 \times 2^2 - 2 + 2$ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ପ୍ରଥମ ପାଦରେ ପାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଭିତ୍ତିକ ରାଶିକୁ ସରଳ କରିବା ।

$3 \times 2^2 - 2 + 2 = 3 \times 4 = 12$

ଏଣୁ, $x = 2$ ହେଲେ, ଆମେ ପାଇଲୁ $3x^2 - x + 2 = 12$ ଆସ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3.6

ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $1 - x^5 + 2x^6 + 7x,\ x = \frac{1}{2}$ ପାଇଁ

(ii) $5x^3 + 3x^2 - 4x - 4,\ x = 1$ ପାଇଁ

ସମାଧାନ : (i) $x = \frac{1}{2}$ ପାଇଁ, ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲର ମୂଲ୍ୟ

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 2\left(\frac{1}{2}\right)^6 + 7 \times \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{1}{32} + \frac{1}{32} + \frac{7}{2}$$

$$= \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

(ii) $x = 1$ ପାଇଁ, ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲର ମୂଲ୍ୟ

$$= 5 \times (1)^3 + 3 \times (1)^2 - 4 \times 1 - 4$$

$$= 5 + 3 - 4 - 4 = 0$$

3.6 ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ

ଗୋଟିଏ ଏକ-ଚଳ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଥିବା ଚଳର ଯେଉଁ ମାନ ବା ମାନଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ ହୁଏ, ଚଳର ସେହି ମାନ ବା ମାନଗୁଡ଼ିକୁ ଉକ୍ତ **ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣ 3.6(ii)ରେ $x = 1$ ଲାଗି ପଲିନୋମିଆଲ୍ $5x^3 + 3x^2 - 4x - 4$ ର ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ ହେବାର ଆମେ ଦେଖିଲେ, ତେଣୁ ଆମେ କହୁ $5x^3 + 3x^2 - 4x - 4$ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ ହେଉଛି $x = 1$ ।

ଆସ ଆଉ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 3.7 ଦତ୍ତ ମୂଲ୍ୟଟି ଦିଆଯାଇଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଶୂନ ବା ନୁହେଁ ତାହା ପରୀକ୍ଷା କର ।

(i) $x^3 + 3x^2 + 3x + 2;\ x = -1$

(ii) $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1;\ x = 1$

ସମାଧାନ :

(i) $x = -1$ ଲାଗି, ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ

$$= (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) + 2$$

$$= -1 + 3 - 3 + 2$$

$$= 1 (\neq 0)$$

ଏଣୁ $x = 1$ ହେଉଛି ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଗୋଟିଏ ଶୂନ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 3.2

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ୍)ର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{18}{5}x^7$ (ii) $\frac{7}{8}y^3$ (iii) $10x$ (iv) 27

2. ନିମ୍ନ ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ)ମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କ ଘାତର ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ (ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମ)ରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

$-3x^2, \frac{2}{9}x^2, 9x, -25x^3, 2.5$

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $5x^6y^4+1$ (ii) 10^5+xy^3 (iii) x^2+y^2 (iv) $x^2y+xy^2-3xy+4$

4. ଚଳ ଲାଗି ସୂଚିତ ମାନ ଲାଗି ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(i) $x^2-25, x=5$ ଲାଗି (ii) $x^2+3x-5, x=-2$ ଲାଗି

(iii) $\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{5}x^2-\frac{7}{5}, x=-1$ ଲାଗି (iv) $2x^3-3x^2-3x+12, x=-2$ ଲାଗି

5. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $x=2$ ଏବଂ $x=3$ ପ୍ରତ୍ୟେକ x^2-5x+6 ପଲିନୋମିଆଲର ଗୋଟିଏ ଶୂନ ।

3.7 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ

ତୁମେ ଜାଣିସାରିଛ ଯେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପଦଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସଦୃଶ ଏବଂ ଅସଦୃଶ ପଦ ଥାଇ ପାରନ୍ତି । ଏକାଧିକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଯୋଗ କଲାବେଳେ ସେଗୁଡ଼ିକରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯାଏ । ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ବିୟୋଗ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଗୋଟିଏ ପଦକୁ ତା' ସହ ସଦୃଶ ପଦରୁ ବିୟୋଗ କରୁ । ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନଉଠେ, ଆମେ କିପରି ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କୁ ଯୋଗକରୁ ବା ବିୟୋଗ କରୁ ? ଆସ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ମନେ କରାଯାଉ ଆମେ ସଦୃଶ ପଦ $2x$ ଓ $3x$ କୁ ଯୋଗ କରିବାର ଆମେ ପାଟୀଗଣିତରେ ଯେଉଁ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରୁ, ବୀଜଗଣିତରେ ମଧ୍ୟ ସେହି ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରୁ । ତୁମେ ଜାଣ ଯେ

$$5\times 6+5\times 7=5\times(6+7)$$

$$6\times 5+7\times 5=(6+7)\times 5$$

ତେଣୁ $2x+3x=2\times x+3\times x$

$$=(2+3)\times 5$$

$$=5\times x$$

$$=5x$$

ସେହିପରି $2xy+4xy=(2+4)xy=6xy$

$$3x^2+8x^2y=(3+8)x^2y=11x^2y$$

ସେହି ପ୍ରଣାଳୀରେ, ଯେହେତୁ

$$7\times 5-6\times 5=(7-6)\times 5=1\times 5$$

$$\therefore 5y-2y=(5-2)\times y=3y$$

ଏବଂ $9x^2y^2-5x^2y^2=(9-5)x^2y^2=4x^2y^2$

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣ ଅନୁଯାୟୀ, ଆମର ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହେଲା :

(i) *ଦୁଇଗୋଟି (ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ) ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ, ଉକ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସହ ସଦୃଶ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ପଦ ଯାହାର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି ଦତ୍ତଥିବା ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।*

(ii) *ଦୁଇଗୋଟି ସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗଫଳ ହେଉଛି, ଉକ୍ତ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସହ ସଦୃଶ ହୋଇଥିବା ଗୋଟିଏ ପଦ ଯାହାର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି ଦତ୍ତଥିବା ସଦୃଶ ପଦଦ୍ୱୟର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ଦ୍ୱୟର ବିୟୋଗଫଳ ସହ ସମାନ ।*

ଏଣୁ ଦୁଇଗୋଟି ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗକଲାବେଳେ ଆମେ ନିମ୍ନପାଦଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁସରଣ କରୁ ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କର ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ପାଇବା ଲାଗି ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କର ।

ଉଦାହରଣ : 3.8 $-3x+4$ ଏବଂ $2x^2-7x-2$ କୁ ଯୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $(-3x+4)+(2x^2-7x-2)$

$$= 2x^2+(-3x-7x)+(4-2)$$
$$= 2x^2+(-3-7)x+2$$
$$= 2x^2+(-10)x+2$$
$$= 2x^2-10x+2$$
$$\therefore (-3x+4)+(2x^2-7x-2) = 2x^2-10x+2$$

ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କୁ ସହଜରେ ଯୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ଯଦି-

(i) ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ତଳକୁ ତଳ ସଜାଇ ଲେଖିବା ଯେପରି ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକ ତଳକୁ ତଳ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରହିବ । ଏବଂ

(ii) ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦମାନଙ୍କର ସହଗଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରାଯିବ ।

ଏହୁ ଅନୁଯାୟୀ ଉଦାହରଣ 3.8କୁ ନିମ୍ନମତେ ସମାଧାନ କରାଯାଇପାରିବ :

$$\begin{array}{l} -3x+4 \\ 2x^2-7x-2 \\ \hline 2x^2+(-7-3)x+(4-2) \end{array}$$

$$\therefore (-3x+4)+(2x^2-7x-2) = 2x^2-10x+2$$

ଉଦାହରଣ : 3.9 ଯୋଗ କର ।

$5x+3y-\frac{3}{4}$ ଏବଂ $-2x+y+\frac{6}{4}$

ସମାଧାନ :

$$\begin{array}{l} 5x+3y-\frac{3}{4} \\ -2x+y+\frac{6}{4} \\ \hline 3x+4y+\left(\frac{7}{4}-\frac{3}{4}\right) \\ \hline = 3x+4y+1 \end{array}$$

$$\therefore\left(5x+3y-\frac{3}{4}\right)+\left(-2x+y+\frac{7}{4}\right)=3x+4y+1$$

ଉଦାହରଣ : 3.10 $\frac{3}{2}x^3+x^2+x+1$ ଏବଂ $x^4-\frac{x^3}{2}-3x+1$ ଯୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{3}{2}x^3+x^2+x+1$

$$+\,x^4-\frac{1}{2}x^3\qquad-3x+1$$

$$x^4+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)x^3+x^2+(1-3)x+(1+1)$$

$$=\quad x^4+x^3+x^2-2x+2$$

$$\therefore\left(\frac{3}{2}x^2+x^2+x+1\right)+\left(x^4-\frac{x^3}{2}-3x+1\right)=x^4+x^3+x^2-2x+2$$

ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରୁ ଆଉ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ବିୟୋଗ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନ ପାଦମାନ ଅନୁସରଣ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଦତ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦୁଇଟିକୁ ତଳକୁ ତଳ ଲେଖ ଯେପରି ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସ୍ତମ୍ଭରେ ରହିବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ଯେଉଁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ବିୟୋଗ କରାଯିବ ତା'ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦର ଚିହ୍ନକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କର (+ ଚିହ୍ନକୁ − ଚିହ୍ନରେ ଓ − ଚିହ୍ନକୁ + ଚିହ୍ନରେ) ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦ ଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର । ଉକ୍ତ ପଦ୍ଧତିକୁ ବୁଝିବା ଲାଗି ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3.11 $9x^2-3x-\frac{2}{7}$ ରୁ $-4x^2+3x+\frac{2}{3}$ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $9x^2-3x-\frac{2}{7}$

$$-4x^2+3x+\frac{2}{3}$$

$$+\qquad-\qquad-$$

$$(9+4)x^2+(-3-3)x+\left(-\frac{2}{7}-\frac{2}{3}\right)$$

$$=13x^2-6x-\frac{20}{21}$$

$$\therefore\left(9x^2-3x-\frac{2}{7}\right)-\left(-4x^2+3x+\frac{2}{3}\right)=13x^2-6x-\frac{20}{21}$$

ଉଦାହରଣ : 3.12 $2x^2-5+11x-x^3$ ରୁ $3x-5x^2+7$ କୁ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $-x^3+2x^2+11x-5$ (ଘାତର ଅଧଃ କ୍ରମରେ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖାଗଲା)

$3x^3\ -5x^2+3x\ \ +7$

$-\quad +\quad -\quad -$

$(-1-3)x^3+(2+5)x^2+(11-3)x+(-5-7)$

$=-4x^3+7x^2+8x-12$

$\therefore\ (2x^2-5+11x-x^3)-(3x-5x^2+7+3x^3)=-4x^3+7x^2+8x-12$

ଉଦାହରଣ : 3.13 $15xy+6y^2+7x^2$ ରୁ $12xy-5y^2-9x^2$ କୁ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $15xy+6y^2+7x^2$

$12xy-5y^2-9x^2$

$-\quad +\quad +$

$3xy+11y^2+16x^2$

ଏଣୁ $(15xy+6y^2+7x^2)-(12xy-5y^2-9x^2)=3xy+11y^2+16x^2$

ଆମେ ମଧ୍ୟ ରାଶିଦୁଇଟିକୁ ତଳକୁ ତଳ ନ ଲେଖି ସିଧାସଳଖ ଭାବେ ବିୟୋଗ କରିପାରିବା । ନିମ୍ନରେ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଦେଖ :

$(15xy+6y^2+7x^2)-(12xy-5y^2-9x^2)$

$=15xy+6y^2+7x^2-12xy+5y^2+9x^2=3xy+11y^2+16x^2$

ଏହିପରି ଆମେ ମଧ୍ୟ ଦୁଇଟିରୁ ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଯୋଗ କରିପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3.14 ପଲିନୋମିଆଲ୍ $3x+4y-5x^2, 5y+9x$ ଓ $4x-17y-5x^2$ କୁ ଯୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : $3x+4y-5x^2$

$9x+5y$

$4x-17y-5x^2$

$16x-8y-10x^2$

$\therefore\ (3x+4y-5x^2)+(5y+9x)+(4x-17y-5x^2)=16x-8y-10x^2$

ଉଦାହରଣ : 3.15 $3x^2-8x+11$ ଓ $-2x^2+12x$ ଓ $-4x^2+17$ ର ଯୋଗଫଳରୁ x^2-x-1 କୁ ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ :

ଆମେ ପ୍ରଥମେ $3x^2 - 8x + 11, -2x^2 + 12x$ ଓ $-4x^2 + 17$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$\begin{array}{rrr} 3x^2 & -\ 8x & +11 \\ -\ 2x^2 & +\ 12x & \\ -\ 4x^2 & & +17 \\ \hline -\ 3x^2 & +\ 4x & +\ 28 \\ \hline \end{array}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପାଇଥିବା ଯୋଗଫଳରୁ $x^2 - x - 1$କୁ ବିୟୋଗ କରିବା

$$\begin{array}{rrr} -\ 3x^2 & +\ 4x & +\ 28 \\ x^2 & -\ x & -\ 1 \\ - & + & + \\ \hline -\ 4x^2 & +\ 5x & +\ 29 \\ \hline \end{array}$$

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଫଳ ହେଉଛି $-4x^2 + 5x + 29$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 3.3

1. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର ।

(i) $\frac{2}{3}x^2 + x + 1;\quad \frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{4}x + 5$

(ii) $\frac{7}{5}x^3 - x^2 + 1;\quad 2x^2 + x - 3$

(iii) $7x^2 - 3x + 4y;\quad 3x^3 + 5x^2 - 4x + \frac{7}{3}y$

(iv) $2x^3 + 7x^2y - 5xy + 7;\ -2x^2y + 7x^3 - 3xy - 7$

2. ଯୋଗ କର ।

(i) $x^2 - 3x + 5,\ 5 + 7x - 3x^2$ and $x^2 + 7$

(ii) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{8}x - 5,\ \frac{2}{3}x^2 + 5 + \frac{1}{8}x$ and $-x^2 - x$

(iii) $a^2 - b^2 + ab,\ b^2 - c^2 + bc$ and $c^2 - a^2 + ca$

(iv) $2a^2 + 3b^2,\ 5a^2 - 2b^2 + ab$ and $-6a^2 - 5ab + b^2$

3. ବିୟୋଗ କର ।

(i) $7x^3 - 3x^2 + 2$ from $x^2 - 5x + 2$

(ii) $3y - 5y^2 + 7 + 3y^3$ from $2y^2 - 5 + 11y - y^3$

(iii) $2z^3 + 7z - 5z^2 + 2$ from $5z + 7 - 3z^2 + 5z^3$

(iv) $12x^3 - 3x^2 + 11x + 13$ ରୁ $5x^3 + 7x^2 + 2x - 4$

4. $3a - 5b + 3ab$ ଓ $2a + 4b - 5ab$ ର ଯୋଗଫଳରୁ $4a - b - ab + 3$ କୁ ବିୟୋଗ କର ।

୩.୫ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଗୁଣନ

ଗୋଟିଏ ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ୍)କୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଏକପଦୀ (ମନୋମିଆଲ୍) ସହ ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଆମେ ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ ଏବଂ ଗୁଣନର ଚିହ୍ନ ସମ୍ପର୍କିତ ନିୟମର ବ୍ୟବହାର କରୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ -

$$3a \times a^2b^2c^2 = (3 \times 1)\ a^{2+1}\ b^2\ c^2 = 3a^3b^2c^2$$

$$-5x \times 2\ xy^3 = (-5 \times 2)\ x^{1+1}\ y^3 = -10\ x^2y^3$$

$$-\frac{1}{2}y^2z \times \left(-\frac{1}{3}\right)yz = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)y^{2+1}z^{1+1} = \frac{1}{6}y^3z^2$$

ଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ ଆମେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$$x^2y \times (-y^2 + 2xy + 1) = x^2y \times (-y^2) + (x^2y) \times 2xy + (x^2y) \times 1$$

$$= -x^2y^3 + 2x^3y^2 + x^2y$$

ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଅନ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସହ ଗୁରନ କରୁ ଏବଂ ପାଇଥିବା ଫଳର ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ସରଳ କରୁ । ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ ଚଳର ଘାତାଙ୍କର ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଗୁଣନ କରିବା ବିଧେୟ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$$(2n + 3)(n^2 - 3n + 4) = 2n \times n^2 + 2n \times (-3n) + 2n \times 4 + 3 \times n^2 + 3 \times (-3n) + 3 \times 4$$

$$= 2n^3 - 6n^2 + 8n + 3n^2 - 9n + 12$$

$$= 2n^3 - 3n^2 - n + 12$$

ଆସ ଆଉ କିଛି ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ନେବା :

ଉଦାହରଣ : 3.16 $(0.2x^2 + 0.7x + 3)$ ଓ $(0.5x^2 - 3x)$ ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $(0.2x^2 + 0.7\,x + 3) \times (0.5\,x^2 - 3x)$

$$= 0.2x^2 \times 0.5\,x^2 + 0.2x^2 \times (-3x) + 0.7\,x \times 0.5\,x^2 + 0.7\,x \times (-3x) + 3 \times 0.5x^2 + 3 \times (-3x))$$

$$= 0.1x^4 - 0.60x^3 + 0.35x^3 - 2.1x^2 + 1.5\,x^2 - 9x$$

$$= 0.1\,x^4 - 0.25\,x^3 - 0.6x^2 - 9x$$

ଉଦାହରଣ : 3.17 $2x - 3 + x^2$ କୁ $1 - x$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

ସମାଧାନ : ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଗୁଡ଼ିକୁ x ର ଘାତାଙ୍କର ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇବାରୁ ଆମେ ପାଇଲେ –

$$(x^2 + 2x - 3) \times (-x + 1) = x^2 \times (-x) + x^2 \times (1) + 2x \times (-x) + 2x \times 1 - 3 \times (-x) - 3 \times 1$$
$$= -x^3 + x^2 - 2x^2 + 2x + 3x - 3$$
$$= -x^3 - x^2 + 5x - 3$$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

$x^2 + 2x - 3$ ← ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍

$-x + 1$ ← ଅନ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍

$-x^3 - 2x^2 + 3x$

$+x^2 + 2x - 3$ ← ଆଂଶିକ ଗୁଣଫଳ

$-x^3 - x^2 + 5x - 3$ ← ଗୁଣଫଳ

3.9 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଭାଗକ୍ରିୟା

ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ମନୋମିଆଲ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗଗୁଡ଼ିକର ଭାଗଫଳ ଓ ଚଳମାନଙ୍କର ଭାଗଫଳ (ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

(i) $$25x^3y^3 \div 5x^2y = \frac{25x^3y^3}{5x^2y} = \frac{25}{5} \times \frac{x^3}{x^2} \times \frac{y^3}{y}$$
$$= 5 \times x^1 \times y^2$$
$$= 5xy^2$$

(ii) $$-12ax^2 \div 4x = -\frac{12ax^2}{4x} = \frac{-12}{4} \times \frac{a}{1} \times \frac{x^2}{x}$$
$$= -3ax$$

ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ, ଆମେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ଟିର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଉକ୍ତ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରୁ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

(i) $$\left(15x^3 - 3x^2 + 18x\right) \div 3x = \frac{15x^3}{3x} - \frac{3x^2}{3x} + \frac{18x}{3x}$$
$$= 5x^2 - x + 6$$

(ii) $$\left(-8x^2 + 10x\right) \div (-2x) = \frac{-8x^2}{-2x} + \frac{10x}{-2x}$$
$$= \left(\frac{-8}{-2}\right)\left(\frac{x^2}{x}\right) + \frac{10}{(-2)} \times \frac{x}{x}$$
$$= 4x - 5$$

ଟିପ୍ପଣୀ

ଭାଗଫଳ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଆଉ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ, ପାଟୀଗଣିତରେ ହେଉଥିବା ଭାଗକ୍ରିୟା ଭଳି କରାଯାଏ । 20କୁ ତୁମେ କିପରି 3ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିଥିଲ ତାହା ମନେ ପକାଅ ।

$$3\overline{)\,20\,}\quad \text{quotient } 6,\quad 18,\quad \text{remainder } 2$$

ଭାଜକ → 3 ; 6 ← ଭାଗଫଳ ; 20 ← ଭାଜ୍ୟ ; 2 ← ଭାଗଶେଷ

ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟର ସୋପାନଗୁଡ଼ିକୁ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ନିମ୍ନରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି ।

ଆସ $2x^2+5x+3$ କୁ $2x+3$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା ।

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଉଭୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ସେଥିରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଚଳର ଘାତାଙ୍କର ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

$$2x+3\overline{)\,2x^2+5x+3\,}$$

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ: ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ଭଙ୍କଜ୍ଵଳର ପ୍ରଥମ ପଦ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର ଓ ପାଇଥିବା ଫଳକୁ ଭାଗଫଳର ପ୍ରଥମ ପଦ ରୂପେ ଲେଖ ।

$$\begin{array}{r} x \\ 2x+3\overline{)\,2x^2+5x+3\,} \end{array}$$

ତୃତୀୟ ସୋପାନ: ଭାଜକର ସମସ୍ତ ପଦକୁ ଭାଗଫଳର ପ୍ରଥମ ପଦ ସହ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳକୁ ଭାଜ୍ୟରୁ ବିୟୋଗ କର ଏବଂ ଏହି ବିୟୋଗଫଳ ହେବ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗକ୍ରିୟାର ଭାଜ୍ୟ ।

$$\begin{array}{r} x \\ 2x+3\overline{)\,2x^2+5x+3\,} \\ 2x^2+3x \\ -\quad - \\ \hline 2x+3 \end{array}$$

ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ : ବର୍ତ୍ତମାନ ପାଇଥିବା ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ପଦ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର ଏବଂ ଫଳକୁ ଭାଗଫଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ ରୂପେ ଲେଖ ।

ପଞ୍ଚମ ସୋପାନ : ଭାଜକର ସମସ୍ତ ପଦକୁ ଭାଗଫଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ ସହ ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳକୁ ଚତୁର୍ଥ ପାଦର ଭାଜ୍ୟରୁ ବିୟୋଗ କର ।

ଷଷ୍ଠ ସୋପାନ : ଚତୁର୍ଥ ସୋପାନ ଓ ପଞ୍ଚମ ସୋପାନର କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଚଳାଇ ରଖ । ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ପାଇଲେ, ଅଥବା ଭାଗଶେଷରେ ଥିବା ଚଳର ଘାତ ଭାଜକର ଘାତ ଠାରୁ କମ୍ ହେଲେ, ଭାଗକ୍ରିୟାର ଶେଷ ହେବ ।

$$\begin{array}{r} x+1 \\ 2x+3\overline{)\,2x^2+5x+3\,} \\ 2x^2+3x \\ -\quad - \\ \hline 2x+3 \\ 2x+3 \\ -\quad - \\ \hline 0 \end{array}$$

ଉପର ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ପାଇଥିବା ଭାଗଫଳ ହେଉଛି $x+1$ ଏବଂ ଭାଗଶେଷ ହେଉଛି 0 । ଆସ ଆଉ କିଛି ଅଧିକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 3.18 x^3-1 କୁ $x-1$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସମାଧାନ :

$$\begin{array}{r} x^2+x+1 \\ x-1\overline{)\,x^3-1\,} \\ x^3\quad -x^2 \\ -\quad\quad + \\ \hline x^2\quad -1 \end{array}$$

ଟିପ୍ପଣୀ

$$\begin{array}{rr} x^2 & -x \\ - & + \\ \hline & x-1 \\ \hline \end{array}$$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଭାଗଫଳ $= x^2 + x + 1$ ଓ ଭାଗଶେଷ 0

ଉଦାହରଣ : 3.19 $5x - 11 - 12x^2 + 2x^3$ କୁ $2x - 5$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗକର ।

ସମାଧାନ : ଭାଜ୍ୟକୁ x ର ଘାତାଙ୍କର ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇଲେ ଆମେ ପାଇବା –

$$2x^3 - 12x^2 + 5x - 11$$

ଏଣୁ

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{25}{4} \\ 2x-5 & 2x^3 - 12x^2 + 5x - 11 \\ & 2x^3 - 5x^2 \\ & - \quad + \\ \hline & -7x^2 + 5x - 11 \\ & -7x^2 + \frac{35}{2}x \\ & + \quad - \\ \hline & -\frac{25}{2}x - 11 \\ & -\frac{25}{2}x + \frac{125}{4} \\ & + \quad - \\ \hline & -\frac{169}{4} \\ \hline \end{array}$$

ଆମେ ପାଇଥିବା ଭାଗଫଳ $= x^2 - \frac{7}{2}x - \frac{25}{4}$ ଓ ଭାଗଶେଷ $= -\frac{169}{4}$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 3.4

1. ଗୁଣନ କର ।

(i) ab^2c^2 କୁ $3b$ ଦ୍ୱାରା (ii) $5x^3y^5$ କୁ $-2xy$ ଦ୍ୱାରା

(iii) $2xy + y^2$ କୁ $-5x$ ଦ୍ୱାରା (iv) $x + 5y$ କୁ $x - 3y$ ଦ୍ୱାରା

2. ଭାଗଫଳ ଲେଖ ।

(i) $x^5y^3 \div x^2y^2$ (ii) $-28y^7z^2 \div \left(-4y^3z^2\right)$

(iii) $\left(a^4 + a^3b^5\right) \div a^2$ (iv) $-15b^5c^6 \div 3b^2c^4$

3. ଭାଗକରି ଭାଗଫଳ ଓ ଭାଗଶେଷ ଲେଖ ।

(i) $x^2 - 1$ କୁ $x + 1$ ଦ୍ୱାରା (ii) $x^2 - x + 1$ କୁ ଦ୍ୱାରା

(iii) $2xy + y^2$ କୁ $-5x$ ଦ୍ୱାରା (iv) $x + 5y$ କୁ $x - 3y$ ଦ୍ୱାରା

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

- ଅକ୍ଷର ସଙ୍କେତରେ ଲିଖିତ ସଂଖ୍ୟା (ଅଜ୍ଞାତ ପରିମାପ), ଯାହାର ବିଭିନ୍ନ ମୂଲ୍ୟ ଥାଇପାରେ, ତାକୁ ଚଳ କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ଧ୍ରୁବକର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ଥାଏ ।
- ସଂଖ୍ୟା, ଚଳ ଏବଂ ପାଟୀଗଣିତୀୟ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ସମାହାର ହେଉଛି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି । ଏଥିରେ ଗୋଟିଏ ପଦ ଥାଇପାରେ ବା $+$ ଅଥବା $-$ ଚିହ୍ନ (ଯୋଗ ଅଥବା ବିୟୋଗ ଚିହ୍ନ) ଦ୍ୱାରା ସଂଯୁକ୍ତ ହୋଇଥିବା ଏକାଧିକ ପଦ ଥାଇପାରେ ।
- ଗୋଟିଏ ପଦ, ମନେକରାଯାଉ $2xy$, ର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି 2 । ଉକ୍ତ ପଦରେ x ର ସହଗ ହେଉଛି $2y$ ଏବଂ y ର ସହଗ ହେଉଛି $2x$ ।
- ଅଣରଣାତ୍ମକ x ର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି $+1$ ଏବଂ $-x$ ର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି -1।
- ଯେଉଁ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ହରରେ କୌଣସି ଚଳ ନଥାଏ, ରାଶି ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚଳର ଘାତାଙ୍କ ଅଣରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (ଅର୍ଥାତ୍ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା) ହୋଇଥାଏ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗଗୁଡ଼ିକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ, ସେହି ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶିକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ ।
- ଗୋଟିଏ ଚଳ x ଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମାନକ ରୂପ ହେଉଛି :

$a_0 + a_1x + a_2x^3 + ... + a_nx^n$ (ଅଥବା ଓଲଟା କ୍ରମରେ ଲିଖିତ) ଯେଉଁଠି $a_0, a_1, a_2 .... a_n$ ହେଉଛନ୍ତି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $n, n-1, n-2, ..., 3, 2, 1$ ହେଉଛନ୍ତି ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା (ଅର୍ଥାତ୍ ଅଣରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା) ।

- ଗୋଟିଏ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶି ଅଥବା ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ ପଦଥିଲେ ଏହାକୁ ଏକପଦୀ (ବା, ମନୋମିଆଲ୍), ଦୁଇଟି ପଦ ଥିଲେ ଏହାକୁ ଦ୍ୱିପଦୀ (ବା, ବାଇନୋମିଆଲ) ଏବଂ ତିନୋଟି ପଦ ଥିଲେ, ଏହାକୁ ତ୍ରିପଦୀ (ବା, ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍) କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି ଅଥବା ପଲିନୋମିଅଶଲ୍‌ର ପଦଗୁଡ଼ିକରେ ସମାନ ଘାତାଙ୍କ ଅଭିନ୍ନ ଚଳ ବା ଚଳ ସମୂହ ଥିଲେ, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ପଦ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ପଦଗୁଡ଼ିକ ସଦୃଶ ନୁହନ୍ତି, ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅସଦୃଶ ଚଳ କୁହାଯାଏ ।
- ଗୋଟିଏ ପଦରେ ଥିବା ଚଳମାନଙ୍କର ଘାତାଙ୍କର ସମଷ୍ଟିକୁ ଉକ୍ତ ପଦର ଘାତ କୁହାଯାଏ ।
- ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଅଣଶୂନ୍ ସହଗ ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ବାଧିକ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ପଦର ଘାତ ସହ ଉକ୍ତ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ସମାନ।
- ଅଣଶୂନ୍ ଧ୍ରୁବକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ ହେଉଛି ଶୂନ ।
- ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି (ଅଥବା ପଲିନୋମିଆଲ) ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚଳ ବା ଚଳ ସମୂହ ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ ବସାଇବା କାର୍ଯ୍ୟକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ରାଶି (ଅଥବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର) ମୂଲ୍ୟାୟନ କୁହାଯାଏ ।
- ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚଳ ବା ଚଳ ସମୂହ ସ୍ଥାନରେ ଯେଉଁ ମୂଲ୍ୟ (ମୂଲ୍ୟ ସମୂହ) ବସାଇଲେ, ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ ହୁଏ, ତାହାକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଶୂନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।
- ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ପଦର ସମଷ୍ଟି ହେଉଛି ସେମାନଙ୍କ ସହ ସଦୃଶ ଏକ ପଦ ଯାହାର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି, ଉକ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗର ସମଷ୍ଟି ।

- ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗଫଳ ହେଉଛି ସେମାନଙ୍କ ସହ ସଦୃଶ ଏକ ପଦ ଯାହାର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗ ହେଉଛି, ଉକ୍ତ ପଦଦ୍ୱୟର ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ସହଗର ବିୟୋଗଫଳ ।
- ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ବା ହରିବା ବେଳେ ଆମେ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଉକ୍ତ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ବା ହରଣ କରୁ ଏବଂ ଏହି ଗୁଣିବା ବା ହରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଘାତାକୀୟ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ।
- ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ବେଳେ, ଆମେ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଅନ୍ୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦ ସହ ଗୁଣିବା ଏବଂ ଗୁଣଫଳରେ ଥିବା ସଦୃଶ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ପାଇଥିବା ଗୁଣଫଳକୁ ସରଳ କରିବା ।
- ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଉଭୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଚଳର ଘାତାଙ୍କର ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଉ । ତା'ପରେ ପାଟୀଗଣିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଧାରାରେ ଭାଗକ୍ରିୟା କରୁ ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ତଳେ ଥିବା ଚାରୋଟି ବିକଳ୍ପ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ପାଖରେ ଠିକ୍ ଚିହ୍ନ (✓) ଦିଅ ।

(i) $6x^4y^4$ ରେ x^4 ର ସହଗ ହେଉଛି

(a) 6 (b) y^2 (c) $6y^2$ (d) 4

(ii) ମନୋମିଆଲ୍ $-x^2y^4$ ର ସାଂଖ୍ୟିକ ସହଗ ହେଉଛି

(a) 2 (b) 6 (c) 1 (d) -1

(iii) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ରାଶିଟି ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ?

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}x^2-\sqrt{8}+3.7x$ (b) $2x+\frac{1}{2}x-4$

(c) $\left(x^2-2y^2\right)\div\left(x^2+y^2\right)$ (d) $6+\sqrt{x}-x-15x^2$

(iv) $1-\sqrt{2}a^2b^3-(7a)(2b)+\sqrt{3}b^2$ ରାଶିରେ ଥିବା ପଦ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2

(v) ନିମ୍ନ ରାଶିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଦ୍ୱିପଦୀ ?

(a) $2x^2y^2$ (b) x^2+y^2-2xy

(c) $2+x^2+y^2+2x^2y^2$ (d) $1-3xy^3$

(vi) ନିମ୍ନ ପଦଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଯୋଡ଼ି ସଦୃଶ ?

(a) $2a, 2b$ (b) $2xy^3, 2x^3y$ (c) $3x^2y, \frac{1}{\sqrt{2}}yx^2$ (d) $8, 16a$

(vii) ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଟି $x^2-2x-15$ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ ଅଟେ ?

(a) $x=-5$ (b) $x=-3$

(c) $x = 0$ (d) $x = 3$

(viii) ପଲିନୋମିଆଲ୍ $x^3y^4 + 9x^6 - 8y^5 + 17$ ର ଘାତ କେତେ ?

(a) 7 (b) 17

(c) 5 (d) 6

2. ଚଳ ଏବଂ ଗାଣିତିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ଭାଷାଗତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକୁ ବୀଜଗଣିତୀୟ ଉକ୍ତିରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗକଲେ ଛଅ ମିଳେ ।

(ii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ତିନିଗୁଣରୁ 4 ବିୟୋଗ କଲେ ଏଗାର ମିଳେ ।

(i) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି ପଞ୍ଚତିରିଶ ।

(ii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ପଞ୍ଚମାଂଶ ଠାରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ ଦୁଇ ବଡ଼ ।

3. ନିମ୍ନ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ମାନଙ୍କର ଘାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 3^{27} (ii) $x + 7x^2y^2 - 6xy - 18$ (iii) $a^4x + bx^3$ ଯେଉଁଠି a ଓ b ଧ୍ରୁବକ

(iv) $c^6 - a^3x^2y^2 - b^2x^3y$ ଯେଉଁଠି a, b, c ହେଉଛନ୍ତି ଧ୍ରୁବକ

4. ନିମ୍ନ ପ୍ରଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଟି ଦିଆଯାଇଥିବା ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଶୂନ ଅଟେ କି ?

(i) $x^2 + 3x - 40;\ x = 8$ (ii) $x^6 - 1;\ x = -1$

5. ଚଳ ଲାଗି ଦିଆଯାଇଥିବା ମୂଲ୍ୟ ବ୍ୟବହାର କରି ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $2x - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{5}x^5 + 7x^3,\ x = \frac{1}{2}$ ଲାଗି

(ii) $\frac{4}{5}y^3 + \frac{1}{5}y^2 - 6y - 65,\ y = -5$ ଲାଗି

6. $n = 10$ ନେଇ $\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ଏବଂ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ଯେ ଏହି ମୂଲ୍ୟ, ପ୍ରଥମ ଦଶଗୋଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ।

7. ଯୋଗ କର ।

(i) $\frac{7}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^2 - 3x + \frac{7}{5}$ ଓ $\frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{5}x^2 - 3x + \frac{3}{5}$

(ii) $x^2 + y^2 + 4xy$ ଓ $2y^2 - 4xy$

(iii) $x^3 + 6x^2 + 4xy$ ଓ $7x^2 + 8x^3 + y^2 + y^3$

(iv) $2x^5 + 3x + \frac{2}{3}$ ଓ $-3^5 + \frac{2}{5}x - 3$

8. ବିୟୋଗ କର ।

(i) 0 ରୁ $-x^2 + y^2 - xy$

(ii) $a - b + c$ ରୁ $a + b - c$

(iii) $y^2x - x^2 - y$ ରୁ $x^2 - y^2x + y$

(iv) $3m^2 - 3mn + 8$ ରୁ $m^2 + 3$

9. $x^2 + xy + y^2$ ସହ କେତେ ଯୋଗ କଲେ ଯୋଗଫଳ $x^2 + xy + y^2$ ହେବ ?

10. $-13x + 5y - 8$ରୁ କେତେ ବିୟୋଗ କଲେ $11x - 16y + 7$ ମିଳିବ ?

11. ଦୁଇଟି ପଲିନୋମିଆଲ୍ର ସମଷ୍ଟି $x^2 - y^2 - 2xy - 7$ । ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ $2x^2 + 3y^2 - 7y$ ହେଲେ, ଅନ୍ୟଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଯଦି $A = 3x^2 - 7x + 8$, $B = x^2 + 8x - 3$ ଏବଂ $C = -5x^2 - 3x + 2$ ହୁଏ, ତେବେ $B + C - A$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. $3x - y + 2xy$ ଓ $-y - xy$ ର ସମଷ୍ଟିରୁ $3x - y - xy$ ବିୟୋଗ କର । ପାଇଥିବା ଫଳରେ x ର ସହଗ କେତେ ?

14. ଗୁଣନ କର ।

(i) $a^2 + 5a - 6$ କୁ $2a + 1$ ଦ୍ୱାରା (ii) $4x^2 + 16x + 15$ କୁ $x - 3$ ଦ୍ୱାରା

(iii) $a^2 - 2a + 1$ କୁ $a - 1$ ଦ୍ୱାରା (iv) $a^2 + 2ab + b^2$ କୁ $a - b$ ଦ୍ୱାରା

(v) $x^2 - 1$ କୁ $2x^2 + 1$ ଦ୍ୱାରା (vi) $x^2 - x + 1$ କୁ $x + 1$ ଦ୍ୱାରା

(vii) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{6}$ କୁ $x - \frac{7}{4}$ ଦ୍ୱାରା (viii) $\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{4}x - 3$ କୁ $3x^2 + 4x + 1$ ଦ୍ୱାରା

15. $(x^2 - xy + y^2)$ ଓ $(x + y)$ର ଗୁଣଫଳକୁ $(x^2 + xy + y^2)$ ଓ $(x - y)$ର ଗୁଣଫଳରୁ ବିୟୋଗ କର ।

16. ଭାଗ କର ।

(i) $8x^3 + y^3$ କୁ $2x + y$ ଦ୍ୱାରା (ii) $7x^3 + 18x^2 + 18x - 5$ କୁ $3x + 5$ ଦ୍ୱାରା

(iii) $20x^2 - 15x^3y^6$ କୁ $5x^2$ ଦ୍ୱାରା (iv) $35a^3 - 21a^4b$ କୁ $(-7a^3)$ ଦ୍ୱାରା

(v) $x^3 - 3x^2 + 5x - 8$ କୁ $x - 2$ ଦ୍ୱାରା (vi) $x - 2$ କୁ $2y + 7$ ଦ୍ୱାରା

'ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବା'ର ଉତ୍ତର

3.1 1. (i) $y; 1$ (ii) $x, y; \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 7$ (iii) $x, y; \frac{4}{5}$

ଟିପ୍ପଣୀ

(iv) $x, y; \frac{2}{5}, \frac{1}{2}$ (v) $x, y; 2, -8$ (vi) x, କିଛି ନାହିଁ

2. (i) 2 (ii) $2y$ (iii) $2x^2$

3. (i) $x-3=15$ (ii) $x+5=22$

4. (i) $2, abc$ (ii) $a, b, c, 2$

   (iii) $x^2y, -2xy^2, -\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{8}x^3y^2$

5. (i) $-xy^2, +\frac{1}{3}y^2x$ (ii) $-3ab, +ab$ (iii) ସଦୃଶ ପଦ ନାହିଁ

6. (i), (ii) ଓ (v)

7. ମନୋମିଆଲ୍ : (ii) ଓ (vi), ଦ୍ୱିପଦୀ (ବାଇନୋମିଆଲ୍) : (i) ଓ (v),
   ତ୍ରିପଦୀ (ଟ୍ରାଇନୋମିଆଲ୍) : (iii) ଓ (iv),

3.2

1. (i) 7 (ii) 3 (iii) 1 (iv) 0

2. $2.5, 95, \frac{2}{9}x^2, -25x^3, -3x^6$

3. (i) 10 (ii) 4 (iii) 2 (iv) 3

4. (i) 0 (ii -7 (iii) $-\frac{19}{15}$ (iv) 6

3.3

1 .(i) $\frac{23}{11}x^2 + \frac{5}{4}x + 6$ (ii) $\frac{7}{5}x^3 + x^2 + x - 2$

   (iii) $3x^3 + 12x^2 - 7x + \frac{19}{3}y$ (iv) $9x^3 + 5x^2y - 8xy$

2. (i) $-x^2 + 4x + 17$ (ii) 0

   (iii) $ab + bc + ca$ (iv) $a^2 + 2b^2 - 4ab$

3. (i) $-7x^3 + 4x^2 - 5x$ (ii) $-4y^3 + 7y^2 + 8y - 12$

   (iii) $3z^3 + 2z^2 - 2z + 5$ (iv) $-7x^3 + 10x^2 - 9x - 17$

4. $a - ab - 3$

3.4 1. (i) $27b^3c^2$ (ii) $-10x^4y^6$

(iii) $-10x^2y - 5xy^2$ (iv) $-5b^3c^2$

3. (i) $x - 1; 0$ (ii) $x - 2; 3$

(iii) $3x - 1; 0$ (iv) $2x^2 + 2x + 1; 0$

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (i) C (ii) D (iii) A (ii) B
2. (i) $y + y = 6$ (ii) $3y - 4 = 11$

   (iii) $z(z + 2) = 35$ (iv) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 2$
3. (i) 0 (ii) 6 (iii) 3 (ii) 4
4. (i) ନାହିଁ (ii) ହଁ
5. (i) $\frac{37}{24}$ (ii) 0
6. 55
7. (i) $3x^3 + x^2 - 6x + 2$ (ii) $x^3 + 3y^2$

   (iii) $9x^3 + 13x^2 + 4xy + y^2 + y^3$ (iv) $-x + \frac{17}{5}x - \frac{7}{3}$
8. (i) $x^2 - y^2 + xy$ (ii) $2c - 2b$

   (iii) $2y^2x - 2x^2 - 2y$ (iv) $4m^2 - 6mn + 8$
9. $x^2 + 2xy - y^2$
10. $-24x + 21x - 15$
11. $-x^2 - 4y^2 - 2xy + 8y - 8$
12. $-7x^2 + 12x - 9$
13. $2xy - y; 2y$
14. (i) $2a^3 + 11a^2 - 7a - 6$ (ii) $4x^3 + 4x^2 - 33x - 45$

    (iii) $a^3 - 3a^2 + 3a - 1$ (iv) $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$

    (v) $2x^4 - x^2 - 1$ (vi) $x^3 + 1$

    (vii) $x^3 - \frac{13}{12}x^2 - \frac{x}{3} - \frac{35}{24}$ (viii) $2x^4 + \frac{77}{12}x^3 - \frac{10}{3}x^2 - \frac{43}{4}x - 3$
15. $-2y^3$
16. (i) $4x^2 - 2xy + y^2; 0$ (ii) $9x^2 - 9x + 21; 110$

    (iii) $4 - 3xy^6; 0$ (iv) $-5 + 3ab; 0$

    (v) $x^2 - x + 3; -2$ (vi) $4y + 5; 0$