(iii) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{7}} = \sqrt[3]{7^{\frac{1}{2}}} = \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 7^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{7} = \sqrt[2\times 3]{7} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{7}}$

(iv) $\sqrt[5]{4^3} = \left(4^3\right)^{\frac{1}{5}} = 4^{\frac{3}{5}} = 4^{\frac{9}{15}} = \sqrt[15]{4^9} = \sqrt[3\times 5]{4^{3\times 3}}$

ଏଠାରେ ସର୍ଡ ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ ହେବାର ଆମେ ଦେଖିଲେ ।

ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ତଥ୍ୟ : ମୂଳର ସୂଚକ ତଥା ସର୍ଡର ଆଧାରର ସୂଚକ ଉଭୟକୁ କୌଣସି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ମୂଳର ସୂଚକକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇପାରିବ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$\sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{4}$

ଏବଂ $\sqrt[4]{3} = \sqrt[8]{3^2} = \sqrt[8]{9}$

2.12 ସଦୃଶ ସର୍ଡ

ଦୁଇଟି ସର୍ଡର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଅପରିମେୟ ଉତ୍ପାଦକ ଅଭିନ୍ନ ହୋଇଥିଲେ, ସର୍ଡ ଦୁଇଟିକୁ **ସଦୃଶ** ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ । ସହଗ ସହ ସାଦୃଶ୍ୟର କୌଣସି ସମ୍ପର୍କ ନଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$3\sqrt{5}$ ଓ $7\sqrt{5}$ ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ସର୍ଡ । ପୁନଶ୍ଚ ବିଚାର କର $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ ଓ $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ । ବର୍ତ୍ତମାନ $\sqrt{75}$ ଏବଂ $\sqrt{12}$ କୁ $5\sqrt{3}$ ଏବଂ $2\sqrt{3}$ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରିଲା । ଏଣୁ ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟ ସଦୃଶ ସର୍ଡ ।

2.13 ସର୍ଡର ଲଘିଷ୍ଠ (ସରଳତମ) ରୂପ

ଗୋଟିଏ ସର୍ଡକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ ଯଦି ଏହା

(a) ମୂଳ ଚିହ୍ନର ସୂଚକ ଯଥା ସମ୍ଭବ କ୍ଷୁଦ୍ରତମ ହୋଇଥାଏ ।

(b) ମୂଳ ଚିହ୍ନ ଭିତରେ କୌଣସି ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ନଥାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ ଆଧାର ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ହୋଇନଥାଏ ।

(c) n ସୂଚକ ବିଶିଷ୍ଟ ମୂଳଚିହ୍ନ ଭିତରେ a^n (ଯେଉଁଠି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା) ରୂପକ ଉତ୍ପାଦକ ନଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $\sqrt[3]{\frac{125}{18}} = \sqrt[3]{\frac{125\times 12}{18\times 12}} = \frac{5}{6}\sqrt[3]{12}$

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

ଉଦାହରଣ : 2.20

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡରେ ପରିଣତ କର ।

(i) $2\sqrt{7}$ (ii) $4\sqrt[4]{7}$ (iii) $\frac{3}{4}\sqrt{32}$

ସମାଧାନ :

(i) $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \times 7}\ 2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \times 7} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{28}$ ଯାହାକି ଏକ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ।

(ii) $4\sqrt[4]{7} = \sqrt[4]{4^4 \times 7} = \sqrt[4]{256 \times 7} = \sqrt[4]{1792}$ ଯାହାକି ଏକ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ।

(iii) $\frac{3}{4}\sqrt{22} = \sqrt{\frac{9}{16} \times 32} = \sqrt{18}$ ଯାହାକି ଏକ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ।

ଉଦାହରଣ : 2.21 ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡରେ ପରିଣତ କର।

(i) $\sqrt{128}$ (ii) $\sqrt[6]{320}$ (iii) $\sqrt[3]{250}$

ସମାଧାନ :

(i) $\sqrt{128} = \sqrt{64 \times 2} = 8\sqrt{2}$

ଯାହାକି ଏକ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ।

(ii) $\sqrt[6]{320} = \sqrt[6]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} = \sqrt[6]{2^6 \times 5} = 2\sqrt[6]{5}$

ଯାହାକି ଏକ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ।

(iii) $\sqrt[3]{250} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 2} = 5\sqrt[3]{2}$

ଯାହାକି ଏକ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.7

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସର୍ଡମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସଦୃଶ ସର୍ଡମାନଙ୍କୁ ବାଛ।

   (i) $\sqrt{8}, \sqrt{32}$ (ii) $5\sqrt{3}, 6\sqrt{18}$ (iii) $\sqrt{20}, \sqrt{125}$

2. ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର।

   (i) $7\sqrt{3}$ (ii) $3\sqrt[3]{16}$ (iii) $\frac{5}{8}\sqrt{24}$

3. ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ମିଶ୍ର ସର୍ଡରେ ପରିଣତ କର।

   (i) $\sqrt[3]{250}$ (ii) $\sqrt[3]{243}$ (iii) $\sqrt[4]{512}$

2.14 ସର୍ଡ ଉପରେ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ

2.14.1 ସର୍ଡମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ

ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ଭଳି ସର୍ଡମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ କରାଯାଏ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $5\sqrt{3}+17\sqrt{3}=(5+17)\sqrt{3}=22\sqrt{3}$

ଏବଂ $12\sqrt{5}-7\sqrt{5}=[12-7]\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

ସର୍ତ୍ତମାନଙ୍କର ଯୋଗ ଅଥବା ବିୟୋଗ ସମୟରେ, ପ୍ରଥମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ସର୍ତ୍ତରେ ପରିଣତ କରାଯାଏ ଓ ତା'ପରେ ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କରାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ:(i) $\sqrt{50}+\sqrt{288}$

$=\sqrt{5\times5\times2}+\sqrt{12\times12\times2}$

$=5\sqrt{2}+12\sqrt{2}=\sqrt{2}(5+12)=17\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{98}-\sqrt{18}$

$=\sqrt{7\times7\times2}-\sqrt{3\times3\times2}$

$=7\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(7-3)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

ଉଦାହରଣ : 2.22 ସରଳ କର ।

(i) $4\sqrt{6}+2\sqrt{54}$

(ii) $45\sqrt{6}-3\sqrt{216}$

ସମାଧାନ : (i) $4\sqrt{6}+2\sqrt{54}$

$=4\sqrt{6}+2\sqrt{3\times3\times6}$

$=4\sqrt{6}+6\sqrt{6}=10\sqrt{6}$

(ii) $45\sqrt{6}-3\sqrt{216}$

$=45\sqrt{6}-3\sqrt{6\times6\times6}$

$=45\sqrt{6}-18\sqrt{6}$

$=27\sqrt{6}$

ଉଦାହରଣ : 2.23 ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$$24\sqrt{45}-16\sqrt{20}+\sqrt{245}-47\sqrt{5}=0$$

ସମାଧାନ : $24\sqrt{45}-16\sqrt{20}+\sqrt{245}-47\sqrt{5}$

$$= 24\sqrt{3\times3\times5} - 16\sqrt{2\times2\times5} + \sqrt{7\times7\times5} - 47\sqrt{5}$$
$$= 72\sqrt{5} - 32\sqrt{5} + 7\sqrt{5} - 47\sqrt{5}$$
$$= \sqrt{5}[72 - 32 + 7 - 47]$$
$= \sqrt{5}\times 0 = 0 =$ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ।

ଉଦାହରଣ : 2.24 ସରଳ କର $2\sqrt[3]{16000} + 8\sqrt[3]{128} - 3\sqrt[3]{54} + \sqrt[4]{32}$

ସମାଧାନ : $2\sqrt[3]{16000} = 2\sqrt[3]{10\times10\times10\times8\times2} = 2\times10\times2\sqrt[3]{2} = 40\sqrt[3]{2}$

$$8\sqrt[3]{128} = 8\sqrt[3]{4\times4\times4\times2} = 32\sqrt[3]{2}$$
$$3\sqrt[3]{54} = 3\sqrt[3]{3\times3\times3\times2} = 9\sqrt[3]{2}$$
$$\sqrt[4]{32} = 2\sqrt[4]{2}$$

ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ରାଶି

$$= 40\sqrt[3]{2} + 32\sqrt[3]{2} - 9\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[4]{2}$$
$$= (40 + 32 - 9)\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[4]{2}$$
$$= 63\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[4]{2}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.8

ସରଳ କର ।

1. $\sqrt{175} + \sqrt{112}$
2. $\sqrt{32} + \sqrt{200} + \sqrt{128}$
3. $3\sqrt{50} + 4\sqrt{18}$
4. $\sqrt{108} - \sqrt{75}$
5. $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81} + 8\sqrt[3]{3}$
6. $6\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} + 4\sqrt[3]{128}$
7. $12\sqrt{18} + 6\sqrt{20} - 6\sqrt{147} + 3\sqrt{50} + 8\sqrt{45}$

2.14.2 ସର୍ଡମାନଙ୍କର ଗୁଣନ ଓ ଭାଗକ୍ରିୟା

ସମାନ ମୂଳସୂଚକ ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ଡ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ତଥା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରିବ । ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ ସର୍ଡର ସୂଚକ ତଥା ଆଧାରର ସୂଚକ ଉଭୟକୁ ସମାନ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ମୂଳର ସୂଚକକୁ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇପାରେ । ପ୍ରଥମେ ଦୁଇଟି ସର୍ଡକୁ ସମାନ ସୂଚକ ବିଶିଷ୍ଟ କରିସାରିବା ପରେ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ବା ଭାଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରେ ।

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା

$\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{3\times 2}=\sqrt{6}$ ($\sqrt{3}$ ଓ $\sqrt{2}$ ଉଭୟ ସମସୂଚକ ବିଶିଷ୍ଟ)

$$\sqrt{12}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{12}{2}}=\sqrt{6}$$

ଆସ ଗୁଣନ କରିବା : $\sqrt{3}$ ଓ $\sqrt[3]{2}$

$$\sqrt{3}=\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{27}$$

$$\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{2^2}=\sqrt[6]{4}$$

$$\therefore \sqrt{3}\times\sqrt[3]{2}=\sqrt[6]{27}\times\sqrt[6]{4}=\sqrt[6]{108}$$

ଏବଂ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{2}}=\dfrac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[6]{4}}=\sqrt[6]{\dfrac{27}{4}}$

ଆସ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 2.25 (i) ଗୁଣନ କର $5\sqrt[3]{16}$ ଓ $11\sqrt[3]{40}$

(ii) ଭାଗ କର $15\sqrt[3]{13}$ କୁ $6\sqrt[6]{5}$ ଦ୍ୱାରା

ସମାଧାନ : (i) $5\sqrt[3]{16}\times 11\sqrt[3]{40}$

$$=5\times 11\times\sqrt[3]{2\times 2\times 2\times 2}\times\sqrt[3]{2\times 2\times 2\times 5}$$

$$=55\times 2\times 2\sqrt[3]{2}\ \sqrt[3]{5}$$

$$=220\sqrt[3]{10}$$

(ii) $\dfrac{15\sqrt[3]{13}}{6\sqrt[6]{5}}=\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{\sqrt[6]{13^2}}{\sqrt[6]{5}}=\dfrac{5}{2}\sqrt[6]{\dfrac{169}{5}}$

ଉଦାହରଣ : 2.26 ସରଳ କରି ଫଳାଫଳକୁ ସରଳତମ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

$$2\sqrt{50}\times\sqrt{32}\times 2\sqrt{72}$$

ସମାଧାନ : $2\sqrt{50} = 2\sqrt{5\times5\times2} = 10\sqrt{2}$

$$\sqrt{32} = \sqrt{2\times2\times2\times2\times2} = 4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{72} = 2\times6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$\therefore$ ଦତ୍ତ ରାଶି

$$= 10\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times12\sqrt{2}$$
$$= 960\sqrt{2}$$

2.15 ସର୍ଡମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା

ଦୁଇଟି ସର୍ଡ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କଲାବେଳେ ଆମେ ପ୍ରଥମେ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ସମ ସୂଚକ ସର୍ଡରେ ପରିଣତ କରୁ । ତା'ପରେ ସେ ଦୁଇଟି ସର୍ଡର ଆଧାର ତଥା ସହଗକୁ ତୁଳନା କରୁ । ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା:

ଉଦାହରଣ : 2.27 କେଉଁଟି ବଡ଼ ? $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ବା $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

ସମାଧାନ : $\sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt[6]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \sqrt[6]{\frac{1}{14}}$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{1}{9} > \frac{1}{64} \Rightarrow \sqrt[6]{\frac{1}{9}} > \sqrt[6]{\frac{1}{14}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{3}} > \sqrt{\frac{1}{4}}$$

ଉଦାହରଣ : 2.28 ନିମ୍ନ ଦତ୍ତ ସର୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଅ ।

$\sqrt[3]{2}, \sqrt{3}$ ଓ $\sqrt[6]{5}$

ସମାଧାନ : 2, 3 ଓ 6 ର ଲ.ସା.ଗୁ. 6

$$\therefore \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{4}$$

$$\sqrt{3} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{27}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt[6]{5}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ପାଇଲେ : $\sqrt[6]{4} < \sqrt[6]{5} < \sqrt[6]{27}$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{2} < \sqrt[6]{5} < \sqrt{3}$$

ଟିପ୍ପଣୀ

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.9

1. ଗୁଣନ କର । $\sqrt[3]{32}$ ଓ $5\sqrt[3]{4}$
2. ଗୁଣନ କର । $\sqrt{3}$ ଓ $\sqrt[3]{5}$
3. $\sqrt[3]{135}$ କୁ $\sqrt[3]{5}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।
4. $\sqrt[2]{24}$ କୁ $\sqrt[3]{320}$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।
5. କେଉଁଟି ବଡ଼ ? $\sqrt[4]{5}$ ବା $\sqrt[3]{4}$
6. $\sqrt[5]{10}$ ଓ $\sqrt[4]{9}$ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଡ଼ ?
7. ସର୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଅ : $\sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{3}, \sqrt[3]{4}$
8. ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେସଜାଅ: $\sqrt[3]{2}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[3]{4}$

2.16 ସର୍ଡର ପରିମେୟ କରଣ

ଗୁଣଫଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କର ।

(i) $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3$

(ii) $5^{\frac{7}{11}} \times 5^{\frac{4}{11}} = 5$

(iii) $7^{\frac{1}{4}} \times 7^{\frac{3}{4}} = 7$

ଉପରିସ୍ଥ ତିନୋଟିଯାକ ଗୁଣନ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ଦୁଇଟି ସର୍ଡର ଗୁଣଫଳ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳେ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲା । ଏଭଳି କ୍ଷେତ୍ରରେ ସର୍ଡଦ୍ୱୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

(i) $\sqrt{3}$ ହେଉଛି $\sqrt{3}$ ର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ।

(ii) $\sqrt[11]{5^4}$ ହେଉଛି $\sqrt[11]{5^7}$ ର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ଏବଂ ବିପରିତ ପକ୍ଷେ ମଧ ତାହା ସତ୍ୟ । ଅର୍ଥାତ୍ $\sqrt[11]{5^4}$ ଓ $\sqrt[11]{5^7}$ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଅନ୍ୟଟିର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ।

(iii) $\sqrt[4]{7}$ ଏବଂ $\sqrt[4]{7^3}$ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଅନ୍ୟଟିର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ଗୋଟିଏ ସର୍ଡକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କରିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ସର୍ଡର ପରିମେୟକରଣ କୁହାଯାଏ । ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ସର୍ଡର ଗୁଣଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $\sqrt{x}$ ର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ହେଉଛି $\sqrt{x}$, $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ ର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ହେଉଛି $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ।

ଟୀକା :

(i) $x-\sqrt{y}$ ଓ $x+\sqrt{y}$ ସର୍ଡଦ୍ୱୟକୁ ସଯୁଗ୍ମୀ ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ । ସେ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ଓ ଗୁଣଫଳ ଉଭୟ ସର୍ବଦା ପରିମେୟ ।

(ii) ଅପରିମେୟ ସର୍ଡ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିର ହର ପରିମେୟକରଣ କରାଯାଏ ।

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 2.29 $\sqrt{18}$ ଏବଂ $\sqrt{12}$ ର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\sqrt{18}=\sqrt{3\times3\times2}=3\sqrt{2}$

$\therefore$ ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ $=\sqrt{2}$

$\sqrt{12}=\sqrt{2\times2\times3}=2\sqrt{3}$

ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ

ଉଦାହରଣ : 2.30: $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2}{-3}$

$$=-\frac{7+2\sqrt{10}}{3}=-\frac{7}{3}-\frac{2}{3}\sqrt{10}$$

ଉଦାହରଣ : 2.31: $\dfrac{4+3\sqrt{5}}{4-3\sqrt{5}}$ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{4+3\sqrt{5}}{4-3\sqrt{5}}=\dfrac{(4+3\sqrt{5})(4+3\sqrt{5})}{(4-3\sqrt{5})(4+3\sqrt{5})}$

$$=\frac{16+45+24\sqrt{5}}{16-45}=-\frac{61}{29}-\frac{24}{29}\sqrt{5}$$

ଉଦାହରଣ : 2.32 $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$ କୁ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-1}{\left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)+1\right]\left[\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-1\right]}$

$$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2-1}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{4-2\sqrt{6}}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}{4-2\sqrt{6}}\times\frac{4+2\sqrt{6}}{4+2\sqrt{6}}$$

$$=\frac{4\sqrt{3}-4\sqrt{2}-4+6\sqrt{2}-4\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{16-24}$$

$$=-\frac{\sqrt{2}-2-\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{4}$$

ଉଦାହରଣ : 2.33 $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=a+b\sqrt{2}$, ହେଲେ, a ଓ b ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}\times\dfrac{3+\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}=\dfrac{9+4+9\sqrt{2}}{9-2}$

$$=\frac{13+9\sqrt{2}}{7}=\frac{13}{7}+\frac{9}{7}\sqrt{2}=\mathrm{a}+\mathrm{b}\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{a}=\frac{13}{7},\qquad \mathrm{b}=\frac{9}{7}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.10

1. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲାଗି ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) $\sqrt[3]{49}$ (ii) $\sqrt{2}+1$ (iii) $\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{xy}$

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିକୁ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ କରି ସରଳ କର ।

   i) $\dfrac{12}{\sqrt{5}}$ (ii) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{17}}$ (iii) $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{5}}{\sqrt{11}+\sqrt{5}}$ (iv) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

3. $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}+\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ ସରଳ କର ।

4. $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}-1}$ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

5. $a=3+2\sqrt{2}$ ନେଇ $a+\frac{1}{a}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

6. $\frac{2+5\sqrt{7}}{2-5\sqrt{7}}=x+\sqrt{7}y$ ହେଲେ x ଓ y ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଆମେ ଯାହା ସବୁ ଶିଖିଲେ

- $a \times a \times a \times \ldots\ldots m$ଗୋଟି a ର ଗୁଣନ a^m । ଏହା ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ ଯେଉଁଠି a ହେଉଛି ଆଧାର ଏବଂ m ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ ।
- ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକ ହେଉଛି :

  (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ (iii) $(ab)^m = a^m b^m$

  (iv) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (v) $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$ (vi) $a^0 = 1$ (vii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

- $a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$
- x ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ $\sqrt[n]{x}$ କୁ ଏକ ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ ।
- $\sqrt[n]{x}$ ରେ n କୁ ସର୍ଡର ସୂଚକ ଓ x କୁ ସର୍ଡର ଆଧାର କୁହାଯାଏ ।
- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (1 ଭିନ୍ନ) ସହଗ ବିଶିଷ୍ଟ ସର୍ଡକୁ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ ।
- ସର୍ଡର ସୂଚକ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ମୂଳର ପ୍ରକାରକୁ ସୂଚାଏ ।
- $\sqrt[n]{x}$ ର ସୂଚକ ହେଉଛି n ।
- ମୂଳର ନିର୍ଣ୍ଣୟ (ଏଠାରେ a > 0, b > 0)

  (i) $\left[\sqrt[n]{a}\right]^n = a$ (ii) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (iii) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

- ସର୍ତ୍ତରେ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟା

$$x^{\frac{1}{n}} \times y^{\frac{1}{n}} = (xy)^{\frac{1}{n}}; \quad \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = x^{\frac{1}{mn}} = \left(x^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}}; \quad \frac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$(x^m)^{\frac{1}{n}} = x^{\frac{m}{n}}; \quad \sqrt[m]{x^a} = \sqrt[mn]{x^{an}} \text{ ବା } \left(x^a\right)^{\frac{1}{m}} = x^{\frac{a}{m}} = x^{\frac{an}{mn}} = \left(x^{an}\right)^{\frac{1}{mn}}$$

- ଯେଉଁ ସର୍ତ୍ତମାନଙ୍କର ଏକା ଅପରିମେୟ ଉତ୍ପାଦକ ଥାଏ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ ସର୍ତ୍ତ କୁହାଯାଏ ।
- ସଦୃଶ ସର୍ତ୍ତଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ଗୋଟିଏ ସର୍ତ୍ତରେ ଥିବା ମୂଳର ସୂଚକ ତଥା ଆଧାରର ସୂଚକ ଉଭୟକୁ ସମାନ ଧନାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ଉକ୍ତ ସର୍ତ୍ତର ସୂଚକକୁ ବଦଳାଇ ଦିଆଯାଇପାରିବ ।
- ସମାନ ସୂଚକ ସର୍ତ୍ତମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଗୁଣନ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ସର୍ତ୍ତମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ସମାନ ସୂଚକ ସର୍ତ୍ତରେ ପରିଣତ କରିବାକୁ ହେବ। ତା'ପରେ ସେଗୁଡ଼ିକର ଆଧାର ଓ ସହଗ ଅନୁଯାୟୀ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରାଯାଇପାରିବ ।
- ଦୁଇଟି ସର୍ତ୍ତର ଗୁଣଫଳ ପରିମେୟ ହେଲେ, ସେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଅନ୍ୟଟିର ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ହୋଇଥାଏ ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ନିମ୍ନ ରାଶିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7 \times 9 \times 9$

(ii) $\left(\frac{-7}{9}\right) \times \left(\frac{-7}{9}\right) \times \left(\frac{-7}{9}\right) \times \left(\frac{-7}{9}\right)$

2. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ।

(i) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3 \times \left(\frac{7}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3$

(ii) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \frac{35}{27} \times \left(-\frac{1}{5}\right)^2$

3. ସରଳ କର ଓ ପ୍ରାପ୍ତ ଫଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(10)^2 \times (6)^2 \times (5)^2$

(ii) $\left(-\frac{37}{19}\right)^{20} \div \left(-\frac{37}{19}\right)^{20}$

(iii) $\left[\left(\frac{3}{13}\right)^{3}\right]^{5}$

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସରଳ କର ।

(i) $3^{o}+7^{o}+37^{o}-3$ (ii) $(7^{o}+3^{o})(7^{o}-3^{o})$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ ସରଳ କର ।

(i) $(32)^{12} \div (32)^{-6}$ (ii) $(111)^{6} \times (111)^{-5}$ (iii) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{-3} \times \left(-\frac{2}{9}\right)^{5}$

6. $\left(\frac{3}{7}\right)^{-3} \times \left(\frac{3}{7}\right)^{11} = \left(\frac{3}{7}\right)^{x}$ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. $\left(\frac{3}{13}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{13}\right)^{-9} = \left(\frac{3}{13}\right)^{2x+1}$ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ଓ ଏହାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(i) 6480000 (ii) 172872 (iii) 11863800

9. ପୃଥିବୀ ଠାରୁ ସାଇରସ୍ ନକ୍ଷତ୍ରର ଦୂରତା ପ୍ରାୟ 8.1×10^{13} କି.ମି. । ଆଲୋକ ଏକ ସେକେଣ୍ଡରେ 3.0×10^{5} କି.ମି. ଦୂରତା ଅତିକ୍ରମ କରୁଥିଲେ, ସାଇରସ୍ ନକ୍ଷତ୍ରର ଆସୁଥିବା ଆଲୋକକୁ ପୃଥିବୀରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିବ ତାହା ସ୍ଥିର କର ।

10. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଟି ସର୍ଡ ବାଛ ।

(i) $\sqrt{\frac{36}{289}}$ (ii) $\sqrt[9]{729}$ (iii) $\sqrt[3]{\sqrt{5}+1}$ (iv) $\sqrt[4]{3125}$

11. ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $3\sqrt[2]{3}$ (ii) $5\sqrt[3]{4}$ (iii) $5\sqrt[5]{2}$

12. ସରଳ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ମିଶ୍ର ସର୍ଡରେ ପରିଣତ କର ।

(i) $\sqrt[4]{405}$ (ii) $\sqrt[5]{320}$ (iii) $\sqrt[3]{128}$

13. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁ ସର୍ଡଯୋଡ଼ି ସଦୃଶ ଅଟନ୍ତି ?

(i) $\sqrt{112}, \sqrt{343}$ (ii) $\sqrt[3]{625}, \sqrt[3]{3125 \times 25}$ (iii) $\sqrt[6]{216}, \sqrt{250}$

ଟିପ୍ପଣୀ

14. ନିମ୍ନ ରାଶିମାନଙ୍କୁ ସରଳ କର ।

(i) $4\sqrt{48}-\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}+6\sqrt{3}$

(ii) $\sqrt{63}+\sqrt{28}-\sqrt{175}$

(iii) $\sqrt{8}+\sqrt{128}-\sqrt{50}$

15. କେଉଁଟି ବଡ଼ ?

(i) $\sqrt{2}$ or $\sqrt[3]{3}$ (ii) $\sqrt[3]{6}$ or $\sqrt[4]{8}$

16. ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

(i) $\sqrt{3},\sqrt[3]{4},\sqrt[4]{5}$ (ii) $\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt[3]{4}$

17. ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମରେ ସଜାଇ ଲେଖ ।

$\sqrt[3]{16},\sqrt{12},\sqrt[6]{320}$

18. ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରି ସରଳ କର ।

(i) $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{7}}$ (ii) $\frac{12}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$ (iii) $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$

19. ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

(i) $\frac{1}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ (ii) $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}-\sqrt{12}}$

20. $\frac{5+2\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}=a+b\sqrt{3}$, (ଯେଉଁଠି a ଓ b ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା) ହେଲେ, a ଓ b ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

21. $x=7+4\sqrt{3}$ ହେଲେ, $x+\frac{1}{x}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

2.1

1. (i) $(-7)^4$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$ (iii) $\left(\frac{-5}{7}\right)^{20}$

2. ଆଧାର | ଘାତାଙ୍କ

	ଆଧାର	ଘାତାଙ୍କ
(i)	-3	5
(ii)	7	4
(iii)	$-\frac{2}{11}$	8

3. (i) $\frac{81}{2401}$ (ii) $\frac{16}{6561}$ (iii) $-\frac{27}{64}$

4. (i) $\frac{3}{7}$ (ii) $\frac{625}{324}$

5. (i) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$ (ii) $\left(-\frac{1}{7}\right)^4$ (iii) $\left(-\frac{5}{3}\right)^4$

2.2

1. (i) $3^1 \times 11^1 \times 13^1$ (ii) $2^3 \times 3^4$ (iii) $2^3 \times 3^3 \times 7^1$

2. (i) 3^6 (ii) 2^9 (iii) $2^5 \times 3^4$

   (iv) $\frac{11^3}{2^{12}}$ (v) $\frac{(-7)^3}{2^5}$

2.3

1. (i) $(7)^5$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ (iii) $\left(-\frac{7}{8}\right)^6$

2. (i) $(-7)^2$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^6$ (iii) $\left(-\frac{7}{8}\right)^{15}$

3. (i) 2^{18} (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^6$ (iii) $\left(-\frac{5}{9}\right)^{15}$

   (iv) $\left(\frac{11}{3}\right)^5$ (v) $\left(-\frac{7}{11}\right)^3$

4. ସତ୍ୟ : (i), (ii), (iii) ମିଥ୍ୟା : (iii), (iv), (v), (vi)

2.4

1. $\frac{49}{9}$

2. (i) $\left(\frac{7}{3}\right)^4$ (ii) 12^2 (iii) $\left(\frac{13}{3}\right)^{12}$

3. (i) $\left(\frac{7}{3}\right)^{-4}$ (ii) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-10}$ (iii) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-10}$

4. (i) $\frac{81}{16}$ (ii) $-\frac{2}{3}$ (iii) $-\frac{343}{125}$

5. ସତ୍ୟ : (ii), (iii), (iv)

2.5

1. (i) 8 (ii) $\frac{25}{9}$

2. (i) 1 (ii) $\frac{7}{8}$ (iii) $\frac{13}{16}$

2.6

1. (i) 4, 64 (ii) 6, 343 (iii) 2, 119

2. (iii), (iv)

3. ଶୁଦ୍ଧ : (i), (iv), ମିଶ୍ର : (ii), (iii)

2.7

1. (i), (iii)

2. (i) $\sqrt{147}$ (ii) $\sqrt[3]{432}$ (iii) $\sqrt{\frac{75}{8}}$

3. (i) $5\sqrt[3]{2}$ (ii) $3\sqrt[3]{9}$ (iii) $4\sqrt[4]{2}$

2.8

1. $9\sqrt{7}$ 2. $22\sqrt{2}$ 3. $27\sqrt{2}$ 4. $\sqrt{3}$

5. $-3\sqrt{3}$ 6. $30\sqrt[3]{2}$ 7. $51\sqrt{2}+36\sqrt{5}-42\sqrt{3}$

2.9

1. $20\sqrt[3]{2}$ 2. $3\sqrt[3]{5}$ 3. 3   4. $\sqrt[6]{\dfrac{216}{25}}$

5. $\sqrt[3]{4}$ 6. $\sqrt[4]{9}$ 7. $\sqrt[6]{3},\sqrt[3]{2},\sqrt[3]{4}$ 8. $\sqrt[3]{4},\sqrt[4]{3},\sqrt[3]{2}$

2.10

1. (i) $\sqrt[3]{7}$ (ii) $\sqrt{2}-1$ (iii) $\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}$

2. (i) $\dfrac{12}{5}\sqrt{5}$ (ii) $\dfrac{2\sqrt{51}}{17}$ (iii) $\dfrac{8}{3}-\dfrac{\sqrt{55}}{3}$ (iv) $2+\sqrt{3}$

3. 14

4. $-\dfrac{1}{4}\left[2+\sqrt{6}+\sqrt{2}\right]$

5. 6

6. $-\dfrac{179}{171}-\dfrac{20\sqrt{7}}{171}$

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

1. (i) $5^2 \times 3^2 \times 7^3 \times 9^2$ (ii) $\left(-\dfrac{7}{9}\right)^4$

2. (i) $-\dfrac{5}{56}$ (ii) $\dfrac{1}{105}$

3. (i) $2^4 \times 3^2 \times 5^4$ (ii) 1   (iii) $\left(\dfrac{3}{13}\right)^{15}$

4. (i) ଶୂନ   (ii) ଶୂନ

5. (i) $(32)^{18}$ (ii) 111   (iii) $\left(\dfrac{2}{9}\right)^2$

6. $x = 8$

7. $x = -6$

8. $2^7 \times 3^4 \times 5^4$

9. $3^3 \times 10^7$ସେକେଣ୍ଡ

10. (ii), (iii), (iv)

11. (i) $\sqrt[2]{27}$ (ii) $\sqrt[3]{500}$ (iii) $\sqrt[5]{6250}$

12. (i) $3\sqrt[4]{5}$ (ii) $2\sqrt[5]{10}$ (iii) $4\sqrt[3]{2}$

13. (i), (ii)

14. (i) $\frac{127}{6}\sqrt{3}$ (ii) ଶୂନ (iii) $5\sqrt{2}$

15. (i) $\sqrt[3]{3}$ (ii) $\sqrt[3]{6}$

16. (i) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[4]{5}$ (ii) $\sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt{2}$

17. $\sqrt[3]{16}, \sqrt[6]{320}, \sqrt{12}$

18. (i) $-3\left(\sqrt{6} + \sqrt{7}\right)$ (ii) $3\left(\sqrt{7} + \sqrt{3}\right)$ (ii) $9 - 4\sqrt{5}$

19. (i) $\frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ (ii) $\frac{7\sqrt{5} + 5\sqrt{7} + 2\sqrt{105}}{70}$

20. $a = 11, b = -6$

21. 14