1

ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି

ଆବାହମାନ କାଳରୁ ମଣିଷ ତା'ର ବିଭିନ୍ନ ସାମଗ୍ରୀ, ଯଥା; ଗହଣାଗାଣ୍ଠି, ଛେଳି, ମେଣ୍ଢା, ଗୃହପାଳିତ ପଶୁ, ବଗିଚାରେ ଲାଗିଥିବା ଗଛ ଆଦି ଗଣିବା ଲାଗି ବିଭିନ୍ନ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ କରିବାର ଚେଷ୍ଟା କରିଆସିଛି

- ଭୂଇଁରେ ବା ପଥରଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଗାର ଟାଣିବା
- ଗୋଟିଏ ବସ୍ତୁ ପାଇଁ ଗୋଟିଏ ଗୋଡ଼ି ସାଇତି ରଖିବା

ଗଣିବା ଲାଗି ଉପଯୁକ୍ତ ଜ୍ଞାନର ଅଭାବରେ, ନିଜର ଆସବାବପତ୍ରର ହିସାବ ରଖିବା ଲାଗି ଏହିସବୁ ପଦ୍ଧତିର ବ୍ୟବହାର କରାଯାଉଥିଲା ।

ମଣିଷ ସଭ୍ୟତାର ଇତିହାସରେ ସଂଖ୍ୟାର ସୃଷ୍ଟି ହେଉଛି ଏକ ଅନବଦ୍ୟ ଉଦ୍ଭାବନ । ଯେତେବେଳେ, "କେତେଗୋଟି" ବା "କେତେ ପରିମାଣ" ଭଳି ପ୍ରଶ୍ନର କୌଣସି ସନ୍ତୋଷଜନକ ଉତ୍ତର ମଷିଷ ପାଖରେ ନଥିଲା, ସେତେବେଳେ କିପରି ବିଭ୍ରାନ୍ତି ଘଟୁଥିବ ତାହା ତୁମେ ବେଶ୍ ଅନୁମାନ କରିପାରିବ । ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ତଥା ଶୂନ ଓ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଉଥିବା ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଉଦ୍ଭାବନ ପରେ ଯେଉଁ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକ ଲାଗି ସନ୍ତୋଷଜନକ ଉତ୍ତର ମିଳିପାରିଲା, ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା :

(କ) ଝୁଡ଼ିଟିରେ କେତେଗୋଟି ସେଓ ଅଛି ?

(ଖ) ଆଜିର ସଭାକୁ କେତେଜଣ ବକ୍ତାଙ୍କୁ ନିମନ୍ତ୍ରଣ କରାଯାଇଛି ?

(ଗ) ଟେବୁଲ୍ ଉପରେ କେତେଗୋଟି ଖେଳଣା ଅଛି ?

(ଘ) ଏବର୍ଷ ଜମିରୁ କେତେ ବସ୍ତା ଗହମ ମିଳିଛି ?

ଉପରୋକ୍ତ ଓ ସେହିଭଳି ଆହୁରି ଅନେକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ଦେବାଲାଗି ସଂଖ୍ୟା ଓ ତତ୍ ସମ୍ପୃକ୍ତ ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଜ୍ଞାନ ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିରୁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଅଧ୍ୟୟନ ତଥା ପାଠ୍ୟ ଖସଡ଼ାରେ ଏହାକୁ ସ୍ଥାନିତ କରିବା ଆବଶ୍ୟକତାର ଯଥାର୍ଥ ସ୍ପଷ୍ଟ । ଏହି ପାଠରେ ଆମେ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ସମ୍ୟକ୍ ଆଲୋଚନା ଉପସ୍ଥାପନ କରିବୁ । ତା'ପରେ ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପୁଙ୍ଖାନୁପୁଙ୍ଖ ଆଲୋଚନା କରିବୁ । ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଆଲୋଚନା କଲାପରେ ଏ ପାଠର ସମାପ୍ତି ଘଟିବ ।

ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ପାଠ ପଢ଼ିସାରିବା ପରେ ତୁମେ

- ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବାସ୍ତବ (ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ) ସଂଖ୍ୟା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ବିସ୍ତାର ପଦ୍ଧତିର ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ ।

- ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟାକୁ ଚିହ୍ନିପାରିବ।
- ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ।
- ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସସୀମ ଅଥବା ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଏବଂ ସସୀମ ଅଥବା ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବ।
- ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କରିପାରିବ।
- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ସଂସ୍ଥାପନ କରିପାରିବ।
- ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦେଇପାରିବ।
- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ।
- ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବ।
- ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନଙ୍କୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଦଶମିକ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନ ମାନରେ ପରିଣତ କରିପାରିବ।
- ବାସ୍ତବ (ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ) ସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଯଥା:- ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ହରଣର ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ।

1.1 ପ୍ରତ୍ୟାଶିତ ପୂର୍ବଜ୍ଞାନ

ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ତା'ର ବ୍ୟବହାର ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସାଧାରଣ ଜ୍ଞାନ।

1.2 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ମନେ ପକାଇବା

1.2.1 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

1, 2, 3……. ଆଦି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମନେ ପକାଅ। ଏସବୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ। ଏହି ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଆମେ ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ।

ମନେପକାଅ ଯେ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ। ଯେକୌଣସି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହ 1 ଯୋଗକଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ।

ଆମେ ମଧ୍ୟ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ଗଣିତ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ଧାରା ଶିକ୍ଷା କରିଛୁ। ଯଥା-

$4 + 2 = 6$ ଯାହାକି ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା;

$6 + 21 = 27$ ପୁଣି ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା;

$22 - 6 = 16$ ପୁଣି ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ମାତ୍ର

2 - 6 ପ୍ରକ୍ରିୟାଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ।

ସେହିପରି, $4 \times 3 = 12$ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

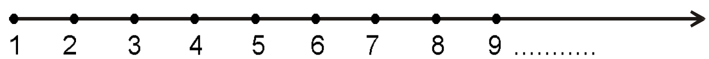
$12 \times 3 = 36$ ମଧ୍ୟ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା

$\frac{12}{2} = 6$ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମାତ୍ର $\frac{6}{4}$ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା-

(i) (a) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ ଓ ଗୁଣନରୁ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିଥାଏ, ମାତ୍ର

(b) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବିୟୋଗ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନରେ ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିପାରେ ବା ନ ମିଳିପାରେ ।

(ii) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ନିମ୍ନମତେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ସୂଚିତ କରାଯାଇପାରିବ ।



(iii) ଦୁଇଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ କ୍ରମ ବଦଳାଇ ଯୋଗ ଏବଂ ଗୁଣନ କରାଯାଇପାରିବା ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକା ଫଳ ମିଳିବା । ବିୟୋଗ ଓ ହରଣ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏହା ଘଟିନଥାଏ ।

1.2.2 ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା

(i) ଗୋଟିଏ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟାରୁ ବିୟୋଗ କଲେ କେତେ ଫଳ ମିଳିବ ତାହା ଆମେ ଜାଣିଥିବା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଖୋଜି ପାଇବା ନାହିଁ । ଏହି ଅସୁବିଧାକୁ ଦୂର କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ୦ (ଶୂନ) ସୃଷ୍ଟି କରି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ବିସ୍ତାର କଲୁ ଏବଂ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ସହିତ ୦ (ଶୂନ)କୁ ଏକତ୍ର ନେଇ ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟା ସମୂହକୁ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ବୋଲି ନାମିତ କଲୁ ।

ଏଣୁ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ –

0, 1, 2, 3, ………………………..

ଏହି ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ମଧ୍ୟରେ ବି କୌଣସି ବୃହତ୍ତମ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ ।

(ii) ସଂଖ୍ୟା ୦ (ଶୂନ)ର ନିମ୍ନ ଧର୍ମଗୁଡ଼ିକ ରହିଛି :

$a + 0 = a = 0 + a$

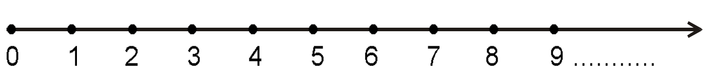
$a - 0 = a$, but $(0 - a)$ ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ

$a \times 0 = 0 = 0 \times a$

ଶୂନ (୦) ଦ୍ୱାରା ଭାଗକ୍ରିୟା ସଂଜ୍ଞାକୃତ ନୁହେଁ ।

(iii) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ଭଳି ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ମଧ୍ୟ ସେଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ (ଅବଶ୍ୟ ବିୟୋଗ ଓ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ସର୍ବଦା ପ୍ରଯୁଜ୍ୟ ନୁହେଁ) ।

(iv) ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ୍ୟ ନିମ୍ନମତେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ସୂଚିତ କରାଯାଇପାରିବ :



1.2.3 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନେଇ କାର୍ଯ୍ୟ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଦେଖିଲୁ ଯେ କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବିୟୋଗ କରିବା ସବୁ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମ୍ଭବ ହେଲା ନାହିଁ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ- (2 – 3), (3 – 7), (9 – 20) ଲାଗି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ବା ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କୌଣସି ଫଳାଫଳ ପାଇବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଆହୁରି ବିସ୍ତାର କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା, ଯେପରିକି ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଲାଗି ଉପଯୁକ୍ତ ଫଳ ପାଇବା ସମ୍ଭବ ହେବ ।

ଏଣୁ ଆମେ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ସହ -1 (ଋଣାତ୍ମକ 1 କୁହାଯାଏ), -2 (ଋଣାତ୍ମକ 2 କୁହାଯାଏ) ଆଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ ସାମିଲ୍ କଲୁ । ଏହା ଫଳରେ-

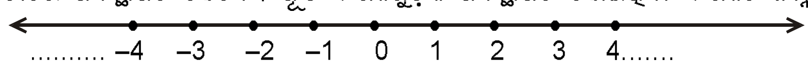
1 + (-1) = 0, 2 + (-2) = 0, 3 + (-3) = 0 ……. 99 + (-99) = 0 ………

ପୁନଶ୍ଚ ଆମେ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ସମୂହର -1, -2, -3 ……. ଆଦି ଋଣାତ୍ମକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସାମିଲ୍ କରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ସୃଷ୍ଟି କଲେ । ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମୂହ ହେଲା-

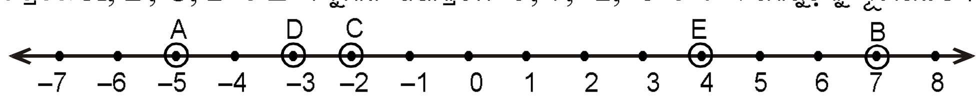
……., -7, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ………

1.2.4 ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାର ସଂସ୍ଥାପନ

ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦର୍ଶାଇବା ପାଇଁ ଆମେ ଅଙ୍କନ କରିଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ବର୍ତ୍ତମାନ ୦ (ଶୂନ)ର ବାମକୁ ବଢ଼ାଇବା ଏବଂ ଏହା ଉପରେ -1, -2, -3, -4 ……. ଆଦି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଏପରି ସ୍ଥାନରେ ଦର୍ଶାଇବା ଯେପରି ୦ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଠାରୁ 1 ଓ -1, 2 ଓ -2, 3 ଓ -3 ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାମାନ ସମାନ ଦୂରତାରେ ଅବସ୍ଥାପିତ ହେବେ । ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଅବସ୍ଥାପିତ ହୋଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି ନିମ୍ନମତେ ହେବ ।



ବର୍ତ୍ତମାନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ସହଜରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରିପାରିବା । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ -5, 7, -2, -3, 4 ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଦର୍ଶାଇବା । ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ A, B, C, D ଓ E ବିନ୍ଦୁମାନ ଯଥାକ୍ରମେ -5, 7, -2, -3 ଓ 4 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଉଛନ୍ତି ।



ଏଠାରେ ଆମେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରିବା ଯେ a > b କ୍ଷେତ୍ରରେ ‘a’ ସର୍ବଦା ‘b’ ର ଡାହାଣରେ ରହିବ ଏବଂ a < b ହେଲେ ‘a’ ର ସ୍ଥାନ ‘b’ ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁର ବାମରେ ରହିବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 7 > 4 ହେତୁ ଉପରିସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ B ବିନ୍ଦୁ E ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣରେ ରହିଛି । ସେହିପରି -2 > -5 ହେତୁ C(-2), A(5) ର ଡାହାଣରେ ରହିଛି ।

ବିପରୀତ କ୍ରମେ 4 < 7 ହେତୁ, E(4) ବିନ୍ଦୁ B(7) ର ବାମକୁ ରହିଛି ।

ଏଣୁ ଦୁଇଟି ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ମଧ୍ୟରେ କିଏ ବଡ଼ (ବା କିଏ ସାନ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ନିୟମ ଅନୁସରଣ କରୁ ।

(i) a > b ହୁଏ, ଯଦି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ a ର ସ୍ଥାନ b ର ଡାହାଣରେ ଥାଏ ।

(ii) a < b ହୁଏ, ଯଦି ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ a ର ସ୍ଥାନ b ର ବାମରେ ଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ 1.1

ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନାଅ ।

15, 22, -6, 7, -13, 0, 12, -12, 13, -31

ସମାଧାନ :

ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା : 7, 12, 13, 15 ଓ 22

ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା : 0, 7, 12, 13, 15 ଓ 22

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା : -31, -13, -12, -6, 0, 7, 12, 13, 15 ଓ 22

ଉଦାହରଣ 1.2

ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ (i) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି (ii) ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି ।

-17, 15, 23, -6, -4, 0, 16, 18, 22, 31

ସମାଧାନ :

(i) -17, -6, -4 ଓ 0 ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି ।

(ii) -17, -6, -4 ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି ।

ଟୀକା : ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକରୁ ଆମେ କହିପାରିବା-

(i) ସମସ୍ତ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ତଥା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ମାତ୍ର ସମସ୍ତ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ସମସ୍ତ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହନ୍ତି ।

(ii) ସମସ୍ତ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ତୁମେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ଶିଖିଛ । ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏଠାରେ ନ ଦୋହରାଇ କେବଳ କେତେକ ଉଦାହରଣର ଅନୁଶୀଳନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ 1.3 :

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକ ସମ୍ପାଦନ କରି ଉତ୍ତର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ପ୍ରାପ୍ତ ଉତ୍ତର ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ନୁହେଁ ତାହା କୁହ ।

12×4, $7 \div 3$, $18 \div 3$, $36 \div 7$, 14×2, $18 \div 36$, $13 \times (-3)$

ସମାଧାନ :

$12 \times 4 = 14$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

$7 \div 3 = \frac{7}{3}$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

$18 \div 3 = 6$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

$36 \div 7 = \frac{36}{7}$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

$14 \times 2 = 28$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

$18 \div 36 = \frac{18}{36}$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

$13 \times (-3) = -39$; ଏହା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ।

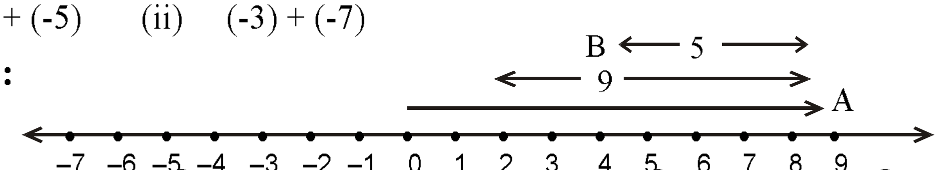
ଉଦାହରଣ 1.4

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ନିମ୍ନ ଯୋଗ କ୍ରିୟା ସମ୍ପାଦନ କର :

(i) $9 + (-5)$ (ii) $(-3) + (-7)$

ସମାଧାନ :

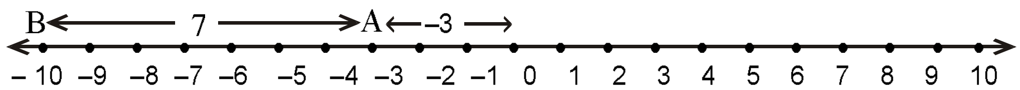
(i)



ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ A ବିନ୍ଦୁ 9କୁ ସୂଚାଏ । A ଠାରୁ ବାମକୁ 5 ଏକକ ଆସିବା ପରେ ଆମେ B ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିଲୁ ଏବଂ B ବିନ୍ଦୁ 4କୁ ସୂଚାଏ ।

$\therefore 9 + (-5) = 4$

ଟିପ୍ପଣୀ

(ii) 

ଶୁନ (୦) ଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ବାମକୁ ତିନି ଏକକ ଯିବା ପରେ ଆମେ A ବିନ୍ଦୁଠାରେ ପହଞ୍ଚିଲୁ । A ବିନ୍ଦୁ -3କୁ ସୂଚାଏ । ପୁନଶ୍ଚ A ଠାରୁ ବାମକୁ 7 ଏକକ ଗଲାପରେ B ବିନ୍ଦୁରେ ପହଞ୍ଚିଲେ । B ବିନ୍ଦୁ -10କୁ ସୂଚାଏ ।

$\therefore (-3)+(-7)=-10$

1.3 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଏକ ଅଣଶୂନ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା b ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରିବା ପରିସ୍ଥିତି କଥା ଚିନ୍ତାକର । ନିମ୍ନ ପରିସ୍ଥିତି ଗୁଡ଼ିକ ଉପୁଜିବ:

(i) ଯେତେବେଳେ 'a' ହେଉଛି 'b'ର ଏକ ଗୁଣିତକ

ମନେକରାଯାଉ a=mb ଯେଉଁଠି 'a' ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା, ଫଳରେ ପାଇବା $\frac{a}{b}=m$.

(ii) ଯେତେବେଳେ 'a' ସଂଖ୍ୟାଟି 'b' ର ଗୁଣିତକ ନୁହେଁ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{a}{b}$ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଏହା ଏକ ନୂତନ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା । ଏପରି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟକୁ $\frac{p}{q}$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିହେବ ଯେପରିକି p ଓ q ଉଭୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ମାତ୍ର $q \neq 0$, ସେପରି ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ।

ଯଥା : $-\frac{2}{3}, \frac{5}{-8}, \frac{6}{2}, \frac{11}{7}$ ଆଦି ସଂଖ୍ୟା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

1.3.1 ଧନାତ୍ମକ ଓ ରଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

(i) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{p}{q}$ ଧନାତ୍ମକ ହୋଇଥାଏ ଯଦି p ଓ q ଉଭୟ ଧନାତ୍ମକ ଅଥବା ଉଭୟ ରଣାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ହୁଅନ୍ତି ।

ଏହି ଭାବରେ $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{-3}{-2}, \frac{-8}{-6}, \frac{-12}{-57}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଧନାତ୍ମକ ଅଟନ୍ତି ।

(ii) ଯଦି p ଓ q ବିପରୀତ ଚିହ୍ନ ବିଶିଷ୍ଟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ତେବେ $\frac{p}{q}$ ରଣାତ୍ମକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

ଏହି ଭାବରେ $\frac{-7}{2}, \frac{6}{-5}, \frac{-12}{4}, \frac{16}{-3}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ଋଣାତ୍ମକ ଅଟନ୍ତି ।

1.3.2 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ମାନକ ରୂପ

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, $\frac{-p}{q}, \frac{p}{-q}, \frac{-p}{-q}$ ଏବଂ $\frac{p}{q}$ ସମସ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, ଯେଉଁଠି p ଓ q ହେଉଛନ୍ତି ଧନାତ୍ମକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ।

ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ

$$\frac{-p}{q} = -\left(\frac{p}{q}\right), = \frac{-p}{-q} = \frac{-(p)}{-(-q)} = \frac{p}{q}, \frac{p}{-q} = \frac{(-p)}{-(-q)} = \frac{-p}{q}$$

ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ, ଆମେ ହର q କୁ ଧନାତ୍ମକ କରିଦେଇଛୁ ।

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{p}{q}$, ଯେଉଁଠି q ଓ q ଉଭୟ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $q \neq 0$, ପୁନଶ୍ଚ q ହେଉଛି ଧନାତ୍ମକ (ଅଥବା q କୁ ଧନାତ୍ମକ କରିଦିଆଯାଇଛି) ଏବଂ p ଓ q ପରସ୍ପର ମୌଳିକ (ଅର୍ଥାତ୍ ସେ ଦୁଇଟିର +1 ବା -1 ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନାହିଁ) ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{p}{q}$ କୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମାନକ ରୂପ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଏହିପରି ଭାବେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{-3}$ ର ମାନକ ରୂପ ହେଉଛି $\frac{-2}{3}$ । ସେହିପରି $\frac{-5}{6}$ ଏବଂ $\frac{-3}{5}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନ ମାନକ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଟନ୍ତି ।

ଟୀକା : "ମାନକ ରୂପରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା"କୁ "ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା" ବୋଲି ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ । ଏହି ପାଠରେ ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରକାଶ ଧାରା ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟି ସ୍ଥାନରେ ବିଭିନ୍ନ ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ବ୍ୟବହାର କରିବୁ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{18}{27}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର (ଅଥବା ମାନକ ରୂପ)କୁ $\frac{2}{3}$ ଭାବେ ଲେଖାଯାଇପାରେ । ସେହିପରି, $\frac{25}{-35}$ କୁ ମାନକ ରୂପରେ (ଅଥବା ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ) $\frac{-5}{7}$ ରୂପେ (ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ 5 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ବା କାଟିନେଇ) ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

କେତେକ ଗୁରୁତ୍ୱପୂର୍ଣ୍ଣ ଫଳାଫଳ

(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ, ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

(ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଅଟେ, ମାତ୍ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ ।

ଉଦାହରଣ 1.5

ନିମ୍ନସ୍ଥ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ?

$-2, \frac{5}{3}, -17, \frac{15}{7}, \frac{18}{5}, -\frac{7}{6}$

ସମାଧାନ :

(i) -2 କୁ $\frac{-2}{1}$ ରୂପେ ଲେଖାଯାଇପାରେ, ଯାହା $\frac{p}{q}$ ରୂପରେ ଅଛି ଯେଉଁଠି $q \neq 0$. ଏଣୁ -2 ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

(ii) $\frac{5}{3}$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା, କାରଣ ଏହା $\frac{p}{q}$ ରୂପେ ରହିଛି ଯେଉଁଠି $q \neq 0$ ।

(iii) -17 ମଧ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କାରଣ ଏହା $\frac{-17}{1}$ ରୂପ ବିଶିଷ୍ଟ ଅଟେ ।

(iv) ସେହିପରି ଭାବରେ $\frac{15}{7}, \frac{18}{5}$ ଓ $\frac{-7}{6}$ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ବ ଯୁକ୍ତି ଅନୁଯାୟୀ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ 1.6

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସେମାନଙ୍କର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାରରେ ଲେଖ ।

(i) $\frac{-24}{192}$ (ii) $\frac{12}{168}$ (iii) $\frac{-21}{49}$

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{-24}{192} = \frac{-3 \times 8}{3 \times 8 \times 8} = \frac{-1}{8}$

$\therefore -\frac{1}{8}$ ହେଉଛି $\frac{-24}{192}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ।

(ii) $\frac{12}{168} = \frac{12}{12 \times 14} = \frac{1}{14}$

$\therefore \frac{1}{14}$ ହେଉଛି $\frac{12}{168}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ।

(iii) $-\frac{21}{49} = \frac{-3 \times 7}{7 \times 7} = \frac{-3}{7}$

$\therefore \frac{-3}{7}$ ହେଉଛି $\frac{-21}{49}$ ର ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ।

1.4 ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟକୁ କୌଣସି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ବା ହରଣ କରି, ଉକ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖାଯାଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times 2}{3\times 2}=\frac{4}{6},\ \frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\frac{8}{12},\ \frac{2}{3}=\frac{2\times 3}{3\times 8}=\frac{16}{24}$$

$\therefore \frac{4}{6},\frac{8}{12},\frac{16}{24}$ ଆଦି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{2}{3}$ ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ସେହିପରି

$$\frac{3}{8}=\frac{6}{16}=\frac{21}{56}=\frac{27}{72}=..........$$

ଏବଂ $$\frac{4}{7}=\frac{8}{14}=\frac{12}{21}=\frac{28}{49}=.........$$

ଯଥାକ୍ରମେ $\frac{3}{8}$ ଓ $\frac{4}{7}$ ର ସମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉଦାହରଣ 1.7

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନ ଲେଖ :

(i) $\frac{3}{17}$ (ii) $\frac{-5}{9}$

ସମାଧାନ :

(i) $$\frac{3}{17}=\frac{3\times 2}{17\times 2}\,\frac{6}{34},\ \frac{3}{17}=\frac{3\times 4}{17\times 4}=\frac{12}{68}$$

$$\frac{3}{17}=\frac{3\times(-3)}{17\times(-3)}=\frac{-9}{-51},\ \frac{3\times 8}{17\times 8}=\frac{24}{136}$$

$$\frac{3}{17}\times\frac{7}{7}=\frac{21}{119}$$

$\therefore \frac{3}{17}$ ର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛନ୍ତି

$$\frac{6}{34},\frac{12}{68},\frac{-9}{-51},\frac{24}{136},\frac{21}{119}$$

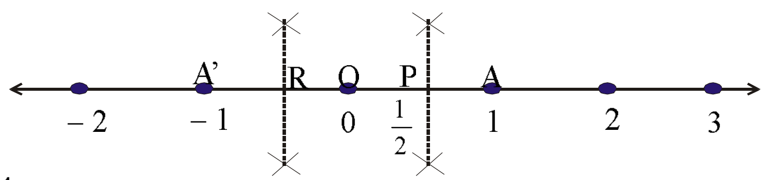
(ii) ପ୍ରଥମ ଭାଗ ପ୍ରଶ୍ନଭଳି, $\frac{-5}{9}$ ର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛନ୍ତି

$\frac{-10}{18}, \frac{-15}{27}, \frac{-20}{36}, \frac{-60}{108}, \frac{-35}{63}$

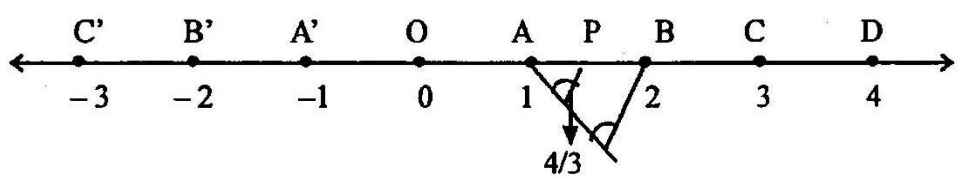
1.5 ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ କିପରି ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଉପସ୍ଥାପିତ କରାଯାଏ, ତାହା ଆମେ ଜାଣିଛୁ । ଆସ ବର୍ତ୍ତମାନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{1}{2}$ କୁ ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପିତ କରିବା । ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{1}{2}$ ଧନାତ୍ମକ ଅଟେ । ଏହା ୦ (ଶୂନ)ର ଡାହାଣରେ ଉପସ୍ଥାପିତ ହେବ ।

$0<\frac{1}{2}<1$ ହେତୁ, $\frac{1}{2}$ ର ସ୍ଥାନ 0 ଓ 1 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଝିରେ ରହିବ । OA ଦୂରତାକୁ ସମାନ ଦୁଇଭାଗ କର । OA କୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ କରି ଏହାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ P ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । P ବିନ୍ଦୁ $\frac{1}{2}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ହେବ । ସେହିପରି OA’ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ Q ଦ୍ୱାରା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $-\frac{1}{2}$ ସୂଚିତ ହେବ ।



ସେହିପରି, $\frac{4}{3}$ କୁ ନିମ୍ନମତେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇପାରିବ :



$1<\frac{4}{3}<2$ ହେତୁ, $\frac{4}{3}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଓ 2 ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ମଝିରେ ରହିବ । AB ଦୂରତାକୁ ତିନି ସମାନ ଭାଗରେ ପରିଣତ କର । AP ଏହି ତିନୋଟି ଭାଗ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ଭାଗ ହେଉ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $\frac{4}{3}=1+\frac{1}{3}=\text{OA}+\text{AP}=\text{OP}$

ମୁଖ୍ୟରେଖା ଉପରେ P ଦୁଇଟି $\frac{4}{3}$କୁ ସୂଚାଏ ।

1.6 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା

ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ବଡ଼ ସାନ ତୁଳନା କରିବା ଲାଗି ନିମ୍ନ ପ୍ରଣାଳୀମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ପ୍ରଣାଳୀର ବ୍ୟବହାର କରିଥାଉ :

(i) ଯେଉଁ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ତୁଳନା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ, ସେ ଦୁଇଟିର ହର ସମାନ ହୋଇଥିଲେ, ସେମାନଙ୍କର ଲବ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର । ଯେଉଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟିର ଲବ ବଡ଼, ସେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟଟି ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ।

ଯଥା: ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{5}{17}$ ଓ $\frac{9}{17}$ ଉଭୟର ହର ଧନାତ୍ମକ ଓ ସମାନ ଏବଂ ଏହା 17 ।

$9 > 5$ ହେତୁ $\frac{9}{17} > \frac{5}{17}$

$\therefore \frac{9}{17} > \frac{5}{17}$

(ii) ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହର ଭିନ୍ନ ହୋଇଥିଲେ, ପ୍ରଥମେ ସେ ଦୁଇଟି ଲାଗି ସମାନ ହର ଥିବା ସମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ତା'ପରେ ପାଇଥିବା ସମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଲବର ତୁଳନା କର । ଯେଉଁଟି ଲବ ବଡ଼, ସେଇଟି ଅନ୍ୟଟି ଠାରୁ ବଡ଼ ।

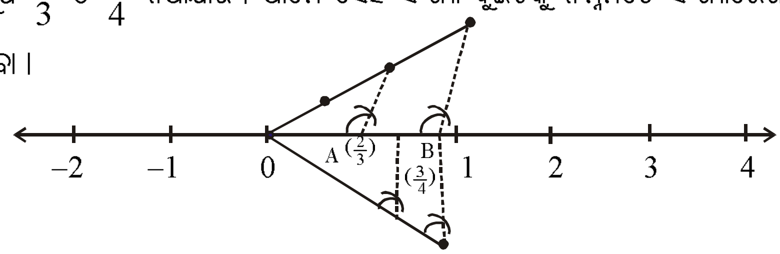
ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{6}{11}$ ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଉକ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ହରକୁ ନିମ୍ନମତେ ସମାନ କରିବା ।

$\frac{3}{7} = \frac{3 \times 11}{7 \times 11} = \frac{33}{77}$ ଏବଂ $\frac{6}{11} = \frac{6 \times 7}{11 \times 7} = \frac{42}{77}$

$42 > 33$ ହେତୁ, $\frac{42}{77} > \frac{33}{77}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{6}{11} > \frac{3}{7}$

(iii) ତୁଳନା କରିବାକୁ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ସଂସ୍ଥାପନ କଲାପରେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟିର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଡାହାଣକୁ ରହିବ, ସେ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅନ୍ୟଟି ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ନିଆଯାଉ । ଆମେ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ନିମ୍ନମତେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ସଂସ୍ଥାପନ କରିବା ।



$0 < \frac{1}{3} < 1$ ଏବଂ $0 < \frac{3}{4} < 1$ । ଏଥିରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ଉଭୟ 0 ଓ 1 ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ସମାନ ଭାଗରେ ଭାଗ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରି OA ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରେ $\frac{2}{3}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ A ଏବଂ $\frac{3}{4}$ ର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ B ପାଇବା ।

B ବିନ୍ଦୁଟି A ବିନ୍ଦୁର ଡାହାଣକୁ ରହିଥିବାରୁ, ଆମେ ଜାଣିଲୁ $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ ଅଥବା $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ ।

$\therefore \frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ ମଧ୍ୟରେ, $\frac{3}{4}$ ବୃହତ୍ତର ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.1

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ବାଛ ।

$4, \frac{-3}{4}, \frac{5}{6}, -36, \frac{12}{7}, \frac{3}{-8}, \frac{15}{7}, -6$

2. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ସେହି ସଂଖ୍ୟା ଚିହ୍ନଟ କର ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା

(i) ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

(ii) ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

(iii) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

(iv) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

$-\frac{7}{4}, 16, \frac{-3}{7}, -15, 0, \frac{5}{17}, \frac{3}{-4}, \frac{4}{3}$

3. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ଏବଂ ପାଇଥିବା ଉତ୍ତରଟି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା, ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ତାହା ଦର୍ଶାଅ ।

(i) $3 + \frac{7}{3}$ (ii) $-3 + \frac{10}{4}$ (iii) $-8 - 13$

(iv) $12 - 12$ (v) $\frac{9}{2} - \frac{1}{2}$ (vi) $2 \times \frac{5}{7}$

(vii) $8 \div 3$

4. ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସାହାଯ୍ୟରେ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $9 + (-7)$ (ii) $(-5) + (-3)$ (iii) $(-3) + (4)$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ଲଘିଷ୍ଠ ଆକାର ବିଶିଷ୍ଟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ?

ଟିପ୍ପଣୀ

$\frac{8}{12}, \frac{5}{7}, \frac{-3}{12}, \frac{-6}{7}, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}, \frac{15}{14}$

6. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ?

$-10, \frac{15}{5}, \frac{-5}{15}, \frac{13}{5}, \frac{27}{9}, \frac{7\times 3}{14}, \frac{-6}{-2}$

7. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ସମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

$\frac{2}{5}, \frac{-5}{6}, \frac{13}{7}$

8. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

$\frac{2}{5}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

9. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ତୁଳନା କର ।

(i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାର ସମପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି

(ii) ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରି

(a) $\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{5}$ ଓ $\frac{7}{9}$ (c) $\frac{-2}{3}$ ଓ $\frac{-1}{2}$

(d) $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{5}{11}$ (e) $\frac{-7}{6}$ ଓ $\frac{3}{2}$

1.7.1 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗ

(a) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{p}{q}$ ଓ $\frac{r}{q}$ ର ଯୋଗ କରିବା

$$\frac{p}{q} + \frac{r}{q} = \frac{p+r}{q}$$

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

(i) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{2+5}{3} = \frac{7}{3}$

(ii) $\frac{3}{17} + \frac{9}{17} = \frac{3+9}{17} = \frac{12}{17}$

ଏବଂ

(iii) $\frac{14}{3} + \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{14-5}{3} = \frac{9}{3} = 3$

(b) ଆସ $\frac{p}{q}$ ଓ $\frac{r}{s}$ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗ କରିବା,

$$\frac{p}{q}+\frac{r}{s}=\frac{ps}{qs}+\frac{rq}{qs}=\frac{ps+rq}{qs}$$

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

(i) $\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{3\times 3+2\times 4}{4\times 3}=\frac{9+18}{12}=\frac{17}{12}$

(ii) $-\frac{4}{5}+\frac{7}{8}=\frac{-4\times 8+7\times 5}{5\times 8}=\frac{35-32}{40}=\frac{3}{40}$

ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରୁ ଆମେ ସାଧାରଣ ଭାବରେ ନିମ୍ନସ୍ଥ ନିୟମ ପ୍ରଣୟନ କରିପାରିବା :

(a) ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ଯାହାର ହର ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ହର ସହ ସମାନ ହୁଏ ଏବଂ ଲବ, ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଲବର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

(b) ଭିନ୍ନ ହର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୁଏ ଯାହାର ହର, ଦିଆଯାଇଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ହରର ଗୁଣଫଳ ସହ ସମାନ ଏବଂ ଲବ, ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ହରର ଗୁଣଫଳ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାର ଲବ ଓ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାର ହରର ଗୁଣ'ଳର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହୁଏ ।

କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 1.8

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଯୋଗ କର :

(i) $\frac{2}{7}$ ଓ $\frac{6}{7}$ (ii) $\frac{4}{17}$ ଓ $\frac{-3}{17}$ (iii) $-\frac{5}{11}$ ଓ $\frac{-3}{11}$

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{2}{7}+\frac{6}{7}=\frac{2+6}{7}=\frac{8}{7}$

$\therefore \frac{2}{7}+\frac{6}{7}=\frac{8}{7}$

(ii) $\frac{4}{17}+\frac{(-3)}{17}=\frac{4+(-3)}{17}=\frac{4-3}{17}=\frac{1}{17}$

$\therefore \frac{4}{17}+\frac{(-3)}{17}=\frac{1}{17}$

ଟିପ୍ପଣୀ

(iii) $\left(-\frac{5}{11}\right)+\left(\frac{-3}{11}\right)=\frac{(-5)+(-3)}{11}=\frac{-5-3}{11}=\frac{-8}{11}$

$\therefore \left(\frac{-5}{11}\right)+\left(-\frac{3}{11}\right)=\frac{8}{11}$

ଉଦାହରଣ : 1.9

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିକୁ ଯୋଗ କର :

(i) $\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{1}{7}$ (ii) $\frac{2}{7}$ ଓ $\frac{3}{5}$ (iii) $\frac{5}{9}$ ଓ $-\frac{4}{15}$

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{3}{4}+\frac{1}{7}=\frac{3\times 7}{4\times 7}+\frac{1\times 4}{7\times 4}$

$=\frac{21}{28}+\frac{4}{28}$

$=\frac{21+4}{28}=\frac{25}{28}$

$\therefore \frac{3}{4}+\frac{1}{7}=\frac{25}{28}$ ଅଥବା $\left[\frac{3\times 7+4\times 1}{4\times 7}=\frac{21+4}{28}=\frac{25}{28}\right]$

(ii) $\frac{2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{2\times 5}{7\times 5}+\frac{3\times 7}{7\times 5}$

$=\frac{10}{35}+\frac{21}{35}$

$=\frac{10+21}{35}=\frac{31}{35}$ ବା $\left[\frac{2\times 5+3\times 7}{35}=\frac{10+21}{35}=\frac{31}{35}\right]$

(iii) $\frac{5}{9}+\left(\frac{-4}{15}\right)=\frac{5\times 15}{9\times 15}+\frac{-4\times 9}{15\times 9}$

$=\frac{75}{135}+\frac{-36}{135}$

ଟିପ୍ପଣୀ

$$= \frac{75-36}{135} = \frac{39}{135} = \frac{3\times 13}{3\times 45} = \frac{13}{45}$$

$$\therefore \frac{5}{9} + \frac{(-4)}{15} = \frac{13}{45}$$ ଅଥବା $$\left[\frac{5\times 15 + 9\times(-4)}{9\times 15} = \frac{75-36}{135} = \frac{39}{135} = \frac{13}{45}\right]$$

1.7.2 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବିୟୋଗ

(a) $\frac{p}{q} - \frac{r}{q} = \frac{p-r}{q}$

(a) $\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps-rq}{qs}$

ଉଦାହରଣ 1.10 ସରଳ କର :

(i) $\frac{7}{4} - \frac{1}{4}$ (ii) $\frac{3}{5} - \frac{2}{12}$

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{7-1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{2\times 3}{2\times 2} = \frac{3}{2}$

(ii) $\frac{3}{5} - \frac{2}{12} = \frac{3\times 12}{5\times 12} - \frac{2\times 5}{12\times 5}$

$= \frac{36}{60} - \frac{10}{60} = \frac{36-10}{60}$

$= \frac{26}{60} = \frac{13\times 2}{30\times 2} = \frac{13}{30}$

1.7.3 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ଓ ହରଣ

(i) ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\left(\frac{p}{q}\right)$ ଓ $\left(\frac{r}{s}\right)$ ଯେଉଁଠି $(q \neq 0,\ s \neq 0)$ର ଗୁଣଫଳ ହେଉଛି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{pr}{qs}$ ଯେଉଁଠି $qs \neq 0$ $= \frac{\text{ଲବମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ}}{\text{ହରମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ}}$

(ii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{p}{q}$ (ଯେଉଁଠି $q \neq 0$) କୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{r}{s}$ (ଯେଉଁଠି $s \neq 0$) ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ, ଭାଗଫଳ ହେବ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{ps}{qr}$, ଯେଉଁଠି

$qr \neq 0$, ଅନ୍ୟ କଥାରେ, $\left(\frac{p}{q}\right) \div \left(\frac{r}{s}\right) = \frac{p}{q} \times \left(\frac{s}{r}\right)$ ଅଥବା $\frac{p}{q} \div \frac{r}{s}$ = ପ୍ରଥମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\times$ (ଦ୍ୱିତୀୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ବ୍ୟତ୍‌କ୍ରମ)

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ 1.11

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିକୁ ଗୁଣନ କର :

(i) $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{2}{9}$ (ii) $\frac{5}{6}$ ଓ $\left(\frac{-2}{19}\right)$ (iii) $\frac{7}{13}$ ଓ $\left(\frac{-2}{-5}\right)$

ସମାଧାନ :

(i) $\frac{3}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{7 \times 9} = \frac{3 \times 2}{7 \times 3 \times 3} = \frac{2}{21}$

$\therefore \frac{3}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{21}$

(ii) $\frac{5}{6} \times \left(\frac{-2}{19}\right) = \frac{5 \times (-2)}{6 \times 19}$

$= -\frac{5 \times 2}{2 \times 3 \times 19} = -\frac{5}{57}$

$\therefore \frac{5}{6} \times \left(-\frac{2}{19}\right) = -\frac{5}{57}$

(iii) $\frac{7}{13} \times \left(\frac{-2}{-5}\right) = \left(\frac{7}{13}\right)\left(\frac{-(-2)}{5}\right)$

$= \frac{7}{13} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{65}$

$\therefore \frac{7}{13} \times \left(\frac{-2}{-5}\right) = \frac{15}{65}$

ଉଦାହରଣ 1.12

ସରଳ କର :

(i) $\left(\frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{7}{12}\right)$ (ii) $\left(\frac{9}{16}\right) \div \left(-\frac{105}{12}\right)$ (iii) $\left(\frac{87}{27}\right) \div \left(\frac{29}{18}\right)$

ସମାଧାନ :

(i) $\left(\frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{7}{12}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{12}{7}$

$\left[\frac{7}{12}\right.$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\left.\frac{12}{7}\right]$

$= \frac{3 \times 12}{4 \times 7} = \frac{3 \times 3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{9}{7}$

$\therefore \frac{3}{4} \div \frac{7}{12} = \frac{9}{7}$

(ii) $\left(\frac{9}{16}\right) \div \left(\frac{-105}{2}\right) = \left(\frac{9}{16}\right) \times \left(\frac{2}{-105}\right)$

$\left[\frac{-105}{2}\right.$ ର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ହେଉଛି $\left.\frac{2}{-105}\right]$

$= -\frac{9 \times 2}{2 \times 8 \times 3 \times 35} = -\frac{3 \times 3 \times 2}{2 \times 8 \times 3 \times 35}$

$= \frac{-3}{8 \times 35} = \frac{-3}{280}$

$\therefore \left(\frac{9}{16}\right) \div \frac{-105}{2} = \frac{-3}{280}$

(iii) $\left(\frac{87}{27}\right) \div \left(\frac{29}{18}\right) = \left(\frac{87}{27}\right) \times \left(\frac{18}{29}\right) = \frac{87 \times 18}{27 \times 29} = \frac{29 \times 3 \times 2 \times 9}{9 \times 3 \times 29} = \frac{2}{1}$

$\therefore \left(\frac{87}{27}\right) \div \left(\frac{29}{18}\right) = \frac{2}{1}$

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.2

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର :

(i) $\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (ii) $\frac{2}{15}, \frac{6}{15}$ (iii) $\frac{3}{20}, \frac{-7}{-20}$ (iv) $\frac{1}{8}, \frac{3}{8}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର :

(i) $\frac{3}{2}, \frac{5}{3}$ (ii) $\frac{17}{7}, \frac{5}{9}$ (iii) $\frac{2}{5}, \frac{-5}{7}$

3. ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ସୂଚନା ଅନୁଯାୟୀ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ସମ୍ପାଦନ କର :

(i) $\left(-\frac{7}{8}+\frac{-5}{12}\right)+\frac{3}{16}$ (ii) $\left(\frac{7}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$

4. ବିୟୋଗ କର :

(i) $\frac{13}{15}$ ରୁ $\frac{7}{15}$ (ii) $\frac{-5}{3}$ ରୁ $\frac{7}{3}$ (iii) $\frac{9}{27}$ ରୁ $\frac{7}{3}$

5. ସରଳ କର :

(i) $\left(3\frac{1}{5}+\frac{7}{5}-2\frac{1}{6}\right)$ (ii) $\frac{5}{2}+\frac{13}{4}-6\frac{3}{4}$

6. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣନ କର :

(i) $\frac{2}{11}$ କୁ $\frac{5}{6}$ ଦ୍ୱାରା (ii) $-\frac{3}{11}$ କୁ $\frac{-33}{35}$ ଦ୍ୱାରା (iii) $\frac{-11}{3}$ କୁ $\frac{-27}{77}$ ଦ୍ୱାରା

7. ଭାଗକର :

(i) $\frac{1}{2}$ କୁ $\frac{1}{4}$ ଦ୍ୱାରା (ii) $\frac{-7}{4}$ କୁ $\frac{-4}{5}$ ଦ୍ୱାରା (iii) $\frac{35}{33}$ କୁ $\frac{-7}{22}$ ଦ୍ୱାରା

8. ନିମ୍ନ ରାଶିଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର :

(i) $\left(\frac{2}{3}+\frac{7}{8}\right)\times\frac{8}{25}\div\frac{37}{15}$ (ii) $\left[\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)\div\frac{1}{4}\right]\times 21$

9. $\frac{16}{7}$ ଓ $\frac{-3}{14}$ ର ଯୋଗ'ଫଳକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱଇଟିର ବିୟୋଗଫଳ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର :

10. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ $\frac{13}{3}$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, ଗୁଣଫଳ $\frac{39}{12}$ ହୁଏ ।

1.8 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ରୂପ

ତୁମେ ଗୋଟିଏ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗକରି ଭାଗଫଳକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ସହ ପରିଚିତ । ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଲାଗି ଲବକୁ ହରଦ୍ୱାରା ଦୀର୍ଘଭାଗ କରାଯାଇ ଭାଗଫଳକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

କେତୋଟି ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା :

ଉଦାହରଣ : 1.13

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର :

(i) $\frac{12}{5}$ (ii) $\frac{-27}{25}$ (iii) $\frac{13}{16}$

ସମାଧାନ : (i) ଦୀର୍ଘ ହରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ଅବଲମ୍ବନ କରି ଆମେ ପାଇବା,

$$\begin{array}{r} 2.4 \\ 5)\overline{12.0} \\ 10 \\ \hline 2.0 \\ 2.0 \\ \hline \text{x} \end{array}$$

ଏଣୁ, $\frac{12}{5} = 2.4$

(ii)

$$\begin{array}{r} 25\,|\,-27\,|\,-1.8 \\ -25 \\ \hline 2.0 \\ 0 \\ \hline 2.00 \\ 2.00 \\ \hline \text{x} \end{array}$$

ଏଣୁ, $-27 \div 25 = -1.08$

(iii)

$$\begin{array}{r} 0.8125 \\ 16)\overline{13.0000} \\ 12.8\ \ 28 \\ \hline .20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 32 \\ \hline 80 \\ 80 \\ \hline \text{x} \end{array}$$

ଏଣୁ, $\frac{13}{16} = 0.8125$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରୁ ଜଣାଯାଏ ଯେ କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଭାଗକ୍ରିୟାପରେ ଯେତେବେଳେ ଭାଗଶେଷ ଶୂନ ହେଉଛି ସେତେବେଳେ ଭାଗଫଳରେ ଥିବା ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁପରେ ଏକ ସସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ଅଙ୍କ ଥିବାର ଦେଖାଯାଉଛି ଏବଂ ଭାଗ କରିବା କାର୍ଯ୍ୟ ଶେଷ ହେଉଛି, ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁପରେ ସସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ଅଙ୍କ ପାଇବା ପରେ ଭାଗକ୍ରିୟାର ସମାପ୍ତି ଘଟିଲେ, ପାଇଥିବା ଦଶମିକ ଅଙ୍କଥିବା ଭାଗ'ଲକୁ **ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା** କହନ୍ତି ।

ଟୀକା : ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଯେ ଉପରିସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ହର ସବୁର ମୌଳିକ ଗୁଣନୀୟକ ହେଉଛି 2 ବା 5 ଅଥବା 2 ଓ 5 ଉଭୟ ।

ଅନ୍ୟପକ୍ଷେ, ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ ମୂଲ୍ୟ ନିମ୍ନମତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିଥା'ନ୍ତା ।

$\frac{12}{5} = \frac{12 \times 2}{5 \times 2} = \frac{24}{10} = 2.4$ ଏବଂ ସେହିଭଳି ଅନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ମଧ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିଥା'ନ୍ତା ।

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ : 1.14

ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାରେ ପରିଣତ କର ।

(a) $\frac{7}{3}$ (b) $\frac{2}{7}$ (c) $\frac{5}{11}$

ସମାଧାନ :

(a)

```
     2.33
 3)7.00
   6
   1.0
    9
   .10
    9
   .010
```

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ 1 ଭାଗଶେଷ ରହୁଛି ।

∴ ଭାଗଫଳରେ ପାଇଥିବା ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଟି ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ । $\frac{7}{3} = 2.333\ldots\ldots = 2.\bar{3}$

(b)

```
    0.28571428
 7)2.000
   14
    60
    56
     40
     35
      50
      49
       10
        7
       30
       28
        20
        14
         60
         56
          4
```

ଏଠାରେ ଥିବା ଭାଗକ୍ରିୟାଗୁଡ଼ିକର ଯେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟାୟରେ ଭାଗଶେଷ 3 ରହିଲା, ତା'ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଭାଗକ୍ରିୟାଠାରୁ ଭାଗ'ଫଳର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଦୋହରାଇବାକୁ ଲାଗିଲେ ।

$\therefore \frac{2}{7} = 0.\overline{285714}$

> **ଟୀକା :** ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ବା ଏକାଧିକ ଅଙ୍କ ସମୂହ ଉପରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ରେଖାରୁ ସୂଚିତ ହୁଏ ଯେ ରେଖାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ଅଙ୍କଟି ବା ଅଙ୍କ ସମୂହ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ସୀମାହୀନ ଭାବରେ ରହିଥା'ନ୍ତି ।

(c)

```
     0.454
 11)5.00
    44
     60
     55
      50
      44
      60...
```

ଏଠାରେ ପୁନଶ୍ଚ ଯେଉଁ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗଶେଷ 5 ହେଲା, ତା' ପରବର୍ତ୍ତୀ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ଭାଗକ୍ରିୟାରେ ଭାଗ'ଫଳର ଅଙ୍କ 5 ପରେ ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଦୋହରାଇବାକୁ ଲାଗିଲେ ।

$\therefore \frac{5}{11} = 0.\overline{45}$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯଦି ହରର 2 ଓ 5 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ କୌଣସି ଗୁଣନୀୟକ ଥାଏ, ତେବେ ସମ୍ପୃକ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନରେ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କ ବା ଏକାଧିକ ଅଙ୍କ ସମୂହ ବାରମ୍ବାର ରହିଥାଏ । ଏଭଳି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ **ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ସଂଖ୍ୟା** କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ଉଦାହରଣ 1.13 ଓ 1.14 ରୁ ଦେଖିଲେ ଯେ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନ

(i) ହୁଏତ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ (ଯେଉଁଠି ଭାଗକ୍ରିୟାର କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପର୍ଯ୍ୟାୟ ପରେ ଭାଗଶେଷ ଶୂନ (୦) ମିଳିଥାଏ ।

(ii) ଅଥବା ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ (ଯେଉଁଠି ଭାଗକ୍ରିୟା କେବେ ସମାପ୍ତ ହୁଏ ନାହିଁ ।)

$\therefore$ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନ ହୁଏତ ଏକ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ନଚେତ୍ ଏକ ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥାଏ ।

1.9 ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ P/Q ଭଳି ପରିମେୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା

ଆସ ଏହାକୁ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝାଇବା :

ଉଦାହରଣ : 1.15

$\frac{p}{q}$ ଭଳି ପରିମେୟ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର :(i) 0.48 (ii) 0.1357

ସମାଧାନ : (i) $0.48 = \frac{4825}{100} = \frac{12}{25}$

(ii) $0.1357 = \frac{1357}{10000} = \frac{55}{400} = \frac{11}{80}$

ଉଦାହରଣ : 1.16

ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର : (i) ୦.୬୬୬୬..... (ii) ୦.୩୭୪୩୭୪.......

ସମାଧାନ : (i) ମନେକରାଯାଉ $x = 0.666...$ .... (A)

$\therefore\ 10\,x = 6.666...$ (B)

(B) – (A) ରୁ $9\,x = 6$ ପାଇବା କିମ୍ବା $x = \frac{2}{3}$

(ii) ମନେକରାଯାଉ $x = 0.374374374......$ .. (A)

$1000\,x = 374.374374374....$ (B)

(B) – (A) ରୁ ପାଇବା $999x = 374$

କିମ୍ବା $x = \frac{374}{999}$

ଟିପ୍ପଣୀ

$\therefore 0.374374374... = \frac{374}{999}$

ଉପରିସ୍ଥ ଉଦାହରଣରୁ ଜଣାଯାଏ : ଏକ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ଏକ ଅସୀମ ପୌନପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟେ ।

ଟୀକା : ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା 0.374374……..କୁ ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ । 374 ଅଙ୍କ ସମୂହ ଉପରେ ଥିବା ରେଖାଦ୍ୱାରା ଏହା ତଳେ ଥିବା ଅଙ୍କ ସମୂହ ବାରମ୍ବାର ରହିଥିବା ସୂଚିତ ହୁଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.3

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକର ଦଶମିକ ରୂପ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) $\frac{31}{80}$ (ii) $\frac{12}{25}$ (iii) $\frac{12}{8}$ (iv) $\frac{75}{12}$ (v) $\frac{91}{63}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{5}{7}$ (iii) $\frac{25}{11}$

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ $\frac{p}{q}$ ରୂପରେ ପ୍ରକାଶ କର ।

   (a) (i) 2.3 (ii) – 3.12 (iii) –0.715 (iv) 8.146

   (b) (i) $0.\overline{333}$ (ii) $3.\overline{42}$ (iii) – 0.315315315...

1.10 ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ସମ୍ଭବ କି ? ଏହା ଜାଣିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା :

ଉଦାହରଣ : 1.17

$\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{6}{5}$ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ଆସ $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}+\frac{6}{5}\right)$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{15+24}{20}\right)=\frac{39}{40}$$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $\frac{3}{4}=\frac{3\times 10}{4\times 10}=\frac{30}{40}$

ଏବଂ $\frac{6}{5}=\frac{6\times 8}{5\times 8}=\frac{48}{40}$

ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $\frac{30}{40}<\frac{39}{40}<\frac{48}{40}$

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{39}{40}$ ହେଉଛି $\frac{3}{4}$. ଓ $\frac{6}{5}$ ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : $\frac{3}{4}=0.75,\quad \frac{39}{40}=0.975$ ଏବଂ $\frac{6}{5}=1.2$

$\therefore 0.75<0.975<1.2$

ଅଥବା $\frac{3}{4}<\frac{39}{40}<\frac{6}{5}$

$\therefore$ ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ଦୁଇ ପ୍ରକାରେ କରାଯାଇପାରେ ।

(i) ଉଭୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମହର ବିଶିଷ୍ଟ କଲାପରେ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ହାରାହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ଅଥବା (ii) ଉଭୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାପରେ ମିଳିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ହାରାହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରଶ୍ନଉଠେ, "ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ସମ୍ଭବ ?"

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ଉଦାହରଣ : 1.18

$\frac{୧}{୨}$ ଓ $\frac{୩}{୪}$ ମଧ୍ୟରେ ତିନିଗୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\frac{୧}{୨}=\frac{୧\times ୮}{୨\times ୮}=\frac{୮}{୧୬}$

ଏବଂ $\frac{୩}{୪}=\frac{୩\times ୪}{୪\times ୪}=\frac{୧୨}{୧୬}$

$\frac{୮}{୧୬}<\frac{୯}{୧୬}<\frac{୧୦}{୧୬}<\frac{୧୧}{୧୬}<\frac{୧୨}{୧୬}$ ହେତୁ

ଆମେ $\frac{୧}{୨}$ ଓ $\frac{୩}{୪}$ ମଧ୍ୟରେ ତିନିଗୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା $\frac{୯}{୧୬}, \frac{୧୦}{୧୬}$ ଓ $\frac{୧୧}{୧୬}$ ପାଇପାରିବା । ବାସ୍ତବତଃ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଯେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଚାହୁଁ ସେତେ ସଂଖ୍ୟକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ପୁନଶ୍ଚ $\frac{୧}{୨} = \frac{୧ \times ୫୦}{୨ \times ୫୦} = \frac{୫୦}{୧୦୦}$

$\frac{୩}{୪} = \frac{୩ \times ୨୫}{୪ \times ୨୫} = \frac{୭୫}{୧୦୦}$

$\therefore \frac{୫୦}{୧୦୦} < \frac{୫୧}{୧୦୦} < \frac{୫୨}{୧୦୦} < \frac{୫୩}{୧୦୦} ...... < \frac{୭୨}{୧୦୦} < \frac{୭୩}{୧୦୦} < \frac{୭୪}{୧୦୦} < \frac{୭୫}{୧୦୦} .....(୧)$

ଆମେ ଯେ $\frac{୧}{୨}$ ଓ $\frac{୩}{୪}$ ମଧ୍ୟରେ 24 ଗୋଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରୁଛୁ ତାହା ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତି (1)ରୁ ଜଣାପଡୁଛି ।

ଏହିଭଳି ଭାବରେ ଆମେ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅଧିକରୁ ଅଧିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରିବା ।

ଟୀକା : ଉପରୋକ୍ତ ଉଦାହରଣଗୁଡ଼ିକରୁ ଏହା ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମଧ୍ୟରେ ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପାଇପାରିବା ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.4

1. ନିମ୍ନରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) $\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{4}{3}$ (ii) 5 ଓ 6 (iii) $-\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{1}{3}$

2. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) $-\frac{2}{3}$ ଓ $\frac{1}{2}$ (ii) $-\frac{2}{3}$ ଓ $-\frac{1}{4}$

3. ଦତ୍ତ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ପାଞ୍ଚଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) 0.27 ଓ 0.30 (ii) 7.31 ଓ 7.35

   (iii) 20.75 ଓ 26.80 (ii) 1.001 ଓ 1.002

1.11 ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

ଆମେ ଦେଖିଛୁ ଯେ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ରୂପ ହୁଏତ ଏକ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଥବା ଏକ ଅସୀମ ଓ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ।

ଏପରି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ଅଛିକି ଯାହା ସସୀମ ନୁହେଁ କିମ୍ବା ଅସୀମ ଓ ପୌନଃପୁନିକ ନୁହେଁ? ନିମ୍ନ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର:

0.101001000100001……… (i)

ତୁମେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଭାବରେ ଦେଖିପାରିବ ଯେ ଏହି ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଶୈଳୀରେ ରହିଛନ୍ତି ଏବଂ ସେହି ଶୈଳୀ ଅନୁସରଣକରି ଅସୀମ ଭାବରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ । ମାତ୍ର ସେହି ସଂଖ୍ୟାରେ କୌଣସି ଅଙ୍କ ସମୂହ ବାରମ୍ବାର ରହିଥିବାର ଦେଖାଯାଉନାହିଁ, ଏଣୁ ଏହା ଅସୀମ ଓ ଅଣପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାର ଏକ ଉଦାହରଣ । ଏହି ପ୍ରକାର ଅନ୍ୟ ଏକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

0.12345678910111213………… (ii)

(i) ରେ ଲେଖାଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେ ଥିବା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସମୂହକୁ ଲେଖିପାରିବ କି? ସେହିପରି (ii) ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସମୂହକୁ ଲେଖିପାରିବ କି?

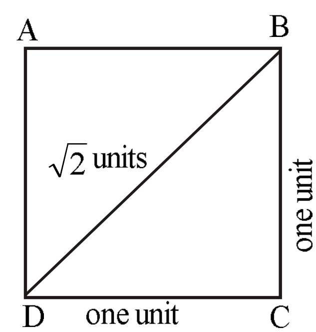
(i) ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସମୂହ ହେବ 000001………. ଏବଂ (ii) ର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସମୂହ ହେବ 141516 ……….

(i) ଓ (ii) ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଭଳି ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଟନ୍ତି ।

ଏଣୁ ଯେଉଁ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ସସୀମ ନୁହେଁ, ବା ଅସୀମ ପୌନଃପୁନିକ ନୁହେଁ ତାହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

1.12 ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଅପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତତା

ସମସ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ମାପିପାରିବା କି?
ସମସ୍ତ ବସ୍ତୁତ୍ୱକୁ ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ମାପିପାରିବା କି?
ଆସ ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।



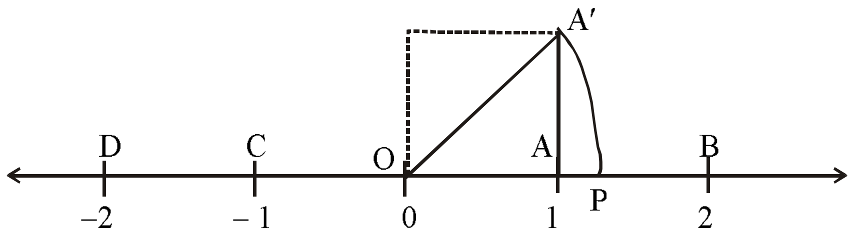
ABCD ବର୍ଗଚିତ୍ର ନିଆଯାଉ ଯାହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 1 ଏକକ । ଏହା ସୁନିଶ୍ଚିତ ଯେ କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକକ । ଏହା ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରେ ଯେ ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ, କାରଣ ଏପରି କୌଣସି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନାହିଁ, ଯାହାର ବର୍ଗ 2, [ଏହାର ପ୍ରମାଣ ଏହି ପାଠର ପରିସର ବହିର୍ଭୁତ]

ଆମେ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ କରିବା ଯେ ସମସ୍ତ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବହାର କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏକକରେ ଠିକ୍ ଭାବେ ମାପ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଅନ୍ୟ କଥାରେ, ସମସ୍ତ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଏକକ ବ୍ୟବହାର କରି ଠିକ୍ ଭାବରେ ମାପିବା କ୍ଷେତ୍ରରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ପର୍ଯ୍ୟାପ୍ତ ନୁହେଁ । ଏହି ଅଭାବବୋଧ ଯୋଗୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (ଯାହା ପରିମେୟ ନୁହେଁ)କୁ ସମ୍ପ୍ରସାରଣ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା ।

ଆମେ ପଢ଼ିଛୁ ଯେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ଅଛି । ଏହାର ବିପରୀତ କଥାକୁ ଚିନ୍ତାକର ।

ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ ସର୍ବଦା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସୂଚାଇବ କି? ଏ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ମ୍ନ ନାହିଁ । ଏହି କଥାର ସ୍ପଷ୍ଟିକରଣ ପାଇଁ ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତି ଉଦାହରଣଟି ଦେଖିବା ।

ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ 0, 1, 2, -1 ଓ -2 ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ସୂଚାଇବା ଲାଗି O, A, B, C, D ବିନ୍ଦୁମାନ ନିଅ । A ବିନ୍ଦୁରେ AA’ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି ହେବ ଏବଂ AA’ = 1 ଏକକ ହେବ ।



$\therefore OA' = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ ଏକକ । Oକୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ OA' ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଚାପ ଅଙ୍କନ କର । ଏହି ଚାପ ସଂଖ୍ୟାରେଖାକୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତା'ର ନାମ P ଦିଅ । ସଂଖ୍ୟାରେକା ଉପରିସ୍ଥ P ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା ସଂଖ୍ୟା $\sqrt{2}$ ସୂଚିତ ହେବ । $\sqrt{2}$ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହୋଇଥିବାରୁ, ଏହା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ହୋଇପାରିଲା ଯେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ P ଭଳି ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁମାନ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଅନ୍ତି ନାହିଁ । ପୂର୍ବପରି ଏହା ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ଯେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ $\sqrt{3},\ 2\sqrt{3},\ 5\sqrt{2}$ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁମାନ ଅଛନ୍ତି ଯେଉଁଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ନୁହନ୍ତି ।

ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଫାଙ୍କ ରହିଛି । ଏଣୁ ଆମେ ଜାଣିଲେ, ସଂଖ୍ୟା ରେଖା ଉପରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ତଥା ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଉଭୟ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁମାନ ରହିଛନ୍ତି ।

ଏହିପରି ଆମେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ସମ୍ପ୍ରସାରିତ କରି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ମଧ ଏହି ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଧ୍ୟରେ ସ୍ଥାନ ଦେଇଛୁ । ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ ଉଭୟ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟାର ସମାହାରରେ ଗଠିତ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାକୁ ଆମେ **ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ପଦ୍ଧତି** ବୋଲି କହିଥାଉ ।

ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ମଧ୍ୟରେ ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ ଉଭୟ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତାକୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା କୁହାଯାଏ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.5

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦଶମିକ ପରିପ୍ରକାଶର ପ୍ରଥମ ତିନୋଟି ଅଙ୍କ ଲେଖ ।

   $\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5}$

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ବାସ୍ତବସଂଖ୍ୟା ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପନ କର ।

   (i) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ii) $1+\sqrt{2}$ (iii) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

1.13 ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କରିବା

ଆସ କେତେକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀର ଅନୁଶୀଳନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ : 1.19 2 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : $\sqrt{2\times 3}$ ସଂଖ୍ୟାଟି ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଚାର କର ।

ଆମେ ଜାଣିଛୁ ଯେ $\sqrt{6}$ ର ଆସନ୍ନ ମାନ (ପାଖାପାଖି ମାନ) ହେଉଛି 2.45 ।

ଏହା 2 ଓ 3 ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଏହା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।

ଉଦାହରଣ : 1.20 $\sqrt{3}$ ଓ 2ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଗୋଟିଏ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$ ସଂଖ୍ୟା କଥା ବିଚାର କର ।

$$=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\approx 1+\frac{1.732}{2}=1.866$$

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}+2}{2}\approx 1.866$ ସଂଖ୍ୟାଟି $\sqrt{3}$ (≈ 1.732) ଓ 2ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ।

ଏଣୁ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ହେଉଛି $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.6

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

   (i) 2 ଓ 4 (ii) $\sqrt{3}$ ଓ 3 (ii) $\sqrt{2}$ ଓ $\sqrt{3}$

2. 1 ଓ 2 ମଧ୍ୟରେ କେତୋଟି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅଛି କହିପାରିବ କି ? ତନ୍ମଧ୍ୟରୁ ତିନୋଟି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।

1.14 ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିରୂପ

କେତେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ଲେଖିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ଏହି ପରିସ୍ଥିତିକୁ ଆସ ଏକ ଉଦାହରଣ ମାଧ୍ୟମରେ ଦର୍ଶାଇବା ।

ଉଦାହରଣ : 1.21 2.7183ର ଆସନ୍ନମାନ ଦଶମିକ ଦୁଇସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଆମେ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ତୃତୀୟ ସ୍ଥାନକୁ ଦେଖିବା । ଏଠାରେ ତୃତୀୟ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ହେଉଛି 8 ଏବଂ ଏହା 5 ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ । ଏଣୁ ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 2.7183 ର ଆସନ୍ନମାନ ହେଉଛି 2.72 ।

ଉଦାହରଣ : 1.22 ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 12.78962ର ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଚତୁର୍ଥ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ହେଉଛି 6 (ଯାହାକି 5 ଠାରୁ ଅଧିକ) । ଏଣୁ ଆମେ ତୃତୀୟ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ସହ 1 ଯୋଗ କରୁ । 'ଳରେ 12.7896ର ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ହୁଏ 12.790 ।

ଏହି ଭାବରେ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲାବେଳେ, ଆମେ ଉକ୍ତ ସ୍ଥାନର ପରବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କକୁ ଦେଖୁ ଓ ନିମ୍ନ ପଦ୍ଧତି ଅନୁସରଣ କରୁ ।

(i) ଯଦି ସେହି ଅଙ୍କଟି 5 ଅପେକ୍ଷା ଛୋଟ ହୁଏ, ଆମେ ଉକ୍ତ ଅଙ୍କଠାରୁ ଆରମ୍ଭ କରି ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମସ୍ତ ଅଙ୍କକୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ ଉତ୍ତର ଲେଖୁ ।

(ii) ଯଦି ସେହି ଅଙ୍କଟି 5 ବା 5 ଠାରୁ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଆମେ ଠିକ୍ ତା'ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍କ ସହ 1 ଯୋଗ କରୁ ଏବଂ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅଙ୍ଗଗୁଡ଼ିକୁ ବାଦ୍‌ଦେଇ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଆସନ୍ନମାନ ଲେଖୁ ।

ନିଜକୁ ନିଜେ ପରଖିବା 1.7

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଆସନ୍ନମାନ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲେଖ ।

(i) 077777 (ii) 7.3259 (iii) 1.0118

(iv) 3.1428 (v) 1.1413

ଆମେ ଯାହା ଶିଖିଲେ

- ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା ଓ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଏବଂ ଚାରିମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସଂକ୍ଷିପ୍ତରେ ପୁନରାଲୋଚନା ।
- ସଂଖ୍ୟାରେଖାରେ ଉପରୋକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଉପସ୍ଥାପନା ।
- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାରୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସମ୍ପ୍ରସାରଣ – ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟାକୁ $\frac{p}{q}$ (ଯେଉଁଠି p ଓ q ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଏବଂ $q \neq 0$) ରୂପରେ ଲେଖାଯାଇପାରିବ, ତାହା ଏକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ।
- ଯେଉଁଠି q ଧନାତ୍ମକ ଏବଂ p ଓ q ର କୌଣସି ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ନଥାଏ, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ମାନକ ରୂପ ବା ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପ ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।
- ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପରସ୍ପର ସମ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା କୁହାଯାଏ ଯଦି ଉଭୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ମାନକ ରୂପ ଅଭିନ୍ନ ହୋଇଥାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପନ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ସଂଖ୍ୟରେଖା ଉପରେ ଏକ ଅନନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ ଥାଏ ।
- ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ତୁଳନା କରିବା ଲାଗି
ଉଭୟଙ୍କୁ ସହ ହର ବିଶିଷ୍ଟ କରାଯିବା ପରେ ସେମାନଙ୍କର ଲବକୁ ତୁଳନା କରାଯାଏ ।

ଉଭୟ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଉପସ୍ଥାପନ କଲା ପରେ ଯେଉଁଟିର ସୂଚକ ବିନ୍ଦୁ ଡାହାଣକୁ ଥାଏ, ସେଇଟି ଅନ୍ୟଟି ଅପେକ୍ଷା ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ ।

- ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଭଳି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାରେ ମଧ ଚାରି ମୌଳିକ ପ୍ରକ୍ରିୟା ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇପାରିବ ।
- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନ ହୁଏତ ସସୀମ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ନଚେତ୍ ଅସୀମ ଓ ପୌନଃପୁନିକ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟା ହେବ ।
- ଦୁଇଟି ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ରହିଥା'ନ୍ତି ।
- ସଂଖ୍ୟା ରେଖାରେ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କ ବ୍ୟତୀତ ଅନ୍ୟ ବିନ୍ଦୁମାନ ମଧ ଅଛନ୍ତି । ଏଥିରୁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥାର ଅଭାବବୋଧ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜଣାପଡ଼େ ।
- ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅବସ୍ଥାର ସମ୍ପ୍ରସାରଣ ଦ୍ୱାରା ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାର ଉତ୍ପତ୍ତି ହୋଇଥାଏ ।
- ପରିମେୟ ଓ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ସମାହାରରେ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟବସ୍ଥା ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ ।
- ଆମେ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟରେ ସର୍ବଦା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିପାରିବ ।
- ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶମିକ ମାନ ସର୍ବଦା ଅସୀମ ଓ ଅଣପୌନଃପୁନିକ ।
- ଏକ ପରିମେୟ ତଥା ଏକ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲାଗି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରିବର୍ତ୍ତେ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀ

1. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ବାଛ :

$$-3, 17, \frac{6}{7}, \frac{-3}{8}, 0, -32, \frac{3}{14}, \frac{11}{6}, \sqrt{2}, 2+\sqrt{3}$$

(i) ସ୍ୱାଭାବିକ

(ii) ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

(iii) ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ

(iv) ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

2. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ପରିମେୟ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(i) -14 (ii) 13 (iii) 0 (iv) 2

(v) 1 (vi) -1 (vii) -25

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ ଲଘିଷ୍ଠ ରୂପରେ ଲେଖ ।

$$\frac{6}{8}, \frac{14}{21}, \frac{-17}{153}, \frac{13}{273}$$

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଦଶମିକ ରୂପ ଲେଖ ।

(i) $\frac{11}{80}$ (ii) $\frac{8}{25}$ (iii) $\frac{14}{8}$ (iv) $\frac{15}{6}$ (v) $\frac{98}{35}$

(vi) $\frac{15}{7}$ (vii) $-\frac{7}{6}$ (viii) $\frac{115}{11}$ (ix) $-\frac{17}{13}$ (x) $\frac{126}{36}$

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଦଶମିକ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ $\frac{p}{q}$ ରୂପରେ ଲେଖ ।

(i) 2.4 (ii) -0.32 (iii) 8.14 (iv) $3.\overline{24}$ (iv) 0.415415415.....

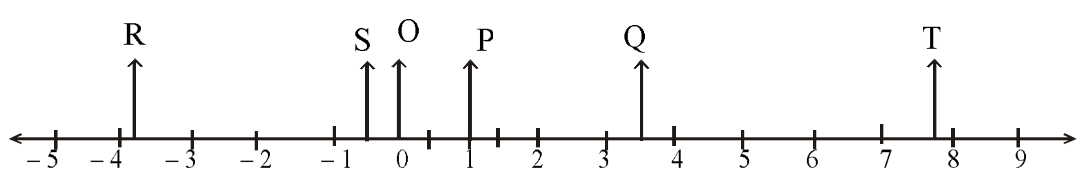
6. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଗୋଟିଏ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{3}{4}$ and $\frac{7}{8}$ (ii) -2 and -3 (iii) $-\frac{4}{5}$ and $\frac{1}{3}$

7. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡ଼ା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ତିନୋଟି ଲେଖାଏଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{3}{4}$ ଓ $\frac{-3}{4}$ (ii) 0.27 ଓ 0.28 (iii) 1.32 ଓ 1.34

8. ନିମ୍ନ ଚିତ୍ରରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାରେଖା ଉପରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା O, P, Q, R, S ଓ T ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ଯେଉଁ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାକୁ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କରନ୍ତି ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।



9. ନିମ୍ନରେ ଥିବା ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{3}{5}, \frac{-7}{5}$ (ii) $-\frac{7}{9}, \frac{5}{9}$ (iii) $\frac{3}{5}, \frac{7}{3}$ (iv) $\frac{9}{5}, \frac{2}{3}$ (v) $\frac{18}{7}, -\frac{7}{6}$

10. ନିମ୍ନସ୍ଥ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{3}{5}, \frac{7}{3}$ (ii) $\frac{19}{5}, \frac{2}{3}$ (iii) $\frac{15}{7}, \frac{-14}{5}$

11. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଗୋଟିଏ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଲେଖ ।

(i) 1 ଓ 3 (ii) $\sqrt{3}$ ଓ 3 (iii) $\sqrt{2}$ ଓ $\sqrt{5}$ (iii) $-\sqrt{2}$ ଓ $\sqrt{2}$

12. 2 ଓ 7 ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହୋଇଥିବା କେତୋଟି ପରିମେୟ ଓ କେତୋଟି ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଅବସ୍ଥିତ ?

13. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ଲାଗି ଦଶମିକ ବିନ୍ଦୁ ପରବର୍ତ୍ତୀ ଦୁଇଅଙ୍କ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆସନ୍ନମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) 0.338 (ii) 3.924 (iii) 3.14159 (iv) 3.1428

14. ନିମ୍ନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଆସନ୍ନମାନ ଦଶମିକ ତିନିସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $2+\sqrt{2}$ (iii) 1.73326 (iv) 0.9999……

15. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବଳିତ ରାଶିକୁ ସରଳ କର । ପ୍ରଥମ ପ୍ରଶ୍ନଟି ତୁମପାଇଁ ସରଳ କରିଦିଆଯାଇଛି ।

(i) $12\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}=\sqrt{3}[12+5-7]=10\sqrt{3}$

(ii) $3\sqrt{2}-2\sqrt{8}+7\sqrt{2}$

(iii) $3\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}\times 5\sqrt{6}$

(iv) $[(\sqrt{8}\times 3\sqrt{2})\times 6\sqrt{2}]\div 36\sqrt{2}$

ନିଜେ ନିଜକୁ ପରଖିବାର ଉତ୍ତର

1.1

1. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା : 4, -36, -6

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା : $4,\frac{-3}{4},\frac{5}{6},-36,\frac{12}{7},\frac{-3}{8},\frac{15}{7},-6$

2. (i) $-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},-15,0.\frac{5}{17},-\frac{3}{4},-\frac{4}{3}$

(ii) $-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},-15,\frac{5}{17},-\frac{3}{4},-\frac{4}{3}$

(iii) $-\frac{7}{4},-\frac{3}{7},\frac{5}{17},-\frac{3}{4},-\frac{4}{3}$

(iv) ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟା ପରିମେୟ ।

3. (i) $\frac{16}{3}$ ପରିମେୟ (ii) $-\frac{1}{2}$, ପରିମେୟ (iii) -21, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା

(iv) ଶୂନ, ଅଖଣ୍ଡ ସଂଖ୍ୟା, ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଓ ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା (v) 4, ସମସ୍ତ ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା

(vi) $\frac{10}{7}$ ପରିମେୟ (vii) $\frac{8}{3}$, ପରିମେୟ

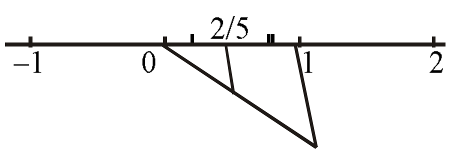
4. (i) 2 (ii) -8 (ii) 1

5. $\frac{5}{7}, \frac{-6}{7}, \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

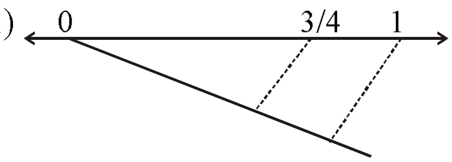
6. $-10, \frac{15}{5}, \frac{27}{9}, \frac{-6}{-2}$

7. (i) $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}=\frac{6}{15}=\frac{8}{20}$, (ii) $-\frac{5}{6}=-\frac{10}{12}=-\frac{15}{18}=-\frac{20}{24}$, (iii) $\frac{17}{3}=\frac{34}{6}=\frac{51}{9}=\frac{68}{12}$

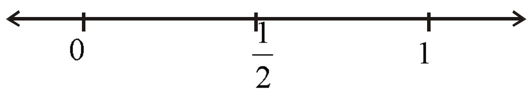
8.(i)



(ii)



(iii)



9. (i) $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ $\frac{-1}{2} > \frac{-2}{3}$ (ii) $\frac{7}{9} > \frac{3}{5}$ (iii) $\frac{-1}{2} > \frac{-2}{3}$ (iv) $\frac{5}{11} > \frac{3}{7}$

(v) $\frac{3}{2} > -\frac{7}{6}$

1.2

1. (i) $\frac{9}{7}$ (ii) $-\frac{4}{15}$ (iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{2}$

2. (i) $\frac{19}{6}$ (ii) $\frac{188}{63}$ (iii) $-\frac{11}{35}$

3. (i) $-\frac{53}{48}$ (ii) $\frac{149}{60}$

4. (i) $\frac{2}{5}$ (ii) -4 (iii) $\frac{-3}{56}$

5. (i) $\frac{73}{30}$ (ii) -1

6. (i) $\frac{5}{33}$ (ii) $\frac{9}{35}$ (iii) $\frac{9}{7}$

7. (i) 2 (ii) $\frac{35}{16}$ (iii) $-\frac{10}{3}$

8. (i) $\frac{1}{5}$ (ii) 7

9. $\frac{29}{35}$

10. $\frac{3}{4}$

1.3

1. (i) 0.3875 (ii) 0.48 (iii) 1.5 (iv) 6.25 (v) $1.\overline{4}$

2. (i) $0.\overline{6}$ (ii) $0.\overline{714285}$ (iii) $2.\overline{27}$

3. (a) (i) $\frac{23}{10}$ (ii) $-\frac{78}{25}$ (iii) $-\frac{143}{200}$ (iv) $\frac{4073}{500}$

   (b) (i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{113}{33}$ (iii) $-\frac{35}{111}$

1.4

1. (i) $\frac{25}{24}$ (ii) 5.5 (iii) $\frac{-5}{24}$

2. (i) 0.2 and 0.3 (ii) – 0.30, – 0.35

3. (i) 0.271, 0.275, 0, 281, 0.285, 0.291

   (ii) 7.315, 7.320 7.325, 7.330, 7.331

   (iii) 21.75, 22.75, 23.75, 24.75, 25.75

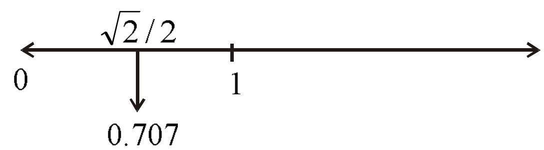
   (iv) 1.0011, 1.0012, 1.0013, 1.0014, 1.0015

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ଅନ୍ୟ ଉତ୍ତର ମ୍ଧ ହୋଇପାରେ ।

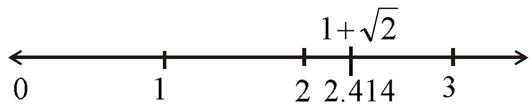
1.5

1. 1.141, 1.732, 2.236

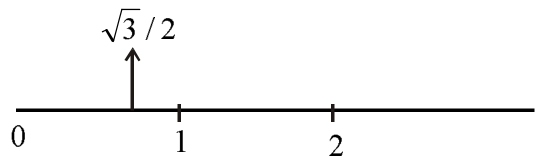
2. (i)



(ii)



(iii)



1.6

1. (i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{3}+1$ (iii) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

2. ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ

   1.0001, 1.0002, ..., 1.0010, 1.0011,....., 1.0020, 1.0021, ...

1.7

1. (i) 0.778 (ii) 7.326 (iii) 1.012 (iv) 3.143 (v) 1.141

ପାଠ ଶେଷ ଅନୁଶୀଳନୀର ଉତ୍ତର

୧. ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା : 17

ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ : -3, 0, -32

ପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା ଯାହାକି ସ୍ୱାଭାବିକ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ : $-3, \frac{6}{7}, \frac{-3}{8}, 0, -32, \frac{3}{14}, \frac{11}{6}$

ଅପରିମେୟ ସଂଖ୍ୟା : $\sqrt{2}$, $2+\sqrt{3}$

(i) $-\frac{14}{1}$ (ii) $\frac{13}{1}$ (iii) $\frac{0}{1}$ (iv) $\frac{2}{1}$

(v) $\frac{1}{1}$ (vi) $\frac{-1}{1}$ (vii) $\frac{-25}{1}$

3. $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{21}$

4. (i) 0.1375 (ii) 0.32 (iii) 1.75 (iv) 2.5 (v) 2.8
(vi) 2.142857 (vii) $-1.\overline{166}$ (viii) $10.\overline{45}$ (ix) $-1.\overline{307692}$ (x) 3.5

5. (i) $\frac{12}{5}$ (ii) $\frac{-8}{25}$ (iii) $\frac{407}{50}$ (iv) $\frac{107}{33}$ (v) $\frac{415}{999}$

6. (i) $\frac{13}{16}$ (ii) – 2.5 (iii) ଶୂନ

7. (i) 0.50, 0.25, 0.00 (ii) 0.271, 0.274, 0.277 (iii) 1.325. 1.33, 1.335

8. (i) R: – 3.8 (ii) S: – 0.5 (iii) O: 0.00 (iv) S: $-0.\overline{33}$ (v) Q: 3.5
(vi) T: $7.\overline{66}$

9. (i) $-\frac{4}{5}$ (ii) $-\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{44}{15}$ (iv) $\frac{37}{15}$ (v) $\frac{59}{42}$

10. (i) $\frac{7}{5}$ (ii) $\frac{38}{15}$ (iii) – 6

11. (i) $\sqrt{3}$ (ii) $1+\sqrt{3}$ (iii) $\sqrt{3}$ (iv) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. ଅସୀମ ସଂଖ୍ୟକ

13. (i) 0.34 (ii) 3.92 (iii) 3.14 (iv) 3.14

14. (i) 0.75 (ii) 3.414 (iii) 1.733 (iv) 1.000

15. (ii) $6\sqrt{2}$ (iii) 180 (iv) 2