୨

ଘାତ ଓ ମୂଳ

ପୂର୍ବ ପାଠରେ ଆମେ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ସଂଖ୍ୟକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିଛୁ । ତୁମେ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ଗୁଣନ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଓ ତାହାର ଫଳାଫଳକୁ ସହଜରେ ଲେଖିପାରିବ ।

$4 \times 4 \times 4 = 64$, $11 \times 11 \times 11 \times 11 = 14641$ ଏବଂ

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

15 ଗୋଟି 13 ନେଇ ଗୁଣନ କରିବା ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଭାବ । ଏହାକୁ ଲେଖିବା କେଡ଼େ କଷ୍ଟକର ।

$13 \times 13 \times 13 \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 15 ଗୋଟି ?

ଘାତ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ସଙ୍କେତ ସାହାଯ୍ୟରେ ଏହି ଅସୁବିଧାକୁ ସହଜରେ ଦୂର କରାଯାଇପାରିବ । ଏହି ପାଠରେ, ଆମେ ସେହି ସଙ୍କେତ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଘାତ ସମ୍ପର୍କିତ ନିୟମ ଉଲ୍ଲେଖ କରିବା ସହ ତା'ର ପ୍ରମାଣ କରିବା । ସେହି ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରଣାଳୀ ଶିକ୍ଷା କରିବା । ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ମଧ୍ୟ ଶିଖିବା ।

ଏହି ପାଠର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଭାଗରେ ଆମେ '$a^{\frac{1}{q}}$ ର ଅର୍ଥ ଯେ a ର q ତମ ମୂଳ' ସେହି ଧାରଣା ସମ୍ବନ୍ଧରେ କହିବା ଏବଂ ମୂଳଚିହ୍ନ, ଘାତାଙ୍କ ଓ ମୂଳାନ୍ୱିତ ରାଶି ଆଦି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସୂଚନା ଦେବା । ମୂଳ ସମ୍ପର୍କୀୟ ନିୟମ ଜାଣିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଗୋଟିଏ ମୂଳାନ୍ୱିତ ରାଶିର ସରଳୀକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଶିଖିବା । "ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ"ର ଅର୍ଥ ଜାଣିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଏକ ଦତ୍ତ ରାଶିର ଅପରିମେୟ ହର ପରିମେୟକରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଶିଖିବା ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠ ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ, ତୁମେ

- ଏକ କ୍ରମାନ୍ୱୟୀ ଗୁଣନକୁ ଘାତ ସଙ୍କେତ ମାଧ୍ୟମରେ ତଥା ଘାତ-ସଙ୍କେତ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଥିବା ରାଶିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟୀ ଗୁଣନ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ ।
- ଘାତ ସଙ୍କେତ ମାଧ୍ୟମରେ ଲିଖିତ ରାଶିର ଆଧାର ତଥା ଘାତାଙ୍କ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନନ୍ୟ ଭାବେ ଗୋଟିଏ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ ।
- ଘାତକୀୟ ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ ।
- a^0, a^{-m} ଏବଂ $a^{\frac{p}{q}}$ ର ଅର୍ଥ ବୁଝାଇପାରିବ ।
- ଘାତାଙ୍କୀୟ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଘାତରାଶିକୁ ସରଳ କରିପାରିବ ।

- ଦତ୍ତ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ମୂଳ ଚିହ୍ନିତ ରାଶିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରିପାରିବ ।
- ଏକ ସର୍ଡର ମୂଳାନ୍ୱିତ ରାଶି ଓ ଘାତାଙ୍କକୁ ଚିହ୍ନିପାରିବ ।
- ମୂଳ (ସର୍ଡ) ସମ୍ପର୍କିତ ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ବ୍ୟକ୍ତ କରିପାରିବ ।
- ଦତ୍ତ ସର୍ଡକୁ ସରଳ କରି ଏହାର ସରଳୀକୃତ ରୂପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ ।
- ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ସର୍ଡ (ବା ମୂଳାନ୍ୱିତ ରାଶି)କୁ ବାଛି ପାରିବ ।
- ବିଭିନ୍ନ ମୂଳାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିକୁ ସମମୂଳାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରପାରିବ ।
- ସର୍ଡ (ମୂଳାନ୍ୱିତ ରାଶି) ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ ।
- ଦତ୍ତ ସର୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଊର୍ଦ୍ଧ୍ୱକ୍ରମ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜାଇପାରିବ ।
- ଦତ୍ତ ସର୍ଡଲାଗି ପରିମେୟକାରୀ ଗୁଣକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ । (ଯେଉଁଠି x ଓ y ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ a ଓ b ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା)
- $\frac{1}{a+b\sqrt{x}}$ ଏବଂ $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ ଆକୃତି ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିର ହରକୁ ପରିମେୟ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରିପାରିବା ।
- ସର୍ଡ ସମ୍ପୃକ୍ତ ରାଶିର ସରଳୀକରଣ କରିପାରିବା ।

ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

- ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟା
- ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା
- ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା
- ସାଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କ୍ରମ ସମ୍ପର୍କ

2.1 ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଙ୍କେତ

ନିମ୍ନସ୍ଥ ଗୁଣନଗୁଡ଼ିକୁ ବିଚାର କର :

(i) 7×7 (ii) $3 \times 3 \times 3$ (iii) $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

ପୂର୍ବୋକ୍ତ (i)ରେ ଥିବା ଦୁଇଟି 7ର ଗୁଣନ 7×7 କୁ 7^2 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ ।
ସେହିପରି (ii)ରେ ଥିବା ତିନିଗୋଟି 3 ର ଗୁଣନ $3 \times 3 \times 3$ କୁ 3^3 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ ।
(iii)ରେ ଥିବା ପାଞ୍ଚଗୋଟି 6 ର ଗୁଣନ $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$ କୁ 6^5 ରୂପେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ ।
7^2 କୁ '7 ର ବର୍ଗ' ବା '7ର ଦ୍ୱିତୀୟଘାତ' ରୂପେ ପଢ଼ାଯାଏ । ଏଠାରୁ 7କୁ **ଆଧାର** 2କୁ **ଘାତାଙ୍କ** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ସେହିପରି 3^3କୁ '3ର ଘନ' ବା '3ର ତୃତୀୟ ଘାତ' ରୂପେ ପଢ଼ାଯାଏ । ଏଠାରେ 3କୁ ଆଧାର ଓ 3କୁ ଘାତାଙ୍କ କୁହାଯାଏ ।

ସେହିପରି 6^5କୁ '6ରେ ପଞ୍ଚମ ଘାତ' ରୂପେ ପଢ଼ାଯାଏ । ଏଠାରେ ମଧ 6 ହେଉଛି ଆଧାର ଓ 5 ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ । ଉପରିସ୍ଥ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ।

ଯେଉଁ ସଙ୍କେତ ଦ୍ୱାରା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକାଧିକ ଥର ଗୁଣନକୁ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ, ତାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଂକେତ ବା ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପ କୁହାଯାଏ ।

ଯେପରି $5 \times 5 \times 5 \times \ldots\ldots\ldots$ 20ଟି 5ର ଗୁଣନ = 5^{20}

$(-7) \times (-7) \times (-7) \times \ldots\ldots\ldots$ 10 ଗୋଟି (-7)ର ଗୁଣନ = $(-7)^{10}$

5^{20}ରେ 5 ହେଉଛି ଆଧାର ଏବଂ 20 ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ ।

$(-7)^{10}$ରେ -7 ହେଉଛି ଆଧାର ଏବଂ 10 ହେଉଛି ଘାତାଙ୍କ ।

ସେହିପରି ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଏକାଧିକ ଥର ଗୁଣନକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଂକେତ ବ୍ୟବହାର କରି ମଧ୍ୟ ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଯଥା : $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \ldots\ldots 16$ ଗୋଟି $\frac{3}{5}$ ର ଗୁଣନ $= \left(\frac{3}{5}\right)^{16}$ ।

ଏବଂ $\left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \ldots\ldots\ldots 10$ ଗୋଟି $\left(-\frac{1}{3}\right)$ ର ଗୁଣନ $= \left(-\frac{1}{3}\right)^{10}$ ।

ସାଧାରଣ ଭାବରେ, a ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ m ସଂଖ୍ୟକ a ର ଗୁଣନକୁ a^m ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ aକୁ ଆଧାର ଏବଂ mକୁ ଘାତାଙ୍କ କୁହାଯାଏ ।

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଉପରିସ୍ଥ ଆଲୋଚନାର ବ୍ୟବହାର କରିବା :

ଉଦାହରଣ 2.1

ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^3$ (ii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$

ସମାଧାନ :

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{(2)^3}{(7)^3} = \frac{8}{343}$

(ii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4 = \left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{(-3)^4}{(5)^5} = \frac{81}{625}$

ଉଦାହରଣ 2.2

ଘାତାଙ୍କୀୟ ସଙ୍କେତରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^7$

(ii) $\left(\frac{3}{11}\right) \times \left(\frac{3}{11}\right) \times \left(\frac{3}{11}\right) \times \left(\frac{3}{11}\right) = \left(\frac{3}{11}\right)^4$

ଉଦାହରଣ 2.3

ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ଲେଖ ।

(i) 4096 (ii) $\frac{125}{729}$ (iii) -512

ସମାଧାନ :

(i) $4096 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ ବିକଳ୍ପ : $4096 = (2)^{12}$

$= (4)^6$ ଆଧାର 2 ଓ ଘାତାଙ୍କ 12 ।

ଏଠାରେ ଆଧାର 4 ଓ ଘାତାଙ୍କ 6 ।

(ii) $$\frac{125}{729} = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \left(\frac{5}{9}\right)^3$$

ଏଠାରେ ଆଧାର = $\left(\frac{5}{9}\right)$ ଓ ଘାତାଙ୍କ =3 ।

(iii) $512 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^9$

ଏଠାରେ ଆଧାର =2 ଓ ଘାତାଙ୍କ =9 ।

ଉଦାହରଣ 2.4 ସରଳ କର ।

$$\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^4$$

ସମାଧାନ : $$\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3^3}{2^3}$$

ସେହିପରି $\left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{4^4}{3^4}$

$$\therefore \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{3^3}{2^3} \times \frac{4^4}{3^4} = \frac{3^3}{8} \times \frac{16 \times 16}{3^4} = \frac{32}{3}$$

ଉଦାହରଣ 2.5

ନିମ୍ନ ରାଶିମାନଙ୍କର ବ୍ୟୁତ୍‌କ୍ରମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) 3^5 (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ (iii) $\left(-\frac{5}{6}\right)^9$

ସମାଧାନ :

(i) $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 243$

$\therefore 3^5$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \dfrac{1}{243} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^5$

(ii) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{3^2}{4^2}$

$\therefore \left(\dfrac{3}{4}\right)^2$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \dfrac{4^2}{3^2} = \left(\dfrac{4}{3}\right)^2$

(iii) $\left(\dfrac{-5}{6}\right)^9 = \dfrac{(-5)^9}{6^9}$

$\therefore \left(\dfrac{-5}{6}\right)^9$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $= \dfrac{-6^9}{5^9} = \left(\dfrac{-6}{5}\right)^9$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ ଯେ ଯଦି $\dfrac{p}{q}$ ଏକ ଅଣଶୂନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ଏବଂ m ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $\left(\dfrac{p}{q}\right)^m$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\left(\dfrac{q}{p}\right)^m$.

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.1

1. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(i) $(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)$

(ii) $\left(\dfrac{3}{4}\right) \times \left(\dfrac{3}{4}\right) \times \left(\dfrac{3}{4}\right) \times$ ....10 ଗୋଟି $\dfrac{3}{4}$ ର ଗୁଣନ

(iii) $\left(-\dfrac{5}{7}\right) \times \left(-\dfrac{5}{7}\right) \times \left(-\dfrac{5}{7}\right) \times$ ....20 ଗୋଟି $\left(-\dfrac{5}{7}\right)$ ର ଗୁଣନ

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକର ଆଧାର ଓ ଘାତାଙ୍କ ଲେଖ ।

(i) $(-3)^5$ (ii) 7^4 (iii) $\left(-\frac{2}{11}\right)^8$

3. ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^4$ (ii) $\left(\frac{-2}{9}\right)^4$ (iii) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$

4. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ।

(i) $\left(\frac{7}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{7}\right)^6$ (ii) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 3^5 (ii) $(-7)^4$ (iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^4$

2.2 ମୌଳିକ ଉତ୍ପାଦୀକରଣ

ମନେପକାଅ ଯେ ଏକ ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରି ହେବ । ଯୌଗିକ ସଂଖ୍ୟା 72, 760 ଓ 7623 କୁ ନେଇ ବିଚାର କରିବା ।

(i) $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$= 2^3 \times 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

(ii) $760 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 19$

$= 2^3 \times 5^1 \times 19^1$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 760 \\ 2 & 380 \\ 2 & 190 \\ 5 & 95 \\ & 19 \end{array}$$

(iii) $7623 = 3 \times 3 \times 7 \times 11 \times 11$

$= 3^2 \times 7^1 \times 11^2$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 7623 \\ 3 & 2541 \\ 7 & 847 \\ 11 & 121 \\ & 11 \end{array}$$

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନନ୍ୟ ଭାବରେ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ । ଅବଶ୍ୟ ଗୁଣନୀୟକମାନଙ୍କର କ୍ରମ ଭିନ୍ନ ହୋଇପାରେ । ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ 2.6: 24300କୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ : $24300 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3$

$\therefore 24300 = 2^2 \times 3^5 \times 5^2$

ଉଦାହରଣ 2.7

98784କୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

ସମାଧାନ :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 98784 \\ 2 & 44392 \\ 2 & 24696 \\ 2 & 12348 \\ 2 & 6174 \\ 3 & 3087 \\ 3 & 1029 \\ 7 & 343 \\ 7 & 49 \\ & 7 \end{array}$$

$\therefore\ 98784 = 2^5 \times 3^2 \times 7^3$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.2

1. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ଘାତର ଗୁଣଫଳ ରୂପେ, ଅର୍ଥାତ୍ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପରିଣତ କର ।

   (i) 429 (ii) 648 (iii) 1512

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) 729 (ii) 512 (iii) 2592

   (iv) $\frac{1331}{4096}$ (v) $-\frac{243}{32}$

2.3 ଘାତାଙ୍କ ନିୟମ

ନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ।

(i) $3^2 \times 3^3 = (3\times3)\times(3\times3\times3) = (3\times3\times3\times3\times3)$

$= 3^5 = 3^{2+3}$

(ii) $(-7)^2 \times (-7)^4 = [(-7)\times(-7)]\times[(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)]$

$= [(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)\times(-7)]$

$= (-7)^6 = (-7)^{2+4}$

(iii) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\right)$

$$=\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\right)$$

$$=\left(\frac{3}{4}\right)^{7}=\left(\frac{3}{4}\right)^{3+4}$$

(iv) $a^3\times a^4=(a\times a\times a)\times(a\times a\times a\times a)=a^7=a^{3+4}$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରୁ ଆମେ ଦେଖିଲେ-

ନିୟମ – 1 : a ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ-

$$a^m\times a^n=a^{m+n}$$

ଉଦାହରଣ 2.8 ଏହି ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । $\left(-\frac{3}{2}\right)^{3}\times\left(-\frac{3}{2}\right)^{5}$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a=-\frac{3}{2}$, $m=3$ ଏବଂ $n=5$

$$\therefore\left(-\frac{3}{2}\right)^{3}\times-\left(\frac{3}{2}\right)^{5}=\left(-\frac{3}{2}\right)^{3+5}=\left(-\frac{3}{2}\right)^{8}=\frac{6561}{256}$$

ଉଦାହରଣ 2.9 ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

$$\left(\frac{7}{4}\right)^{2}\times\left(\frac{7}{4}\right)^{3}$$

ସମାଧାନ : ପୂର୍ବ ପରି

$$\left(\frac{7}{4}\right)^{2}\times\left(\frac{7}{4}\right)^{3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{2+3}=\left(\frac{7}{4}\right)^{5}=\frac{16807}{1024}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର :

(i) $7^5\div7^3=\frac{7^5}{7^3}=\frac{7\times7\times7\times7\times7}{7\times7\times7}=7\times7=7^2=5^{5-3}$

(ii) $(-3)^7\div(-3)^4=\frac{(-3)^7}{(-3)^4}=\frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}$

$$=(-3)\times(-3)\times(-3)=(-3)^3=(-3)^{7-4}$$

ଉପରିସ୍ଥ ଅନୁଶୀଳନରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ -

ନିୟମ – 2 : a ଏକ ଅଣଶୂନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଦୁଇଟି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା (m > n) ହେଲେ, $a^m \div a^n = a^{m-n}$

ଉଦାହରଣ 2.10 : $\left(\frac{35}{25}\right)^{16} \div \left(\frac{35}{25}\right)^{13}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\left(\frac{35}{25}\right)^{16} \div \left(\frac{35}{25}\right)^{13} = \left(\frac{35}{25}\right)^{16-13} = \left(\frac{35}{25}\right)^{3}$

$$= \left(\frac{7}{5}\right)^{3} = \frac{343}{125}$$

ନିୟମ 2ରେ, $m < n \Rightarrow n > m$ ହେଲେ,

$$a^m \div a^n = a^{-(n-m)} = \frac{1}{a^{n-m}}$$

ନିୟମ 3 : $n > m$ ହେଲେ,

$$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$$

ଉଦାହରଣ 2.11K : $\left(\frac{3}{7}\right)^{6} \div \left(\frac{3}{7}\right)^{9}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ଏଠାରେ $a = \frac{3}{7}, m = 6$ ଏବଂ $n = 9$

$$\therefore \left(\frac{3}{7}\right)^{6} \div \left(\frac{3}{7}\right)^{9} = \frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^{9-6}} = \frac{1}{\left(\frac{3}{7}\right)^{3}} = \frac{7^3}{3^3} = \frac{343}{27}$$

ଆସ ନିମ୍ନ କାର୍ଯ୍ୟ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା :

(i) $\left(3^3\right)^2 = 3^3 \times 3^3 = 3^{3+3} = 3^6 = 3^{3\times 2}$

(ii) $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$

$$= \left(\frac{3}{7}\right)^{2+2+2+2+2} = \left(\frac{3}{7}\right)^{10} = \left(\frac{3}{7}\right)^{2\times5}$$

ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି କାର୍ଯ୍ୟରୁ, ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିପାରିବା :

ନିୟମ – 4 : a ଯେକୌଣସି ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଓ n ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ-

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn}$$

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ 2.12 $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^3$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^{2\times3} = \left(\frac{2}{5}\right)^6 = \frac{64}{15625}$

2.3.1 ଶୂନ ଘାତାଙ୍କ

ମନେ ପକାଅ ଯେ $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ଯଦି $m > n$

$$= \frac{1}{a^{n-m}} \text{ ଯଦି } n > m$$

ଯେଉଁ ପରିସ୍ଥିତିରେ $m = n$, ଆସ ସେପରି ଏକ ପରିସ୍ଥିତି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଚାର କରିବା ।

$\therefore a^m \div a^m = a^{m-m}$

$\Rightarrow \frac{a^m}{a^m} = a^0$

$\Rightarrow 1 = a^0$.

ବର୍ତ୍ତମାନ ଘାତାଙ୍କ ସମ୍ପର୍କୀୟ ଅନ୍ୟ ଏକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ନିୟମ ମିଳିଲା ।

ନିୟମ – 5 : a ଯଦି ଶୂନ ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଯେକୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $a^0 = 1$ ।

ଉଦାହରଣ 2.13

(i) $\left(\frac{2}{7}\right)^0$ (ii) $\left(\frac{-3}{4}\right)^0$

ସମାଧାନ : (i) $a^0 = 1$ ନିୟମ ବ୍ୟବହାର କରି ଆମେ ପାଇବା- $\left(\frac{2}{7}\right)^0 = 1$

(ii) ପୁନଶ୍ଚ $a^0 = 1$ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗକରି ଆମେ ପାଇବା - $\left(\frac{-3}{4}\right)^0 = 1$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.3

1. ସରଳ କର ଓ ପାଇଥିବା 'ଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(7)^2 \times (7)^3$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$ (iii) $\left(-\frac{7}{8}\right)^1 \times \left(-\frac{7}{8}\right)^2 \times \left(-\frac{7}{8}\right)^3$

2. ସରଳ କର ଓ ପାଇଥିବା ଫଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(-7)^9 \div (-7)^7$ (ii) $\left(\frac{3}{4}\right)^8 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2$ (iii) $\left(\frac{-7}{3}\right)^{18} \div \left(\frac{-7}{3}\right)^3$

3. ସରଳ କର ଓ ପାଇଥିବା ଫଳକୁ ଘାତାଙ୍କୀୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $(2^6)^3$ (ii) $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^3\right]^2$ (iii) $\left[\left(-\frac{5}{9}\right)^3\right]^5$

(iv) $\left(\frac{11}{3}\right)^5 \times \left(\frac{15}{7}\right)^0$ (v) $\left(-\frac{7}{11}\right)^0 \times \left(-\frac{7}{11}\right)^3$

4. ନିମ୍ନରେ ଥିବା କେଉଁ ଉକ୍ତିଟି ସତ୍ୟ ?

(i) $(7)^3 \times 7^3 = 7^6$ (ii) $\left(\frac{3}{11}\right)^5 \times \left(\frac{3}{11}\right)^2 = \left(\frac{3}{11}\right)^7$

(iii) $\left(\left(\frac{4}{9}\right)^5\right)^4 = \left(\frac{4}{9}\right)^9$ (iv) $\left[\left(\frac{3}{19}\right)^6\right]^2 = \left(\frac{3}{19}\right)^8$

(v) $\left(\frac{3}{11}\right)^0 = 0$ (vi) $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{4}{9}$

(vii) $\left(\frac{8}{15}\right)^5 \times \left(\frac{7}{6}\right)^6 = \left(\frac{8}{15}\right)^5$

2.4 ଘାତାଙ୍କ ଏକ ଋଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

(i) ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ 5ର ବ୍ୟତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\frac{1}{5}$ । $\frac{1}{5}$ କୁ 5^{-1} ରୂପେ ଲେଖୁ ଏବଂ 5ର ଘାତ -1 ବୋଲି ପଢୁ ।

(ii) -7ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $-\frac{1}{7}$ । ଏହାକୁ ଆମେ $(-7)^{-1}$ ରୂପେ ଲେଖୁ ଏବଂ (-7)ର ଘାତ -1 ବୋଲି ପଢୁ ।

(iii) 5^2ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ $=\frac{1}{5^2}$ । $\frac{1}{5}$ କୁ ଆମେ 5^{-2} ରୂପେ ଲେଖୁ ଏବଂ 5ର ଘାତ -2 ବୋଲି ପଢୁ ।

ଉପରିସ୍ଥ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଜାଣିଲୁ :

a ଏକ ଅଣଶୂନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ, a^m ର ବ୍ୟତିକ୍ରମ (ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{1}{a^m}$)କୁ a^{-m} ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ଏବଂ a ର ଘାତ $-m$ ବୋଲି ପଢୁ ।

ଏଣୁ $\boxed{\frac{1}{a^m}=a^{-m}}$

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 2.14

ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ଧନାତ୍ମକ ଘାତବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କର ।

(i) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-2}$ (ii) $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-7}$

ସମାଧାନ :

(i) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-2}=\frac{1}{\left(\frac{3}{8}\right)^2}=\frac{1}{\frac{3^2}{8^2}}=\frac{8^2}{3^2}=\left(\frac{8}{3}\right)^2$

(ii) $\left(-\frac{4}{7}\right)^{-7}=\frac{1}{\left(-\frac{4}{7}\right)^7}=\frac{7^7}{(-4)^7}=\left(-\frac{7}{4}\right)^7$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ନିମ୍ନ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ପାଇପାରିବା : $\frac{p}{q}$ ଏକ ଅଣଶୂନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହେଲେ-

$$\left(\frac{p}{q}\right)^{-m}=\frac{q^m}{p^m}=\left(\frac{q}{p}\right)^m$$

2.5 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କ ସମ୍ପର୍କୀୟ ନିୟମ

ଅଣଶୂନ୍ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଋଣାତ୍ମକ ଘାତଲାଗି ଅର୍ଥ ଜାଣିସାରିବା ପରେ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ ଋଣାତ୍ମକ ଘାତାଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ଘାତ-ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ହୋଇପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

(i) $$\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{3} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^{4}} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{3-4}$$

(ii) $$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}} \times \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{3}\right)^{2+3}} = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2-3}$$

(iii) $$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} \div \left(-\frac{3}{4}\right)^{-7} = \frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^{3}} \div \frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^{7}} = \frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^{3}} \times \left(-\frac{3}{4}\right)^{7} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{7-3}$$

(iv) $$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-2}\right]^{3} = \left[\left(\frac{7}{2}\right)^{2}\right]^{3} = \left(\frac{7}{2}\right)^{6} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-6} = \left(\frac{2}{7}\right)^{-2\times 3}$$

ଉପରିସ୍ଥ ଫଳାଫଳରୁ ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ ଋଣାତ୍ମକ ଘାତାଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ୍ୟ ନିୟମ 1ରୁ ନିୟମ 5 ସମସ୍ତ ନିୟମ ମଧ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ ଯୋଗ୍ୟ ।

∴ ଯେକୌଣସି ଅଣଶୂନ୍ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ଏବଂ ଯେକୌଣସି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା m ଓ n ପାଇଁ

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ଯେଉଁଠି $m > n$ $(= a^{n-m}$ ଯେଉଁଠି $n > m)$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.4

1. $\left(\frac{-3}{7}\right)^{-2}$ କୁ $\frac{p}{q}$ ଭଳି ପରିମେୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

2. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଧନାତ୍ମକ ଘାତ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-4}$ (ii) $12^5 \times 10^{-3}$ (iii) $\left[\left(\frac{3}{13}\right)^{-3}\right]^4$

3. ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଋଣାତ୍ମକ ଘାତ ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କର ।

(i) $\left(\frac{3}{7}\right)^{4}$ (ii) $\left[(7)^2\right]^5$ (iii) $\left[\left(-\frac{3}{4}\right)^{2}\right]^5$

4. ସରଳ କର ।

(i) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{7}$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{4}$ (iii) $\left(-\frac{7}{5}\right)^{-4} \div \left(\frac{7}{5}\right)^{-7}$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ସତ୍ୟ ?

(i) $a^{-m} \times a^n = a^{-m-n}$ (ii) $\left(a^{-m}\right)^n = a^{-mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (v) $a^{-m} \times a^0 = a^m$

2.6 $a^{p/q}$ ର ଅର୍ଥ

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯେ m ଓ n ର ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଲାଗି

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

ଯଦି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ q ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ $a^{\frac{1}{q}}$ ଲାଗି କିପରି ସଂଜ୍ଞା ପ୍ରକରଣ କରିବା ?

ନିମ୍ନ ଗୁଣନ କାର୍ଯ୍ୟକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର

$$\underbrace{a^{\frac{1}{q}} \times a^{\frac{1}{q}} \times a^{\frac{1}{q}} \ldots\ldots\ldots \times a^{\frac{1}{q}}}_{} = a^{\frac{1}{q}+\frac{1}{q}+\frac{1}{q}+\ldots\ldots q\ times}$$ ଗୋଟି $\frac{1}{q}$ ର ଯୋଗ

$$= a^{\frac{1}{q}} = a$$

ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $a^{\frac{1}{q}}$ ର q ତମ ଘାତ = a ଅଥବା ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $a^{\frac{1}{q}}$ ହେଉଛି a ର q ତମ ମୂଳ ଏବଂ ଏହାକୁ $\sqrt[q]{a}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ

$$7^{\frac{1}{4}} \times 7^{\frac{1}{4}} \times 7^{\frac{1}{4}} \times 7^{\frac{1}{4}} = 7^{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = 7^{\frac{4}{4}} = 7^1 = 7$$

ଅଥବା $7^{\frac{1}{4}}$ ହେଉଛି 7ର ଚତୁର୍ଥ ମୂଳ ଏବଂ ଏହାକୁ $\sqrt[4]{7}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ a ପରିମେୟ ଘାତକୁ ସଂଜ୍ଞାକରଣ କରିବା । ଯଦି a ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା, p ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ q ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ, ତେବେ

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ

$$\underbrace{a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{p}{q}} \times \ldots\ldots \times a^{\frac{p}{q}}}_{} = a^{\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}+\frac{p}{q}} = a^{\frac{p}{q}\times q} = a^p$$

q ଗୋଟି $a^{\frac{p}{q}}$ ର ଗୁଣନ

$$\therefore a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

ଏଣୁ $a^{\frac{p}{q}}$ ହେଉଛି a^p ର q ତମ ମୂଳ ।

ତଦନୁଯାୟୀ, $7^{\frac{2}{3}}$ ହେଉଛି 7^2 ର ଘନମୂଳ ବା ତୃତୀୟ ମୂଳ । ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ପରିମେୟ ଘାତାଙ୍କ ସମ୍ପର୍କିତ ନିୟମଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିବା :

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $(ab)^m = a^m b^m$

(v) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବା :

ଉଦାହରଣ : 2.15 ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(a) $(625)^{\frac{1}{4}}$ (b) $(243)^{\frac{2}{5}}$ (c) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{-3}{4}}$

ସମାଧାନ :

(i) $(625)^{\frac{1}{4}} = (5\times5\times5\times5)^{\frac{1}{4}} = (5^4)^{\frac{1}{4}} = 5^{4\times\frac{1}{4}} = 5^1 = 5$

(ii) $(243)^{\frac{2}{5}} = (3\times3\times3\times3\times3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{3}{5}} = 3^{5\times\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$

(iii) $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{-3}{4}} = \left(\frac{2\times2\times2\times2}{3\times3\times3\times3}\right)^{\frac{-3}{4}} = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^{\frac{-3}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4\times\frac{-3}{4}}$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3} = \frac{27}{8}$$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.5

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିକୁ ସରଳ କର ।

(i) $(16)^{\frac{3}{4}}$ (ii) $\left(\frac{27}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ରାଶିକୁ ସରଳ କର ।

(i) $(625)^{-\frac{1}{4}} \div (25)^{-\frac{1}{2}}$

(ii) $\left(\frac{7}{6}\right)^{-\frac{1}{4}} \times \left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{3}{4}}$

(iii) $\left(\frac{13}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} \times \left(\frac{13}{16}\right)^{\frac{1}{4}} \times \left(\frac{13}{16}\right)^{\frac{3}{2}}$

2.7 ସର୍ଡ୍

ଆମେ ପ୍ରଥମେ ପାଠରେ ପଢ଼ିଛୁ ଯେ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛନ୍ତି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ମୂଳାନ୍ୱିତ ସଂଖ୍ୟା ବା ସର୍ଡ୍ ଭଳି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ପଢ଼ିବା ।

ଗୋଟିଏ ସର୍ଡ୍‌ର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନମତେ ଦିଆଯାଇଥାଏ ।

ଏକ ସର୍ଡ ହେଉଛି $\sqrt[n]{x}$ ରୂପକ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯେଉଁଠି ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା x ର n ତମ ମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

$\sqrt[n]{x}$ ସଂଖ୍ୟାଟି ଗୋଟି ସର୍ଡ (ବା ମୂଳାନ୍ୱିତ ସଂଖ୍ୟା) ଯଦି

(i) ଏହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

(ii) ଏହା ଏକ ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ମୂଳ

2.7.1 କେତେକ ପଦ

$\sqrt[n]{x}$ ସର୍ଡରେ, $\sqrt{\ }$ ଚିହ୍ନକୁ ମୂଳଚିହ୍ନ ବୋଲି କୁହାଯାଏ । n କୁ ମୂଳର ସୂଚକ ବା ମୂଳର ଅର୍ଡର ବୋଲି କୁହାଯାଏ ଏବଂ x କୁ ମୂଳର ଆଧାର କୁହାଯାଏ ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର:

(i) ମୂଳର ସୂଚକ ଦିଆଯାଇନଥିଲ, ଏହାକୁ 2 ବୋଲି ଧରାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\sqrt{7}$ ର ସୂଚକ $\left(=\sqrt[2]{7}\right)$ ହେଉଛି 2 ।

(ii) $\sqrt[3]{8}$ ଏକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ, କାରଣ ଏହାର ମାନ ଯେ 2 ତାହା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ଏବଂ ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

(iii) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ହେଁ ଏହା ଏକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ କାରଣ ଏହା ହେଉଛି ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗମୂଳ ।

2.8 ଶୁଦ୍ଧ ଓ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ

(i) ଯେଉଁ ସର୍ଡର 1 ହେଉଛି ଏକମାତ୍ର ପରିମେୟ ଉତ୍ପାଦକ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଉତ୍ପାଦକ ହେଉଛନ୍ତି ଅପରିମେୟ ତାକୁ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\sqrt[5]{16}$ ଓ $\sqrt[3]{50}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ।

(ii) ଯେଉଁ ସର୍ଡର 1 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ପରିମେୟ ଉତ୍ପାଦକ ସହ ଅପରିମେୟ ଉତ୍ପାଦକମାନ ଥାଏ, ତାକୁ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରପ - $2\sqrt{3}$ ଏବଂ $3\sqrt[3]{7}$ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ ।

2.9 ସର୍ଡର ସୂଚକ

$5\sqrt[3]{4}$ ସର୍ଡରେ, 5କୁ ସର୍ଡର **ସହଗ**, 3କୁ ସର୍ଡର **ସୂଚକ** ଏବଂ 4କୁ ସର୍ଡର **ଆଧାର** ବୋଲି କୁହାଯାଏ । ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 2.16

ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ଡ ତାହା ଲେଖ ।

(i) $\sqrt{49}$ (ii) $\sqrt{96}$ (iii) $\sqrt[3]{81}$ (iv) $\sqrt[3]{256}$

ସମାଧାନ :

(i) $\sqrt{49} = 7$ ଯାହାକି ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

$\therefore \sqrt{49}$ ଏକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ ।

(ii) $\sqrt{96} = \sqrt{4 \times 4 \times 6} = 4\sqrt{6}$

$\therefore \sqrt{96}$ ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\Rightarrow \sqrt{96}$ ହେଉଛି ଏକ ସର୍ଡ ।

(iii) $\sqrt[3]{81} = \sqrt{3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt[3]{3}$ ଯାହାକି ଅପରିମେୟ ।

$\therefore \sqrt[3]{81}$ ଏକ ସର୍ଡ ।

(iv) $\sqrt[3]{256} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4 \times 4} = 4\sqrt[3]{4}$

$\therefore \sqrt[3]{256}$ ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\Rightarrow \sqrt[3]{256}$ ଏକ ସର୍ଡ ।

$\therefore$ (ii), (iii) ଓ (iv) ରେ ଥିବା ରାଶିଗୁଡ଼ିକ ସର୍ଡ ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ : 2.17 ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସର୍ଡମାନଙ୍କର ସୂଚକ ଓ ଆଧାର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\sqrt[5]{197}$ (ii) $\sqrt{162}$ (iii $\sqrt[4]{213}$ (iv) $\sqrt[4]{214}$

ସମାଧାନ :

(i) ସୂଚକ ହେଉଛି 2 ଏବଂ ଆଧାର ହେଉଛି 117 ।

(ii) ସୂଚକ ହେଉଛି 2 ଏବଂ ଆଧାର ହେଉଛି 162 ।

(iii) ସୂଚକ ହେଉଛି 4 ଏବଂ ଆଧାର ହେଉଛି 213 ।

(iv) ସୂଚକ ହେଉଛି 4 ଏବଂ ଆଧାର ହେଉଛି 214 ।

ଉଦାହରଣ : 2.18

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସର୍ଡମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ଓ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) $\sqrt{42}$ (ii) $4\sqrt[3]{18}$ (iii) $2\sqrt[4]{98}$

ସମାଧାନ :

(i) $\sqrt{47}$ ହେଉଛି ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ।

(ii) $4\sqrt[3]{18}$ ହେଉଛି ମିଶ୍ର ସର୍ଡ ।

(iii) $2\sqrt[4]{98}$ ହେଉଛି ମିଶ୍ର ସର୍ଡ ।

2.10 ମୂଳ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିୟମ

ନିମ୍ନରେ ମୂଳ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ଦିଆଯାଇଛି (ବିନା ପ୍ରମାଣରେ) ।

(i) $\left[\sqrt[n]{a}\right]^n = a$

(ii) $\sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

(iii) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

a ଓ b ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ n ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏ ସମସ୍ତ ନିୟମ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 2.19

ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ଡ ଓ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ ତାହା ମୂଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସ୍ଥିର କର ।

(i) $\sqrt{5} \times \sqrt{80}$ (ii) $2\sqrt{15} \div 4\sqrt{10}$

(iii) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16}$ (iv) $\sqrt{32} \div \sqrt{27}$

ସମାଧାନ :

(i) $\sqrt{5} \times \sqrt{80} = \sqrt{5 \times 80} = \sqrt{400} = 20$

ଏହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\therefore \sqrt{5} \times \sqrt{80}$ ଏକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ ।

(ii) $2\sqrt{15} \div 4\sqrt{10} = \dfrac{2\sqrt{15}}{4\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{15}}{2\sqrt{10}}$

$= \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{2 \times 2 \times 10}} = \dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\dfrac{15}{40}} = \sqrt{\dfrac{3}{8}}$

ଏହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\therefore 2\sqrt{15} \div 4\sqrt{10}$ ଏକ ସର୍ଡ ।

(iii) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4 \times 16} = \sqrt[3]{64} = 4$

$\Rightarrow$ ଏହା ଏକ ସର୍ଡ ନୁହେଁ ।

(iv) $\sqrt{32} \div \sqrt{27} = \dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\dfrac{32}{27}}$ ଯାହାକି ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

$\therefore \sqrt{32} \div \sqrt{27}$ ଏକ ସର୍ଡ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 2.6

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସର୍ଡ ଲାଗି ସୂଚକ ଓ ଆଧାର ଲେଖ ।

(i) $\sqrt[4]{64}$ (ii) $\sqrt[6]{373}$ (iii) $\sqrt{119}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଠି ସର୍ଡ ତାହା ଲେଖ ।

(i) $\sqrt[3]{64}$ (ii) $\sqrt[4]{625}$ (iii) $\sqrt[6]{216}$

(iv) $\sqrt{5}\times\sqrt{45}$ (v) $3\sqrt{2}\times 5\sqrt{6}$

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସର୍ଡ ମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଶୁଦ୍ଧ ସର୍ଡ ଓ ମିଶ୍ର ସର୍ଡ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) $\sqrt{32}$ (ii) $2\sqrt[3]{12}$ (iii) $13\sqrt[3]{91}$ (iv) $\sqrt{35}$

2.11 ସର୍ଡ ସମ୍ପର୍କୀୟ ନିୟମ

ମନେପକାଅ ଯେ ସର୍ଡଗୁଡ଼ିକୁ ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟା ଘାତାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ପରିଣତ କରିଦିଆଯାଇପାରେ । ଏଣୁ ପୂର୍ବାଲୋଚିତ ଘାତ ସମ୍ପର୍କୀୟ ନିୟମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଏଠାରେ ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ । ଆସ ନିମ୍ନରେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ମନେ ପକାଇବା:

(i) $\sqrt[n]{x}\,\sqrt[n]{y}=\sqrt[n]{xy}$ ବା $x^{\frac{1}{n}}.\,y^{\frac{1}{n}}=(xy)^{\frac{1}{n}}$

(ii) $\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}=\sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}$ ବା $\dfrac{x^{\frac{1}{n}}}{y^{\frac{1}{n}}}=\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{n}}$

(iii) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}}=\sqrt[mn]{x}=\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}}$ ବା $\left(x^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}}=x^{\frac{1}{mn}}=\left(x^{\frac{1}{m}}\right)^{\frac{1}{n}}$

(iv) $\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}}$ ବା $(x^m)^{\frac{1}{n}}=x^{\frac{m}{n}}$

(v) $\sqrt[n]{x^p}=\sqrt[mn]{x^{pn}}$ ବା $(x^p)^{\frac{1}{m}}=x^{\frac{p}{m}}=x^{\frac{pn}{mn}}=(x^{pn})^{\frac{1}{mn}}$

ଏଠାରେ x ଓ y ଧନାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ m, n ଓ p ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଆସ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ଏହି ନିୟମଗୁଡ଼ିକର ସତ୍ୟତା ପ୍ରତିପାଦନ କରିବା :

(i) $\sqrt[3]{3}\,\sqrt[3]{8}=3^{\frac{1}{3}}\times 8^{\frac{1}{3}}=(24)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{3\times 8}$

(ii) $\dfrac{(5)^{\frac{1}{3}}}{(9)^{\frac{1}{3}}}=\left(\dfrac{5}{9}\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{\dfrac{5}{9}}$